

# 原始ベクトルモードの性質と CMB からの制限

嵯峨 承平 (名古屋大学大学院 宇宙論研究室)

## Abstract

宇宙論的摂動論を考えた場合、摂動のモードがスカラー、ベクトル、テンソルモードと分解される。完全流体を仮定したアインシュタイン重力のもとで、ベクトルモードは膨張とともに薄まっていく減衰解しか存在せず、標準的な宇宙論を考える場合は無視される。ところが非等方圧を持つ、例えば無質量ニュートリノなどが存在するとベクトルモードに成長解が現れる。一般的にベクトルモードが存在すると、宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) の B-mode 偏光を作ることが知られており B-mode 観測によって原始ベクトルモードを制限することが可能となる。本研究では、このベクトルモードが作る CMB のゆらぎからどのような制限がなされるかを示したためその一連の結果を発表する。

## 1 Introduction

BICEP2 による大スケールにおける CMB B モード偏光の発見 (BICEP2 Collaboration 2014) は、インフレーション起源の原始重力波の検証になりうる。この BICEP2 の結果は原始重力波では説明することが困難なシグナルが存在しており多くの議論がなされている。また、*Planck* によって得られたテンソルスカラー比の制限より大きな値を示唆しており、これについても同様に多く研究されている。

例えば、CMB の B モード偏光を生成する状況は、原始重力波だけではなくその他にもいくつも存在する。位相欠陥や磁場が初期宇宙で存在している場合に独自の偏光を作り出すため、これらの B モード偏光が混入している可能性が指摘されている。また、等曲率ゆらぎと断熱ゆらぎの負相関によって *Planck* と BICEP2 の相違を説明するような試みもなされている。

本研究では、B モード偏光を作るソースとしてベクトルモード、特に無質量ニュートリノのような free-streaming 粒子によって生成されるベクトルモードを考える。標準宇宙論ではベクトルモードは減衰モードしか存在しないために無視される。しかし、無質量ニュートリノがある宇宙における特別な初期条件のもとではベクトルモードが存在しうるということが示されている (Lewis 2004)。我々はこのベクトルモードによって作られる B モードがどのような性質を持ち、BICEP2 の結果をうまく説明することが可能である

かどうかを調べた。次の章では、無質量ニュートリノのベクトルモードについて簡単に説明を行う。3 章では、MCMC を用いて解析を行った結果を示す。

一方で、BICEP2 の解析で用いられた foreground に関する問題が挙がってきている。BICEP2 チームは *Planck* のマップを用いているが、そのマップ自体が CIB の強度をまだ考慮していなく、偏光度を小さく見積もってしまっている可能性がある。この問題については、完全な foreground のマップが公開されない限り議論することは困難であるため本研究ではこれ以上言及はしない。

## 2 Vorticity vector mode

本研究では計量を synchronous ゲージのもとで考える。すなわち、

$$ds^2 = a^2 [-d\eta^2 + (\delta_{ij} + h_{ij}) dx^i dx^j], \quad (1)$$

計量のベクトルモードは次のように偏極ベクトルを用いて展開される。

$$h_{ij}(\eta, \mathbf{k}) = \sum_{\lambda=\pm 1} h^{(\lambda)} \left[ \hat{k}_i \epsilon_j^{(\lambda)}(\hat{\mathbf{k}}) + \hat{k}_j \epsilon_i^{(\lambda)}(\hat{\mathbf{k}}) \right], \quad (2)$$

$\lambda = \pm 1$  はヘリシティの状態を表す。一般相対論はパリティ保存する理論であるため一般的にこのヘリシティの状態は混ざらないためここからは  $\pm 1$  を略す

ことにする。そして、アインシュタイン方程式は、

$$\dot{\sigma} + 2\mathcal{H}\sigma = -8\pi G a^2 p\Pi/k, \quad (3)$$

$$k^2\sigma = 16\pi G a^2 q, \quad (4)$$

ただし、 $\sigma \equiv \dot{h}/k$  で計量摂動を表す。ここから分かるように、非等方圧が無視される場合、計量摂動は  $a^{-2}$  で減衰するモードしか存在しない。ところが、非等方圧が存在できる場合には正則なモード (vorticity mode) が存在しうる。

