ブラックホールの回転エネルギー抽出について

中川　智希　（広島大学大学院　理学研究科）

平成 26 年 7 月 25 日

概 要

非常に明るい活動的銀河中心核には大質量のブラックホールが存在すると考えられ、その回転エネルギーを電磁気的に抽出することにより周りへの活動源となることが考えられている。Blandford と Znajek(1977) はあるモデルを用いて地平面に向かって負のエネルギー、すなわち、ブラックホールから外へ向かってエネルギーが流れること示した。本研究発表では定常、軸対称な状況を仮定し、曲がった空間での電磁気学の定式化を復習した後、Blandford-Znajek 過程について紹介する。さらに、その過程での問題点とそれを克服するために進行中の研究目標をまとめる。

1　曲がった空間の電磁場

時空の計量は Boyer-Lindquist 座標の時間 t と任意の空間座標 x^j を用いて、

$$ds^2 = -\alpha^2 dt^2 + g_{jk}(dx^j + \beta^j dt)(dx^i + \beta^i dt),$$

で表すことができる。ここで

$$\alpha^2 = \frac{\rho^2\Delta}{\Sigma^2}, \vec{\beta} = (\beta^r, \beta^\theta, \beta^\phi) = (0, 0, -\omega)$$

$$\omega = \frac{2Mar}{\Sigma^2}, \quad g_{jk} = \mathrm{diag}(\frac{\rho^2}{\Delta}, \rho^2, \varpi^2).$$

$$\Delta = r^2 + a^2 - 2Mr, \quad \rho^2 = r^2 + a^2\cos^2\theta$$

$$\Sigma^2 = (r^2 + a^2)^2 - a^2\Delta\sin^2\theta, \quad \varpi = \frac{\Sigma}{\rho}\sin\theta$$

である。曲がった空間における定常な場合の Maxwell 方程式は以下のように書き表すことができる。(例えば、Thorne et al 1986)

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 4\pi\rho_e, \tag{1}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0, \tag{2}$$

$$\vec{\nabla}\times(\alpha\vec{E}) = (\vec{\beta}\cdot\vec{\nabla})\vec{B} - (\vec{B}\cdot\vec{\nabla})\vec{\beta}, \tag{3}$$

$$\vec{\nabla}\times(\alpha\vec{B}) = 4\pi\alpha\vec{j} - (\vec{\beta}\cdot\vec{\nabla})\vec{E} + (\vec{E}\cdot\vec{\nabla})\vec{\beta}. \tag{4}$$

ここで、ベクトル解析は上で与えた曲がった空間に対する曲線座標のものを意味する。また、$\vec{E}$、$\vec{B}$ は ZAMO 系で測った電磁場を意味する。軸対称で定常な場合、これらを表すのに以下の関数、磁気関数 G、電流関数 S 及び電気ポテンシャル Φ を用いるのが便利である。式 (2)-(3) は自動的に満たす。

$$\vec{B} = \frac{\vec{\nabla}G\times\vec{e}_{\hat{\phi}}}{\varpi} + \frac{S}{\alpha\varpi}\vec{e}_{\hat{\phi}} \tag{5}$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{\alpha}\vec{\nabla}\Phi - \frac{\vec{\beta}}{\alpha}\times\vec{B} \tag{6}$$

具体的な成分は以下となる。

$$[B_{\hat{r}}, B_{\hat{\theta}}, B_{\hat{\phi}}] = [\frac{1}{\varpi\rho}G_{,\theta}, -\frac{\Delta^{1/2}}{\varpi\rho}G_{,r}, \frac{S}{\alpha\varpi}]$$

$$[E_{\hat{r}}, E_{\hat{\theta}}, E_{\hat{\phi}}] = [-\frac{\Delta^{1/2}}{\alpha\rho}(\Phi_{,r} - \omega G_{,r}), -\frac{1}{\alpha\rho}(\Phi_{,\theta} - \omega G_{,\theta}), 0]$$

式 (4) のポロイダル ((r,θ)) 成分は以下となる。

$$4\pi\alpha\vec{j}_P = \frac{\vec{\nabla}S\times\vec{e}_{\hat{\phi}}}{\varpi} \tag{7}$$

式 (1) 及び式 (4) のトロイダル (ϕ) 成分は以下となる。関数 G と Φ の偏微分の二階方程式となる。(ここで、その具体形を省略する。)

2 エネルギーの流れ

定常な場合なのでエネルギーは保存する。その式は、エネルギー運動量テンソル $T^{\mu\nu}$ を使って

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}(\sqrt{-g}T^{\mu}_{t})_{,\mu} = 0 \tag{8}$$

