Large tensor mode and sub-Planckian excursion in generalized G-inflation

國光 太郎 (東京大学大学院 理学系研究科)

Abstract

宇宙マイクロ波背景放射の偏光観測から初期宇宙におけるゆらぎのテンソル・スカラー比について、$r \simeq 0.2$ という結果が報告された [1]。このような大きなテンソル・スカラー比をインフレーションでつくるためには、インフレーション中のスカラー場の値の変位がプランク・スケールよりも大きい必要がある。この制限は Lyth bound とよばれる [2]。
一方、非正準運動項や高階微分相互作用を許せば、大きなテンソル・スカラー比を実現しながら場の値の変位をプランク・スケールよりも小さい値に抑えることは可能である。この発表では Generalized G-inflation の枠組み [3] を用いて、どのような場合に Lyth bound から逃れることができるのか、分類の上、明らかにする。

1 Introduction

今年の 3 月、BICEP2 collaboration によって宇宙マイクロ波背景放射の B モード偏光の発見が報告された [1]。この B モード偏光が初期宇宙で生成されたものであれば、これは初期宇宙におけるテンソルゆらぎ、すなわち重力波の存在を示すものであり、非常に重要な発見となる。

初期宇宙においてこのような重力波を生成するのはインフレーションである。BICEP2 collaboration によって報告された初期ゆらぎのテンソル・スカラー比は $r \simeq 0.2$ であり、もしこれらが正準運動項を持つ単一場のインフラトンによって生成されたものであるとすれば、インフレーション中の場の変位の大きさはプランク・スケールよりも大きなものとなる。場の変位がプランク・スケールよりも大きいこと自体は問題ないと一般には考えられるが、一部の素粒子模型に大して大きな制限となり、プランク・スケールでポテンシャルに対して大きな補正を生じさせるようなモデルは棄却される。この制限は Lyth bound [2] とよばれる。

一方、非正準運動項や高階微分相互作用項を持つインフラトンの場合には、この制限を回避することができる。この事実は個別のモデルにおいては知られていたが、これについての網羅的な分類はこれまで行われていなかった。ここでは、運動方程式が２階微分に抑えられる最も一般的なインフレーションの枠組みである Generalized G-inflation [3] に従って、インフレーション中の場の変位の大きさの下限を分類する。これにより、どのようなインフレーションモデルにおいて Lyth bound を回避することが可能となるかを明らかにする。またモデルに基づいた計算をおこなって、実際に Lyth bound が回避されることも示す。

2 Lyth Bound

まず、Lyth bound の導出 [2] をレビューする。Lyth bound は正準運動項を持つスカラー場の場合の、場の値の変位についての制限である。

インフレーション中の e-fold 数は

$$N = \int H dt = \int \frac{H}{\dot{\phi}} d\phi \simeq \int \frac{1}{\sqrt{2\epsilon}} \frac{d\phi}{M_P} \qquad (1)$$

と書ける。ここで、

$$\epsilon = \frac{\dot{H}}{H^2} \simeq \frac{\dot{\phi}^2}{2H^2}, \qquad (2)$$

を用いた。

スカラーゆらぎ、テンソルゆらぎのパワースペクトルはそれぞれ

$$\mathcal{P}_\zeta = \frac{1}{8\pi^2}\frac{H^2}{M_P^2\epsilon} \tag{3}$$

$$\mathcal{P}_t = \frac{2}{\pi^2}\frac{H^2}{M_P^2} \tag{4}$$

と書けるため、

$$r = 16\epsilon \tag{5}$$

を得る。(1) と (5) を用いると、

$$\Delta\phi \geq \sqrt{2\epsilon_{\min}}NM_P \sim 3\sqrt{\frac{r}{0.01}}M_P \tag{6}$$

となる。これが Lyth bound である。仮に BICEP2 によって発見された B モード偏光が初期宇宙起源のものでなかった場合でも、近い将来に r が 0 でない値であることが発見されれば、プランク・スケールを越えた変位が必要となることが分かる。

3 Generalized G-inflation

次に、Generalized G-inflation の枠組み [3] についてレビューする。Genralized G-inflation は運動方程式が 2 階微分に抑えられる最も一般的なインフレーションの枠組みで、以下の作用で書ける [4]

$$S = \sum_{i=2}^{5}\int d^4x\sqrt{-g}\mathcal{L}_i \tag{7}$$

$$\mathcal{L}_2 = K(\phi, X) \tag{8}$$

$$\mathcal{L}_3 = -G_3(\phi, X)\Box\phi \tag{9}$$

$$\mathcal{L}_4 = G_4(\phi, X)R + G_{4X}\left[(\Box\phi)^2 - (\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^2\right] \tag{10}$$

$$\mathcal{L}_5 = G_5(\phi, X)G_{\mu\nu}\nabla^\mu\nabla^\nu\phi \tag{11}$$

$$-\frac{1}{6}G_{5X}\left[(\Box\phi)^3 - 3\Box\phi(\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^2 + 2(\nabla_\mu\nabla_\nu\phi)^3\right] \tag{12}$$