Vorticity モードは、流体の初期条件において光子と無質量ニュートリノの運動量が反対向きで全運動量がゼロとなっている初期条件の時に可能なモードである。これは、スカラー摂動の等曲率ゆらぎとのアナロジーで理解することができる。

Vorticity モードを特徴付ける初期パワースペクトルを次のように定義する。

$$\langle \sigma(\mathbf{k})\sigma^*(\mathbf{k}') \rangle \equiv (2\pi)^3 \frac{2\pi^2}{k^3} \mathcal{P}_v(k) \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad (5)$$

$$\mathcal{P}_v \equiv r_v \mathcal{A}_s \left( \frac{k}{k_{v0}} \right)^{n_v - 1}, \quad (6)$$

ここで、 $r_v$  が vector-to-scalar ratio、 $n_v$  が vector-spectral index である。また、スカラーモード、テンソルモードも同様に次のように定義する。

$$\mathcal{P}_s(k) = \mathcal{A}_s \left( \frac{k}{k_{s0}} \right)^{n_s - 1 + \frac{1}{2}\alpha_s \ln(k/k_{s0})}, \quad (7)$$

$$\mathcal{P}_t(k) = r_t \mathcal{A}_s \left( \frac{k}{k_{t0}} \right)^{n_t}, \quad (8)$$

pivot scale はそれぞれ  $k_{s0} = 0.05\text{Mpc}^{-1}$ 、 $k_{v0} = 0.05\text{Mpc}^{-1}$ 、 $k_{t0} = 0.01\text{Mpc}^{-1}$  とおいた。

このベクトルモードによって作られる CMB のゆらぎを図 1 に示した。図 1 から分かるように、BICEP2 で観測された  $50 \lesssim \ell \lesssim 300$  で B モード偏光をあわせると温度ゆらぎの大スケールではテンソルモードの方が大きくなる。言い換えると、vorticity モードはテンソルモードよりも温度ゆらぎを“つくりにくい”とも言える。

### 3 Results

この章では cosmoMC を用いて解析を行った結果を示す。テンソルモードとベクトルモードの比較を

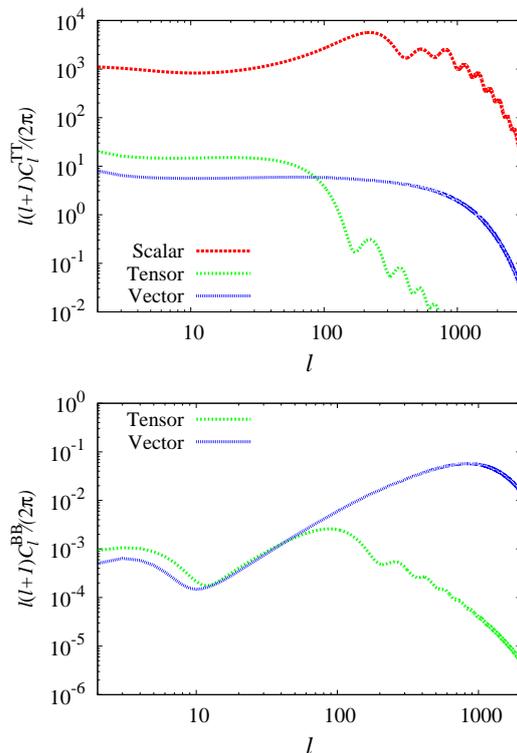


図 1: スカラーの断熱初期条件による温度ゆらぎ (赤)、原始重力波 (緑) と vorticity モード (青) による温度ゆらぎと B モード偏光。それぞれスケール不変なパワースペクトルを仮定している。

Parameter	Prior range	Baseline
$\alpha_s$	$[-0.5 : 0.5]$	0
$r_v$	$[0 : 0.2]$	0
$n_v$	$[-2.0 : 6.0]$	1
$r_t$	$[0 : 1.0]$	0
$n_t$	$[-2.0 : 5.0]$	0

