

スカラー場ゆらぎが作る初期重力波

藤田 智弘 (東京大学大学院 理学系研究科)

Abstract

BICEP2 がインフレーション起源の重力波を観測したと報告したことで、背景重力波に対する関心はかつてないほど高まっている。重力波がインフレーションによって直接作られたとすると、その振幅はインフレーションのエネルギースケールで決まるので、振幅を観測的に測ることでインフレーションのエネルギースケールを知ることができる。これが背景重力波が重要視される最大の理由である。しかし、初期宇宙において他の方法でも重力波が作られた場合、重力波振幅とインフレーションエネルギースケールの関係は変更を受ける。本発表では、インフレーション中に生成されるスカラー場のゆらぎが、摂動の 2 次の効果で重力波を生成するメカニズムに着目し、その振幅を計算する。観測される背景重力波のうち、この機構で作られるものが支配的であった場合、インフレーションのエネルギースケールは従来の関係式を用いて求めたものより低くなること分かる。

1 イントロダクション

インフレーション理論とは、非常に初期の宇宙では宇宙膨張が指数関数的であったという理論モデルである。インフレーションは銀河等の構造形成の種となる初期宇宙での密度ゆらぎの生成を予言し、さらにその予言が宇宙背景放射 (CMB) を始めとする様々な観測によって確認されたことによって、まだその詳細は不明な部分が多々あるものの、広く信じられている理論である。しかし、インフレーションは我々の既知の物理学が適用できないような高いエネルギーで起こったと考えられるため、純粋な理論研究だけでその詳細を明らかにすることは難しい。インフレーションの性質に迫るには多角的な観測を用いながら、同時に理論面での整備を進め、一歩ずつ理解を深めていくことが不可欠である。

これまでインフレーションを調べる際に最もよく用いられてきたのは、スカラーゆらぎである。宇宙の密度ゆらぎ、もしくは、CMB の温度ゆらぎはスカラーという種類のゆらぎに分類される。それらは近年飛躍的に観測が進み、特に CMB の観測から、インフレーションが生成したスカラーゆらぎの振幅は次の値であることが分かっている。

$$\mathcal{P}_\zeta \approx 2.2 \times 10^{-9}. \quad (1)$$

ここで \mathcal{P}_ζ は曲率ゆらぎのパワースペクトルと呼ば

れる量であるが、本質的にはインフレーションが生成したスカラータイプのゆらぎの振幅を表している。このスカラーゆらぎ振幅や、そのスケール依存性から、インフレーション理論に対して重要な制限が得られたものの、未だインフレーションにおける加速膨張のメカニズムや背後にある理論を特定するには至っていない。

スカラーゆらぎの振幅を用いた議論が深まってきたため、次なるターゲットとして別のタイプのゆらぎ、すなわちテンソルゆらぎが注目を集めてきた。テンソルゆらぎとは、いわゆる重力波に他ならない。特に、今年の 3 月に BICEP2 実験がインフレーション起源の重力波の痕跡を検出することに初めて成功したと報告したことで、重力波への注目は一挙に高まった。インフレーションはスカラーゆらぎだけでなくテンソルゆらぎの生成も予言しており、重力波を観測することでインフレーション理論の新しい側面が明らかになることが期待される。¹

¹最近になって BICEP2 実験が検出したのはインフレーション起源の重力波ではなく、我々の銀河のダスト起源のシグナルなのではないかという指摘が複数報告されている。しかし、例えば BICEP2 が観測したものが foreground であったとしても、数多くの CMB B-mode 観測 (BICEP2 と同じ方式の実験) が現在進行形または計画中であり、近い将来に背景重力波が検出されることが期待できる。それに備えて、理論面の整備を進めることは非常に重要である。

2 インフレーションが作るゆらぎ

インフレーション中はゆらぎが量子論的な効果で生成されることがよく知られている。その定性的な説明は以下のようになされる。量子論の観点では、真空とは全く何も無い時空ではなく、様々な粒子が不確定性関係に従い、現れては消えていくという動的平衡をなしている。その様子は 1 次元量子力学で見られる、零点振動（ゼロ点エネルギー）と同じである。もし宇宙が加速膨張していなければ、零点振動はそのままであり、実体のあるゆらぎに転化したりはしない。

しかし加速膨張宇宙では不思議なことが起きる。零点振動の周期が宇宙膨張によって引き伸ばされて長くなっていき、ついには（実質的に）止まってしまうのである。様々なタイミングで止まる場の値はランダムに決まるので、零点振動している場がポテンシャルエネルギーを持っていると、エネルギーのゆらぎ、すなわち密度ゆらぎが生じる。また同様の機構で、重力波も生成する。

