対称性の破れとヒッグス機構

小川 達也 (大阪市立大学大学院 理学研究科)

Abstract

我々の宇宙には基本的な相互作用が 4 つあることが知られている。その 4 つとは、「強い相互作用」「弱い相互作用」「電磁相互作用」「重力相互作用」である。現在の素粒子標準模型では、これらの相互作用の内、弱い相互作用と電磁相互作用は SU(2) × U(1) の対称性を持つゲージ理論であるワインバーグ・サラム理論によって統一されており、強い相互作用は SU(3) 対称性を持つゲージ理論である量子色力学によって記述される。残る重力相互作用を記述するためには、量子論的に重力を取り扱う理論、すなわち量子重力理論が必要となるがこれは未完成の理論である。重力相互作用を除く、3 つの相互作用を、より高い対称性を持つゲージ理論により統一しようとする試みは盛んにおこなわれている。この理論が大統一理論 (GUT) である。初期宇宙のような非常に高温な状態では、大統一理論で考えられているような相互作用の統一が起こり、真空は高い対称性を持っていたと考えられる。この高い対称性を持つ真空は、宇宙が進化し、温度が下がるにつれて、ある種の相転移を起こし、より低い対称性を持つ真空に変化したと考えられる。このように真空の対称性が破れることで、ベクトル場に質量を持たせる仕組みを「ヒッグス機構」という。本発表では、簡単な実例を用い、このヒッグス機構について論じる。

1 自発的対称性の破れ

次のラグランジアンを考える。

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \bar{\phi})(\partial^\mu \phi) - V(\phi) \tag{1}$$

ここで、ϕ は複素スカラー場であり、ポテンシャル $V(\phi)$ は次で与えられる。

$$V(\phi) = \frac{1}{4}\lambda(\bar{\phi}\phi - \eta^2)^2 \tag{2}$$

λ と η は正の定数であり、このときポテンシャルは、いわゆるメキシカンハット型になる。このラグランジアンは、大域的位相変換 $U(1)$ 群のもとで不変となる。

$$\phi(x) \to \phi'(x) = e^{i\alpha}\phi(x) \tag{3}$$

このときの真空期待値は

$$\langle 0|\phi|0\rangle = \eta e^{i\theta} \tag{4}$$

であり、これを満たす円周すべてが真空となっている。無数に存在する真空から、一点を選ぶと、その時対称性は破れる。

2 ヒッグス機構

前セクションを踏まえ、次のラグランジアンを考える。

$$\mathcal{L} = \bar{D}_\mu \bar{\phi} D^\mu \phi - V(\phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \tag{5}$$

ϕ は複素スカラー場で、共変微分は $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$、ポテンシャルは (2) で与えられる。このラグランジアンは次の局所ゲージ変換の $U(1)$ 群のもとで不変である。

$$\phi(x) \to \phi'(x) = e^{i\alpha(x)}\phi(x) \tag{6}$$

$$A_\mu \to A'_\mu = A_\mu + e^{-1}\partial_\mu\alpha(x) \tag{7}$$

真空期待値は、$|\phi| = \eta$ を満たすものであり、この真空から一点を選び、その周りで場を展開したものをラグランジアンに代入すると、ゲージ場 A_μ に質量持たせることができる

3 非可換ゲージ理論

今まで見てきたことを、一般の群 G の下でラグランジアンが不変になるように一般化する。このとき、

ゲージ変換は、行列表現 $D(g)$ を用いて、次のように一般化される。

$$\phi_i \to \phi_i' = D_{ij}(g)\phi_j \tag{8}$$

リー群 G の要素 g は生成子 L^a を用いて次のように書ける。

$$g = \exp(-i\omega_a L^a) \tag{9}$$

L は G のリー代数を生成し、次の交換関係を満たす。

$$[L^a, L^b] = i f_c^{ab} L^c \tag{10}$$

さらに L を次のように規格化する。

$$Tr\{T^a T^b\} = \delta^{ab} \tag{11}$$

このような適切な装置のもとで、一般化されたラグランジアンを考える。

4 $SU(2)$ モデルにおける対称性の破れ

最も簡単な非可換群である $SU(2)$ を用いて対称性の破れるパターンを見ていく。$SU(2)$ の基本 2 表現中における、2 成分スピノールとしてのヒッグス場の変換を考える。このモデルでは、真空多様体は次のようになる。

$$G/H = SU(2) \cong S^3 \tag{12}$$

このとき、3 つのゲージ場がマッシブとなり、1 つのマッシブヒッグス場が残ったままになることがわかる。

5 Reference

A.VILENKIN E.P.S.SHELLARD
Cosmic Strings and Other Topological Defects
CAMBRIDGE MONOGRAPHS ON MATHEMATICAL PHYSICS