と書くことができる。外に出ていくポインチングフラックス (Poynting Flux)、つまり、r 方向に出ていくエネルギー流 T^{tr} に表面積要素をかけ積分することで、球面から出て行く全エネルギーを計算できる。外向きを正にとると、

$$\left(\frac{dE}{dt}\right) = -\int_{r=const} T^{r}_{t}\sqrt{-g}d\theta d\phi \tag{9}$$

を計算すれば良いことがわかる。T^r_t を ZAMO 系での量で表すと

$$T^{r}_{t} = -\frac{\Delta^{1/2}}{\rho}\left(\alpha T^{\hat{t}\hat{r}} + \omega\varpi T^{\hat{\phi}\hat{r}}\right) \tag{10}$$

電磁場のエネルギー運動量テンソル $T^{\hat{\mu}\hat{\nu}}$ は $E^{\hat{\phi}} = 0$ に注意して、関係する量は

$$T^{\hat{t}\hat{r}} = \frac{1}{4\pi}(\vec{E}\times\vec{B})_{\hat{r}} = \frac{1}{4\pi}E^{\hat{\theta}}B^{\hat{\phi}}, \quad T^{\hat{t}\hat{\phi}} = -\frac{1}{4\pi}B^{\hat{r}}B^{\hat{\phi}} \tag{11}$$

である。これより T^r_t は

$$\begin{aligned} T^{r}_{t} &= -\frac{1}{4\pi}\frac{\Delta^{1/2}}{\rho}(\alpha E^{\hat{\theta}} - \omega\varpi B_{\hat{r}})B^{\hat{\phi}} \\ &= \frac{1}{4\pi\rho^2\sin\theta}\Phi_{,\theta}\, S \end{aligned} \tag{12}$$

となる。

3 外に向きのエネルギー流

エネルギー流の計算には関数 Φ と S を決める必要がある。いくつかの条件を課すことで比較的単純な議論を行うことができる。一つ目は理想 MHD 条件 (Ideal MHD condition) で、至る所で $\vec{E}\cdot\vec{B} = 0$ である。これは式 (5)-(6) から、$\vec{\nabla}\Phi = \Omega(G)\vec{\nabla}G$ となる。Ω は磁気面の回転速度を表す。次に Force-Free 条件と呼ばれるものでは、式 (7) から $S = S(G)$ となる。電流は磁気面に沿って流れることを意味する。Blandford-Znajek 過程ではブラックホールの地平面 (Horizon) に近づくにつれ

$$B_{\hat{\phi}} = -E_{\hat{\theta}} \tag{13}$$

という"Znajek 条件" を課していることになる。これは局所的なフラックス $T^{\hat{t}\hat{r}}$ の項が内向きに落ち込んでいることを示している。理想 MHD 条件と上の条件を用いるとブラックホールの地平面に近づくにつれ

$$\Phi_{,\theta} = \Omega G_{,\theta} \tag{14}$$

$$\frac{S}{\alpha\varpi} = B_{\hat{\phi}} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\alpha\rho}(\Omega - \omega_H)G_{,\theta} \tag{15}$$

が得られる。ここでの ω_H はブラックホールの地平面での ω(一定値) の値である。
これらを代入して、$(\frac{dE}{dt})$ は

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_H = \frac{1}{4\pi}\Omega(\omega_H - \Omega)\int_{r_H}\frac{\Sigma}{\rho^2}(G_{,\theta})^2\sin\theta d\theta d\phi \tag{16}$$

となる。積分はゼロ又は正であり、その前の係数に注目すると、

$$0 < \Omega < \omega_H \text{のとき} \quad \left(\frac{dE}{dt}\right)_H > 0 \tag{17}$$

となり、地平面から外側へ正のエネルギーが流れて行く可能性を示している。

4 これまでの研究と問題点

これまで、Force-Free 条件や MHD 条件を採用して数値計算が行われた。しかし、

- 磁力線を表す G の形はどうすればよいのか。
- 特に Ω の値はどのように決めれるのか。

ほかにも Ideal MHD 条件が破れているという主張や、ブラックホール磁気圏についてまだ不明な点があるなど、問題点がいくつも挙げられる。

5　今後の研究目標

Blandford-Znajek 過程では Ideal MHD 条件や Force-Free 条件などの条件をいくつか課していた。そうすることで磁気関数 G、電流関数 S、ポテンシャル Φ を Ω を用いてうまくまとめることができていた。しかし、これらの条件を課すことが数学的には正しいが物理的には正しいのかという疑問がある。そこでこれらの仮定を使わない代わりに二成分流体モデルを考える。これまで研究では電場 $\vec{E}$ と磁場 B_ϕ を仮定したのに対し、電荷密度 ρ_e と電流密度 $\vec{j}$ のモデルを与えることで $\vec{E}$ と B_ϕ も求める。先の章に示したように S と Ω の地平面での値がブラックホールの回転エネルギーを引き抜くかどうかに関係するから重要であり、その振る舞いを知る。