曲がった時空の場の量子論を用いるとインフレーションで生成されるゆらぎの振幅は計算できる。それによると、スカラー・テンソルゆらぎの振幅は次の式で与えられる。

$$\mathcal{P}_\zeta = \frac{H^2}{8\pi^2 M_{Pl}^2 \epsilon}, \quad (2)$$

$$\mathcal{P}_h = \frac{2H^2}{\pi^2 M_{Pl}^2}. \quad (3)$$

ここで、 $H \equiv \dot{a}(t)/a(t)$ は宇宙膨張速度を表す Hubble parameter、 $M_{Pl} \approx 2.43 \times 10^{18} \text{ GeV}$ は定数 reduced Planck mass、最後に $\epsilon = -\dot{H}/H^2$ は slow-roll parameter と呼ばれ、 H の時間変化を表すパラメータである。この式を見ると分かるように、スカラー振幅は H^2/ϵ に比例しているため、スカラーゆらぎの観測だけでは、2 つのパラメータが縮退して、それぞれの値を決定することができない。しかし、テンソルゆらぎの振幅は H だけで決まるので、背景重力波を観測できれば縮退を解くことができる。さらに、フリードマン方程式（一様等方宇宙のアインシュタイン方程式）より宇宙のエネルギー密度 ρ が

$$\rho = 3M_{Pl}^2 H^2 \quad (4)$$

と書ける事が分かるので、重力波を観測して H を決定することは、同時にインフレーション中のエネルギー密度を求めることになる。素粒子理論の観点では、これはインフレーションを記述する理論のエネルギースケールを決定することになり、極めて重要な情報である。BICEP2 の報告を信じ、この関係式を用いると、 $H \approx 10^{14} \text{ GeV}$ あるいは $\rho \approx (10^{16} \text{ GeV})^4$ となり、ちょうど GUT(大統一理論：電磁気・弱い力・強い力の 3 つが統一される理論) の典型的なスケールに一致しているため、注目を集めている。

3 スカラーゆらぎが作る重力波

インフレーションが作る背景重力振幅として eq. (3) は広く受け入れられているが、この式を観測される重力波に当てはめるには「他に背景重力波を作る機構はない」という重大な仮定が必要である。何故なら、より大きな振幅の背景重力波が他の機構で作られた場合、eq. (3) に従う重力波は隠されてしまい、 H を正しく見積もるためには違う式を使わなければならない。

スカラー・ベクトル・テンソルの 3 種のゆらぎは摂動の 1 次では独立に扱えることが示せる (decomposition theorem)。しかしながら、摂動の 2 次のオーダーでは相互に関係することがよく知られている。その例として、スカラーゆらぎは摂動の 2 次の効果によって、重力波を生成するのである。実際、TT ゲージをとった重力波の運動方程式には

$$\square h_{ij} = -4M_{Pl}^{-2} T_{ij}^{lm} S_{lm}(\eta, \mathbf{k}), \quad (5)$$

$$S_{lm} = \int d^3x e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \partial_l \delta\phi \partial_m \delta\phi, \quad (6)$$

という形でスカラー摂動 $\delta\phi$ の 2 次オーダーのソースタームが生じる。この効果は摂動の高次という理由で通常無視されるものの、必ず存在することに注意しよう。従って、もしこのソースタームによって誘起される重力波がインフレーションから直接作られる重力波よりも大きな振幅を持つなら、重力波とインフレーションとの関係は変更を受けることになる。

インフレーションによって作られたスカラーゆらぎがインフレーション後にこの効果によって重力波を生成するという先行研究はいくつかあるが (e.g. (1))、

その場合は BICEP2 等の CMB B-mode 観測で見られるような大スケール (low- ℓ) の背景重力波は作られ得ない。そこで我々は、インフレーションによって作られたスカラーゆらぎがインフレーション中に重力波を生成する効果に着目した。

少し計算すると分かるのは、eq. (3) よりも大きな重力波を作るためにはそれを誘起するスカラーゆらぎの振幅が非常に大きくないといけないということである。これは摂動の 2 次効果を考えていることからまず予想できる。Biagetti et al. (2) はスカラーゆらぎの振幅が大きくなる場合の 1 つとして、音速が小さいようなモデルを考察した。スカラー場の音速 c_s が 1 より小さいと、その振幅は $c_s^{-3/2}$ 倍になることが簡単に示せる。彼らは数値計算で重力波振幅を計算し、その結果をフィットすることで $\mathcal{P}_h \propto c_s^{-18/5}$ という結果を得たが、これは我々の解析的な結果と一致していない。

4 結果

我々はインフレーション中に subdominant な軽いスカラー場 (つまりインフラトンではないスカラー場) が 1 より小さい音速を持つ場合に誘起される重力波振幅を解析的に求めた。その結果、重力波振幅は次の式で与えられることを見出した。

$$\mathcal{P}_h \simeq \frac{32}{15\pi c_s^3} \frac{H^4}{M_{Pl}^4}. \quad (7)$$

これが観測される重力波を表しているとする、インフレーションのエネルギースケールは

$$H \simeq 10^{14} \text{GeV} \left(\frac{r}{0.1} \right)^{1/4} \left(\frac{c_s}{10^{-3}} \right)^{3/4}, \quad (8)$$

で与えられる、ただし r は tensor-to-scalar ratio である、 $r \equiv \mathcal{P}_h/\mathcal{P}_\zeta$ 。よって、 $c_s < 10^{-3}$ であれば、BICEP2 の報告した大きさの重力波振幅でありながらも、インフレーションエネルギースケールは低い $H < 10^{14} \text{GeV}$ ということは可能である。

Reference

- [1] M. Kawasaki, N. Kitajima and S. Yokoyama, JCAP **1308**, 042 (2013) [arXiv:1305.4464 [astro-ph.CO]].

- [2] M. Biagetti, M. Fasiello and A. Riotto, “Enhancing Inflationary Tensor Modes through Spectator Fields,” Phys. Rev. D **88**, 103518 (2013) [arXiv:1305.7241 [astro-ph.CO]].