ここで $X = -\frac{1}{2}(\partial\phi)^2$、$K$ と G_i は任意の関数である。これらの任意関数を適切に選ぶことにより、インフレーションが実現する。

ここで、インフレーション中はインフラトンの運動が十分ゆっくりであるとして、任意関数を以下のように X で展開する。

$$K(\phi, X) = -V(\phi) + \mathcal{K}(\phi)X + \frac{1}{2}h_2(\phi)X^2 + \ldots \tag{13}$$

$$G_i(\phi, X) = g_i(\phi) + h_i(\phi)X + \ldots \tag{14}$$

以下ではこの展開を用いる。

4 General Bounds

ここでは Generalized G-inflation の枠組みで Lyth bound がどのように一般化されるかを見る。簡単のため、インフラトンのエネルギーの大部分をポテンシャルが占める slow roll inflation の枠組みで考える。

インフレーション中の e-fold 数は、正準運動項の場合と同様に

$$N = \int Hdt = \int \frac{H}{\dot{\phi}}d\phi$$

と書ける。すなわち、インフレーション中の場の値の変位は、

$$\Delta\phi \geq N\left(\frac{\dot{\phi}}{H}\right)_{\min}$$

となる。

これを求めるために $\dot{\phi}$ について解き、それを r を用いて表すと

$$\frac{\dot{\phi}}{H} = \sqrt{\frac{g_4 r}{8Y}}\left(\mathcal{K} + h_2X + 6H^2h_4 + 4H\dot{\phi}(h_3 + H^2h_5)\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$Y = \frac{\mathcal{K} + h_2X + 6H^2h_4 + 4H\dot{\phi}(h_3 + H^2h_5)}{\mathcal{K} + 3h_2X + 6H^2h_4 + 6H\dot{\phi}(h_3 + H^2h_5)} = \mathcal{O}(1)$$

を得る。これにより、インフレーション中の場の値の変位を計算することができて、

$$\Delta\phi \geq \left(\frac{N}{50}\right)\left(\frac{r}{0.01}\right)^{\frac{1}{2}}q_*M_P$$

となる。ここで

$$q = \left[\frac{2g_4}{YM_P^2\left(\mathcal{K} + h_2X + 6H^2h_4 + 4H\dot{\phi}(h_3 + H^2h_5)\right)}\right]^{\frac{1}{2}}$$

であり、インフレーション中は q が大きく変わらないと仮定した。つまり q がインフレーション中に小さい値となるようなインフレーションモデルを選ぶことによって、sub-Planckian な場の変位が実現可能となる。

5 A Concrete model

最後に、実際に sub-Planckian な場の変位を実現するモデルとして、Potential driven G-inflation [5] を取り上げ、実際の計算をおこなう。扱うモデルの作用は

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}M_P^2 R + X - \frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{1}{M^3}X\Box\phi\right]$$

である。インフレーション中に最後の項が支配的になるとして、$\dot{\phi}$ について解き、e-fold 数を計算すると、

$$N = \int \frac{H}{\dot{\phi}}d\phi \simeq \frac{1}{M^{\frac{3}{2}}M_P^2}\frac{m^2}{5}\phi^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{5}$$

を得る。ここで ϕ_* はインフレーションの終わりから N e-fold 前の場の値である。

生成されるゆらぎの大きさから m を M で表すことができ、ϕ_* を M の関数として書くことができる。場の変位は必ず ϕ_* よりも小さいので、

$$\Delta\phi \leq \phi_* = 2.6 \times 10^{-3}\left(\frac{M}{10^{12}\mathrm{GeV}}\right)M_P$$

を得る。よって $M \ll M_P$ であれば sub-Planckian なインフレーションが実現することが分かる。

このモデルの spectral index とテンソル・スカラー比は

$$n_s - 1 = 0.970, \quad r = 0.11$$

であり、sub-Planckian な場の変位での大きな r が実現、すなわち Lyth bound を回避していることが分かる。

Reference

[1] P. A. R. Ade *et al.* [BICEP2 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **112**, 241101 (2014) [arXiv:1403.3985 [astro-ph.CO]].

[2] D. H. Lyth, Phys. Rev. Lett. **78**, 1861 (1997) [hep-ph/9606387].

[3] T. Kobayashi, M. Yamaguchi and J. 'i. Yokoyama, Prog. Theor. Phys. **126**, 511 (2011) [arXiv:1105.5723 [hep-th]].

[4] G. W. Horndeski, Int. J. Theor. Phys. **10**, 363 (1974).

[5] K. Kamada, T. Kobayashi, M. Yamaguchi and J. 'i. Yokoyama, Phys. Rev. D **83**, 083515 (2011) [arXiv:1012.4238 [astro-ph.CO]].