重力波データ解析におけるShort time Fourier変換の可能性

若松 剛司 (新潟大学大学院 自然科学研究科)

Abstract

重力波は今まで直接観測されていない。重力波は一般相対性理論によりその存在を予言され、The Hulse-Taylor binary pulser(PSRB1913+16) の観測により間接的に示されている。

レーザー干渉型重力波観測装置において出力は時間スケールで変化する。そこで時間周波数解析が要求される。重力波の波形は、主に連星合体 (Compact Binary Coalescence:CBC) と重力崩壊型超新星爆発 (Super nova:SN) で区別される。連星合体の場合は周波数が増大していき、合体後に減衰するような波形である。SN はバースト的な波形である。さらに、出力にはノイズが含まれるので、その影響もある。今回の発表の内容は Short time Fourier 変換である。この解析方法は元の信号に窓をかけ、その窓を移動することによって、周波数の成分の度合いを三次元的に表すことができる。そして、重力波の実際の波形に近いものではどのようになるか考察してみる。

1 Introduction

時間周波数解析の基礎について述べる。基本的物理量が時間とともに変化するとき、つまり、横軸が時間であり、縦軸がある物理量で表されるとき、時間波形ができる。これを信号という。信号は正弦波（余弦波）の線形な重ね合わせで表現でき、Fourier 級数の形でかける。正弦波（余弦波）には種々の周波数と振幅がある。信号を Fourier 変換したものは、周波数領域または周波数空間での信号であり、それを信号の周波数表現と考えることができる。時間変化する信号を $s(t)$ とし、それを Fourier 変換したものを $S(\omega)$ とする。ここで ω は角周波数であり、周波数は $\omega = 2\pi f$ の関係である。つまり、よく知られている

$$S(f) = \int s(t)e^{-2\pi ift}dt \tag{1}$$

$$s(t) = \int S(f)e^{2\pi ift}df \tag{2}$$

$$S(\omega) = \int s(t)e^{-i\omega t}dt \tag{3}$$

$$s(t) = \frac{1}{2\pi}\int S(\omega)e^{i\omega t}d\omega \tag{4}$$

となる。

しかし、単に Fourier 変換を行っただけでは、周波数の時間変動までは見ることができない。例えば、$f = t^2 + t$ のように変化する周波数は、Fourier 変換を行っても見ることができない。

そこで、元の信号に窓関数をかけて変形信号にして、その後、Fourier 変換を行う。さらに、窓関数を時間ごとに移動することによって、周波数の時間変動を見ることができる。変形信号の持続時間が短い場合に、その Fourier 変換は短時間 Fourier 変換 (Short time Fourie 変換) と呼ばれる。

2 Methods/Instruments

Short time Fourie 変換について述べる。窓関数を $h(t)$ とする。すると窓関数をかけた変形信号 $s_t(\tau, t)$ は $s_t(\tau) = h(\tau)s(\tau - t)$ となる。この変形信号を Fourier 変換するので

$$S_t(f, t) = \int s_t(\tau, t)e^{-2\pi ift}d\tau \tag{5}$$

となる。 次に窓関数について述べる。今回の計算では、窓関数はガウス窓を用いた。窓関数とは両端が 0 に収束している正値の関数である。 元の信号に窓関数をかけているので Fourier 変換を行った結果は、元の信号とは異る結果である。信号の性質を考慮した適切な窓関数を選ぶ必要がある。

3 Results

様々なテスト波形を用いてスペクトルを計算した。3 つの波形のスペクトルの結果を図 1、図 2、図 3 に示す。その中でも、周波数が振動している波形で計算したところ、瞬時周波数から予測されるスペクトルとは異なる結果が出た。

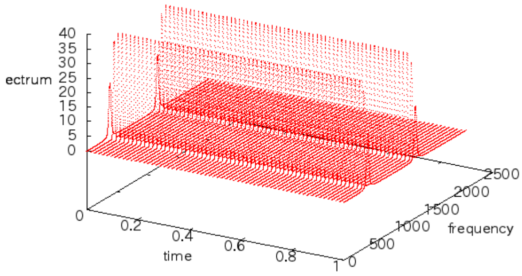

図 1: $cos(2\pi \times 400t) + cos(2\pi \times 1200t)$

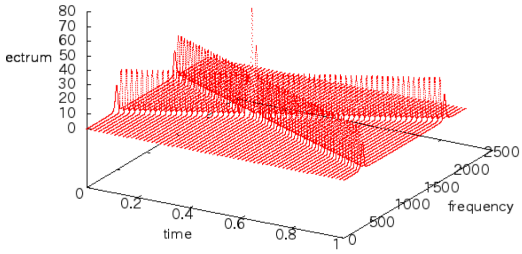

図 2: $cos(2\pi \times (600t^2 + 500t)) + cos(2\pi \times (-600t^2 + 1500t))$

4 Discussion/Conclusion

周波数が時間変動している $t^2 + t$ のような波形でも計算したのだが、そのスペクトルは瞬時周波数から予測される時間変動が見れた。しかし、周波数が

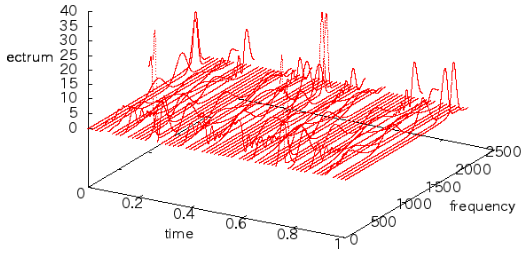

図 3: $cos(2\pi \times cos(900t + 400 \times sin(2\pi \times 2t)))$

振動しているような波形からは、期待されるスペクトルが見れなかった。おそらく、周波数が振動しているような波形での窓関数の選び方が適切ではなかったことと考えられる。重力波の CBC からの波形では連星が回転している段階での周波数は徐々に増大していくと考えられる。周波数は時間変動をしている。連星の質量やスピンなどの条件でその波形は変化する。さらに、SN の場合は CBC とは特徴が異なる波形である。つまりは、波形ごとに最適窓を考慮しなければならないと考える。 今回はガウス窓のみを用いて計算を行ったのだが、窓関数の種類も他に多く存在するので、他の窓関数を用いた計算もしなければならない。

Reference

時間-周波数解析 著者 L. コーエン. 1998. 発行元 朝倉書店