表 1: パラメータを変化させる場合の範囲。ベクトルモードはテンソルモードよりも遷移関数が大きくなるため小さなベクトル-スカラー比が要求される。

行う上で表 1 のようにパラメータ範囲を動かして解析を行った。

### 3.1 One-parameter estimation

まず始めに、スケール不変を仮定した場合テンソルモードとベクトルモードどちらがよく fit するかを調べた。best-fit パラメーターを選んだときの、カイ二乗値 (または、log likelihood) を比較することでどちらがより fit するかを知ることができる。結果として、 $\chi^2_{\text{vec}} - \chi^2_{\text{tens}} = -3.294$  となりベクトルモードの方がよく fit することが分かった。これはスケール不変を仮定した場合、BICEP2 で得られたデータ  $50 \lesssim \ell \lesssim 300$  で fit すると温度ゆらぎにテンソルモードの方が大きく寄与してしまうためである。

### 3.2 Two-parameter estimation

続いて、2 パラメーターを動かすことで得られるカイ二乗値を比較する。(i)  $(r_v, n_v)$ 、(ii)  $(r_t, n_t)$ 、(iii)  $(r_t, \alpha_s)$ 、(iv)  $(r_v, r_t)$  のパラメーターを変化させ同様の解析を行った。(i) はベクトルモードのみ、(ii) はテンソルモードのみ、(iii) は BICEP2 とほぼ同じパラメーター設定、(iv) はベクトルモードとテンソルモードの混合型という 4 種類で行う。結果を表 2 にまとめた。

この結果から、blue のテンソルモードがよく fit することが分かる。これは、テンソルモードは blue になることで大スケールの温度ゆらぎへの寄与を抑えることができるからである。一方でベクトルモードが fit しないのは、テンソルモードより小スケールでゆらぎを作る傾向があるため (これはシルク減衰のスケールまで続く。) blue にしても小スケールで温度ゆらぎに寄与してしまうためである。

しかし、blue なテンソルモードは標準的なインフレーションでは生成されず特別な機構を考える必要があるためあまり期待されている訳ではない。

### 3.3 Three-parameter estimation

最後に、(Ichiki et al. 2012) と同様に  $(r_t, r_v, n_v)$  の 3 パラメーターを動かして制限を行う。テンソルモードはスケール不変なスペクトルとして固定してある。この結果を図 2 に示す。おもしろいことに、ベクトル-スカラー比は 0 を disfavore しているがテン

(i) Vector mode		
parameters	best fit	68% limits
$10^4 r_v$	$6.8^{+4.4}_{-4.4}$	$6.2^{+1.14}_{-1.31}$
$n_v$	$0.47^{+0.93}_{-0.55}$	$0.55^{+0.194}_{-0.263}$
$\chi^2 = 8715.696 \quad (\Delta\chi^2 = 2.593)$		
(ii) Tensor mode		
parameters	best fit	68% limits
$r_t$	$0.16^{+0.21}_{-0.11}$	$0.17^{+0.045}_{-0.051}$
$n_t$	$2.0^{+0.99}_{-1.8}$	$1.7^{+0.45}_{-0.40}$
$\chi^2 = 8713.103$		
(iii) Running index		
parameters	best fit	68% limits
$r_t$	$0.17^{+0.18}_{-0.10}$	$0.19^{+0.037}_{-0.046}$
$10^2 \alpha_s$	$-2.9^{+2.6}_{-2.6}$	$-2.9^{+0.74}_{-0.74}$
$\chi^2 = 8714.250 \quad (\Delta\chi^2 = 1.147)$		
(iv) Vector and Tensor modes		
parameters	best fit	68% limits
$r_t$	$0.076^{+0.14}_{-0.076}$	$0.069^{+0.032}_{-0.041}$
$10^4 r_v$	$3.4^{+5.7}_{-3.3}$	$4.1^{+1.3}_{-1.4}$
$\chi^2 = 8715.231 \quad (\Delta\chi^2 = 2.128)$		

