ヒッグスインフレーションによる原始宇宙磁場生成

小幡 一平 (京都大学大学院 理学研究科 物理学第二教室 天体核研究室)

Abstract

インフラトンをヒッグス粒子とみなすインフレーションモデル「ヒッグスインフレーション」は、素粒子物理学の標準模型の範囲でインフレーションを記述できる魅力的なモデルである。今回我々はヒッグスインフレーションから予言される現象として、その下での電弱ゲージ場の宇宙論的振る舞いを調べた。その結果、インフレーション終了後にゲージ場はヒッグス場との結合を介して共鳴を起こし、振幅が増大することが確かめられた。更に、この過程で生じた磁場は宇宙初期の原始磁場として、現在観測などから示唆されている銀河間磁場の起源になる可能性があることを指摘した。

1 Introduction

インフレーションは初期宇宙を記述する有力な理論である。従来のビッグバン宇宙論が抱えていた地平線問題、平坦性問題、残存粒子問題などの観測的諸問題を解決した他、宇宙初期のスケール不変な密度ゆらぎも予言したことは周知のとおりである。更に、BICEP2 の CMB の B モード偏光の解析結果からインフレーション由来の重力波 (原始重力波) の痕跡を捉えたという報告は衝撃的で、もしも本当ならば、インフレーション理論が実証されたといっても過言ではないように思われる。

しかしながら、インフレーションを引き起こすスカラー場「インフラトン」の正体は未だに特定されていない。これまで超対称性理論やストリング理論、高次元理論などから有効的に現れるスカラー場をそれとみなし、様々なモデルが組み立てられてきた。だがこれらの理論自身の正しさは実験的な検証が難しく、それ故にこれらの理論に基づいたインフレーションのシナリオも幾分非現実的な性格を帯びてしまうことは否定できない。インフラトンを未知の粒子ではなく既知の粒子によって説明できれば、そのような心配は無用である。

その期待に答える可能性のあるモデルとして、ヒッグス粒子をインフラトンとみなす「ヒッグスインフレーション」が近年、提唱された [1]。勿論、ヒッグスをインフラトンとみなすモデルは昔から考案されているが、うまくいかないことがわかっていた。従来のものとの違いは、モデルの中にヒッグスと重力との結合項 $\xi\Phi^\dagger\Phi R$ (ξ : 不定パラメータ) が含まれていることである。この項は曲がった時空上で量子効果を計算する際に現れてくる。求められるスペクトル指数、テンソルスカラー比は $n_s \simeq 0.97$, $r \simeq 0.0033$ と、BICEP2 の結果には反するが、WMAP や PLANCK の結果には好ましい値となっている。具体的な議論については [1] を見て頂きたい。

ヒッグスインフレーションから何か興味深い現象が予言できないかを調べるべく、今回我々はその下での電弱ゲージ場のふるまいに着目した。その理由の背景として、インフレーションによる原始宇宙磁場生成の研究がある [1]。宇宙には天体由来の様々な磁場が存在するが、銀河間という大きなスケールにも 1μG 未満とわずかながら磁場が広がっていることが近年観測などから示唆されている。銀河間には天体はほとんど存在しないことから、銀河間磁場は宇宙初期に生成された原始磁場の名残である可能性がある。インフレーションによる原始磁場について、従来はマクスウェル理論の U(1) ゲージ場をインフラトンと結合させるなどして生成させていた。しかしインフレーションのエネルギースケールではゲージ場は電弱相互作用の形をとっていることが自然である。その為、電弱ゲージ場を扱うことは我々の研究の動機のひとつである。

この収録の構成としては、まずは二章で扱うモデルや場の配位について述べた後、三章でそこから導かれる方程式によるゲージ場の振る舞いについて説明

[1]原始磁場を生成させるシナリオは他にも候補があるが、ここでは言及しない。

し、それが磁場生成につながることを四章で確認する。最後に五章で結論と今後の展望について述べる。

2 Higgs Inflation with electroweak theory

まずは作用を次のように与える：

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{M_{pl}^2}{2}R + \xi\Phi^\dagger\Phi R - \frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{a\mu\nu} - (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) - \lambda\left(\Phi^\dagger\Phi - \frac{v_0^2}{2}\right)^2\right] . \quad (1)$$

(1) 式の一段目は重力項及びヒッグスとの結合項であり、パラメータ ξ の値としてインフレーションの実現可能な範囲は $1 \ll \sqrt{\xi} \lll 10^{17}$ である [1]。二段目はゲージ場の作用で、$F^a_{\mu\nu}$ を $SU(2)_L$ ゲージ、$G_{\mu\nu}$ を $U(1)_Y$ ゲージの場の強さと定義し、それぞれ $F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + gf^{abc}A^b_\mu A^c_\nu$、$G_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ とゲージポテンシャルを使って表される。三段目はヒッグス場の作用で、$D_\mu\Phi$ は

$$D_\mu\Phi = \left(\partial_\mu - i\frac{g}{2}\tau^a A^a_\mu - i\frac{g'}{2}B_\mu\right)\Phi \quad (2)$$

