

宇宙論的位相欠陥による初期磁場生成

堀口 晃一郎 (名古屋大学大学院 理学研究科)

Abstract

宇宙初期には大統一理論により GUT スケール ($\sim 10^{-4} - 10^{-3} m_{\text{pl}}$) に様々なスカラー場の存在が示唆されている。しかし LHC などの加速器実験ではこれらの兆候は見られていない。これらのスカラー場は加速器実験でなく宇宙論的なスケールに影響を及ぼす。それが、このようなスカラー場が存在するときに、その数に応じてあらわれる宇宙論的位相欠陥である。スカラー場が一つのときはドメインウォール、二つのときは宇宙ひも、四つ以上のときはテクスチャーという位相欠陥が現れる。本研究ではこれらの位相欠陥の中でもテクスチャーに着目する。

テクスチャーは宇宙初期のバリオンと光子に相対速度を与えることで初期宇宙に種磁場を生成する。本研究では数値シミュレーションを用いてテクスチャーが宇宙初期に生成する種磁場を計算した。

1 Introduction

宇宙は現在までに四つの力の分離などの様々な相転移を経験してきたと考えられている。加えて、大統一理論から初期宇宙には様々なスカラー場が存在していたことが示唆されている。これらのスカラー場の大半は相転移を起こしたと考えられている。相転移を起こしたスカラー場にはその数に応じて対称性を回復する領域が現れる。これが宇宙論的位相欠陥である。本研究ではスカラー場が四つ以上存在するときに現れる位相欠陥であるテクスチャーによる初期磁場生成を考察する。

初期磁場は銀河間などの大規模なスケールに存在する種磁場を説明する有力なモデルである。宇宙初期では光子と電子はトムソン散乱により強く結びついており一つの流体として運動している。この電子にクーロン力によって引きずられる形でバリオンも結合して運動している。この状態の光子とバリオンの間に速度差ができると、擬似的に電流が流れ、磁場が生成される。テクスチャーが存在する場合、その渦度によって宇宙初期のバリオンと光子の間に相対速度を与えることで宇宙初期に磁場を生成する。

2 Formalism

テクスチャーの性質を持つスカラー場を表すモデルとして以下のラグランジアンがある。Non-Linear Sigma Model (NLSM) を用いる。NLSM に従うスカラー場は以下の方程式に従う (Fenu et al (2009))。

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}\nabla_{\mu}\Phi^{\dagger}\nabla^{\mu}\Phi - \frac{\lambda}{4}(\Phi^{\dagger}\Phi - v^2)^2. \quad (1)$$

ここで ϕ_a はスカラー場、 v はスカラー場の真空期待値 λ は自己相互作用定数、 $\Phi^{\dagger} = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$ 、 N はスカラー場の数である。このスカラー場にテクスチャーの拘束条件 $\Phi^{\dagger}\Phi = v^2$ を与えて運動方程式を逐次展開すると Non-Linear Sigma Model (NLSM) というモデルを用いて表される。NLSM に従うスカラー場は

$$\nabla^{\mu}\nabla_{\mu}\beta_a + (\nabla_{\mu}\beta_i) \cdot (\nabla^{\mu}\beta_i)\beta_a = 0 \quad (2)$$

という運動方程式に即して表される。ここで $\beta_a = \phi_a/v$ で規格化されたスカラー場である。またスカラー場のエネルギー運動量テンソルは以下のように書かれる。

$$T_{\mu\nu} = v^2 \left[\partial_{\mu}\beta_a\partial_{\nu}\beta_a - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\partial_{\lambda}\beta_a\partial^{\lambda}\beta_a \right] \quad (3)$$

アインシュタイン方程式を摂動展開したベクトルモードにこのエネルギー運動量テンソルを用いて、渦度 σ は以下の方程式に従う。

$$\dot{\sigma} + 2\mathcal{H}\sigma = 8\pi G a^2 \Pi/k, \quad (4)$$

ここで Π は (3) 式をフーリエ変換しベクトルモードに射影したものである。

宇宙初期においてはボルツマン方程式を強結合近似 ($k/\dot{\tau} \ll 1$) のもとで解くことで光子とバリオンの相対速度は以下のように書ける。ここで n_e を電子個数密度、 σ_T をトムソン散乱断面積、 a をスケールファクタとして、 $\dot{\tau} = an_e\sigma_T$ は opacity、 $\mathcal{H} = Ha$ は conformal Hubble、 $R = 4\rho_\gamma/3\rho_b$ である。

$$\begin{aligned}
 v_\gamma^{(3)} - v_b^{(3)} &= \left(\frac{k}{\dot{\tau}}\right) \frac{\mathcal{H}}{(1+R)k} v_\gamma \\
 &- \frac{4}{15} \left(\frac{k}{\dot{\tau}}\right)^2 \frac{1}{1+R} (v_\gamma + \sigma) \\
 &- \left(\frac{k}{\dot{\tau}}\right)^2 \frac{\mathcal{H}v_\gamma}{(1+R)^2 k^2} \left(\frac{\mathcal{H}R}{1+R} + \frac{\dot{\mathcal{H}}}{\mathcal{H}} \right. \\
 &+ \left. \mathcal{H} + \frac{\dot{v}_\gamma}{v_\gamma} - \frac{\dot{\tau}}{\tau} \right) \\
 &+ \frac{4}{15} \left(\frac{k}{\dot{\tau}}\right)^3 \frac{\mathcal{H}}{(1+R)^2 k} \sigma \\
 &- \frac{2}{45k} \left(\frac{k}{\dot{\tau}}\right)^3 \frac{1}{(1+R)^2} \left[(23 + 11R) \frac{\ddot{\tau}}{\tau} \sigma \right. \\
 &- \left. (17 + 11R) \dot{\sigma} - \frac{6\sigma\mathcal{H}R}{1+R} \right]. \quad (5)
 \end{aligned}$$