表 2: それぞれのパラメーター設定における best-fit と likelihood の極値からの制限と  $1-\sigma$  (marginalized) error。

ソル-スカラー比はそうではない。すなわち、ベクトルモードとスケール不変なテンソルモードが存在している場合、ベクトルモードで B-mode 偏光を作った方が fit があうということである。この理由も先ほどと同様、テンソルモードはベクトルモードよりも温度ゆらぎを大スケールで作りやすいことが原因であると考えられる。

## 4 Summary

本研究は無質量ニュートリノのような free-streaming 粒子が引き起こす特殊な初期条件のもとでのベクトルモードの可能性について議論した。スカラーモードで、等曲率ゆらぎではなく断熱ゆらぎが支持されているのは観測によって決定されており、

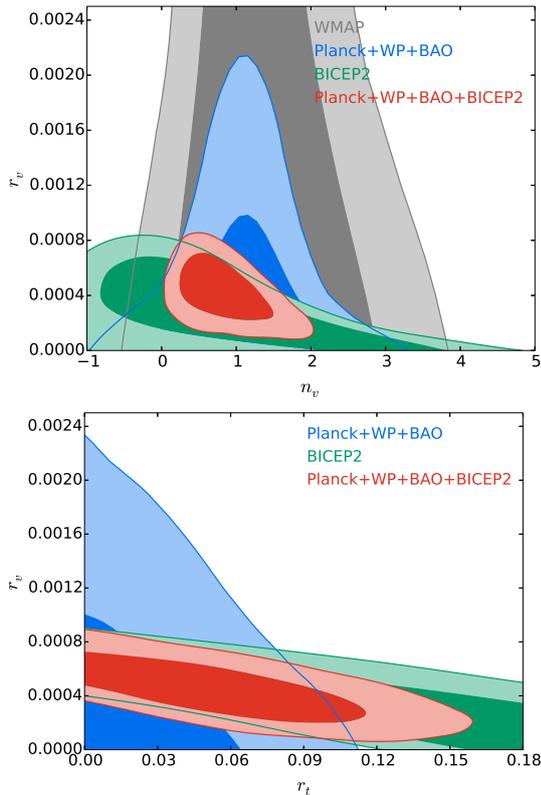


図 2: 各パラメーターの制限。BICEP2 のみは収束させるために標準的な宇宙論 6 パラメーターを *Planck* の best-fit に固定してある。

それと同様にこのベクトルモードの可能性も観測によって決められるべきである。そのもとで、本研究は BICEP2 によって検出されたと言われている B-mode によってこのベクトルモードが可能であるかを MCMC を用いて解析した。

その結果、ベクトルモードはスケール不変な場合テンソルモードよりもよく fit することが確認できた。これは、BICEP2 の結果だけに対して有効という訳でなく一般的な vorticity mode の性質であるため今後のより精密な観測によって明らかにされると考えられる。

最後に、B-mode の将来観測でより精密な shape を決定することは非常に重要であるが大スケール観測か小スケール観測のどちらがよく決定しやすいかを述べておく。小スケール側は、lensing B-mode によって縮退があると考えられる。すなわち、ベクト

ルモードと lensing B-mode はほぼ同じ位置にピークがありこれを区別するには非常に精密な小スケール観測が必要である。一方で、大スケール観測はテンソルモードのピークの有無によって有効な判断が可能となる。加えて、再電離のための山が見えるかどうかでも blue なテンソルモードかを知ることが可能であるため、大スケール観測の方が適していると考えられる。

## Reference

P. A. R. Ade *et al.* [BICEP2 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **112**, 241101 (2014).  
 S. Saga, M. Shiraishi and K. Ichiki, arXiv:1405.4810.  
 A. Lewis, Phys. Rev. D **70**, 043518 (2004).  
 K. Ichiki, K. Takahashi and N. Sugiyama Phys. Rev. D **85**, 043009 (2012).