ここではテクスチャーによる磁場生成を考えるため、渦度以外の初期揺らぎはないものとする。このとき、すべての揺らぎはボルツマン方程式を通して渦度から生成され、光子とバリオンの間に上記のような相対速度が生まれる。この相対速度によって生成される磁場は以下のように書くことができる (K.Ichiki (2012))。

$$\frac{1}{a} \frac{d}{d\eta} (a^2 B^i) = \frac{4\sigma_T \rho_\gamma a}{3e} \epsilon^{ijk} \partial_k (v_{\gamma j} - v_{b j}), \quad (6)$$

ここで e は素電荷、 B は磁束密度、 ϵ^{ijk} は完全反対称テンソルである。これをフーリエ変換して解を求める以下のように書ける。

$$\langle B^i(\vec{k}, \eta) B_i^*(\vec{k}', \eta) \rangle = (2\pi)^3 S_B(k, \eta) \delta(\vec{k} - \vec{k}'). \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 a^4(\eta) \frac{k^3}{2\pi^2} S_B(k, \eta) &= \frac{k^3}{2\pi^2} \left(\frac{4\sigma_T}{3e} \right)^2 \frac{\mathcal{P}_{\text{ini}}^N}{\pi^2} k^2 \int dq q^2 \\
 &\int_{-1}^1 d\mu \left[\int_0^\eta d\eta' a^2(\eta') \rho_\gamma(\eta') \delta v(k, q, \mu, \eta') \right]^2 \quad (8)
 \end{aligned}$$

このとき q はスカラー場の波数、 μ はスカラー場の波数と揺らぎの波数のなす角 $\mu = \vec{q} \cdot \vec{k} / qk$ 、 η は conformal time、 $\mathcal{P}_{\text{ini}} = (6\pi^2)^2 / N$ は NLSM の初期スペクトル、 δv は (5) 式である。

3 Results

2章で行った定式化をもとにテクスチャーによって生成される磁場を数値シミュレーションを用いて計算した。図1に数値シミュレーションを用いて求めた磁場のスペクトルを示す。 $z \simeq 2000$ での共動なホラ

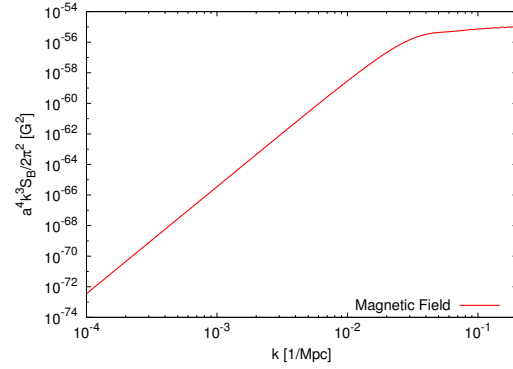


図1: $(v^4/m_{\text{pl}}^4 N) = 10^{-12}$ としたときの $z \simeq 2000$ でのテクスチャーによって生成される磁場のスペクトル。縦軸はスペクトル $a^4 k^3 S_B / 2\pi^2$ 、横軸は共動の波数 $k[\text{Mpc}^{-1}]$ 。

イズンは $k \sim 10^{-2} \text{Mpc}^{-1}$ であることを考慮すると sub-horizon では $\propto k$ 、super-horizon では $\propto k^7$ の波数依存性を示すスペクトルであることが分かる。

4 Discussion

NLSM に従うスカラー場の解を Fenu et al (2009) より代入して計算することで磁場のスペクトルの波数依存性が説明出来る。Fenu et al (2009) の解を代入すると、super-horizon、sub-horizon とともにスカラー場の波数が $q \sim 1/\eta$ のホライズンスケールで磁場のソースとなる渦度が生成されているとき、3章にあるように sub-horizon で $\propto k$ 、super-horizon で $\propto k^7$ という波数依存性が満たされる。これにより、テクス

チャーによって生成される磁場は常にその時々での
ホライズンスケールで生成されていることが分かる。

5 Summary & Conclusion

2 章で述べたように、テクスチャーから生成される揺らぎはすべて、スカラー場のエネルギー運動量テンソルに起因する渦度によって生成される。これがボルツマン方程式を通して伝搬し宇宙初期の光子とバリオンに相対速度を与えることで初期宇宙に磁場が生成される。またこれによって生成される磁場のスペクトルは super-horizon で k^7 、sub-horizon で k^1 である。この結果と NLSM に従うスカラー場の解を照らし合わせて考えることで、テクスチャーは主にそのホライズンスケールで磁場を生成していることが分かる。

Reference

E.Fenu et al JCAP 10(2009)005

K.Ichiki et al Phys.Rev D 85, 043009 (2012)