と書かれる。g、g' は各々のゲージの結合定数で、τ^i はパウリ行列ある。

宇宙の計量は次の様な閉じた一様・非等方な計量

$$ds^2 = -N^2dt^2 + a_1(t)^2((\sigma^1)^2 + (\sigma^2)^2) + a_3(t)^2(\sigma^3)^2 \quad (3)$$

を与える。N はラプス関数で $N = 1$ とする。σ^i は Maurer-Cartan 1-形式と呼ばれるもので、ここでは空間のトポロジー S^3 の正規直交基底の役割を成している。また、

$$d\sigma^i = \epsilon^{ijk}\sigma^j \wedge \sigma^k \quad (4)$$

を満たす。ここでスケール因子が非等方な理由は $U(1)_Y$ ゲージポテンシャルの成分を

$$\mathbf{B} = h(t)\sigma^3 \quad (5)$$

と方向づけていることに起因する。なお、ここではゲージ場は空間依存性のない一様なものと仮定する。

ヒッグス場は

$$\Phi = \frac{v}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} x^2 + ix^1 \\ x^4 - ix^3 \end{pmatrix} \quad (6)$$

の形から、$SU(2)_L$ ゲージ変換により

$$\Phi \to H^{-1}\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} , \quad (7)$$

の形に変形できる。ここで $H = x^4 + ix^i\tau^i$ $(i = 1, 2, 3)$ は $SU(2)_L$ 群の元であり、座標成分は $(x^i)^2 + (x^4)^2 = 1$ の関係を満たす。この変換で自明な配位の $SU(2)_L$ ゲージ場は

$$-iH^{-1}dH = \sigma^j\tau^j . \quad (8)$$

の形になる。

以上の議論からヒッグス場の配位を

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v(t) \end{pmatrix} . \quad (9)$$

とし、$SU(2)_L$ ゲージポテンシャルは

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2g}[f_1(t)(\sigma^1\tau^1 + \sigma^2\tau^2) + f_3(t)\sigma^3\tau^3] \quad (10)$$

となる配位を考える。係数が異なるのは先ほどの $U(1)_Y$ ゲージ場の非等方な配位に起因する。また、スケール因子を便宜上、等方な部分 $\alpha(t)$ と非等方な部分 $\beta(t)$ に分け、

$$a_1(t) \equiv e^{\alpha(t)+\beta(t)},\ a_3(t) \equiv e^{\alpha(t)-2\beta(t)} \quad (11)$$

と書き換える。これらの条件式を作用に代入し、各々の項を変分することで系の運動方程式が得られるが、ここでは式の羅列は避け、具体的に記すことは割愛する。詳細が気になる方は [2] を参照して頂きたい。

3 Cosmologiccal dynamics of gauge fields

インフレーション中、ゲージ場は振動しながら減衰していくが、インフレーション後にゲージ場の成分についての運動方程式は次のように近似できる:

$$\ddot{f}_1 + \frac{g^2}{4}v(t)^2 f_1 \simeq 0 \quad (12)$$

$$(\ddot{f}_3 - g'\ddot{h}) + \frac{g^2 + g'^2}{4}v(t)^2(f_3 - g'h) \simeq 0 \quad (13)$$

この時ヒッグス場はポテンシャルの底に落ち込み激しく振動する。したがってゲージ場は式の形からパラメータ共鳴を起こし、振幅が増大する現象が見られる。その様子は図 1 を見て頂きたい。

4 Generation of magnetic fields

電磁場のゲージポテンシャル A_{em} はワインバーグ角 $\theta_W = \tan^{-1}(g'/g)$ を用いて A^3 と B の線形結合

$$\begin{aligned} A_{em} &= A^3 \sin\theta_W + B\cos\theta_W \\ &= \frac{1}{\sqrt{g^2+g'^2}}\left(g'\frac{f_3}{g} + gh\right)\sigma^3 \equiv h_{em}\sigma^3. \quad (14) \end{aligned}$$

で与えられる。これより場の強さは

$$F_{em} = dA_{em} = \frac{\dot{h}_{em}}{a_3 N} e^0 \wedge e^3 + \frac{2h_{em}}{a_1^2} e^1 \wedge e^2 \ . \quad (15)$$

と計算でき、磁場成分

$$B_3 = \frac{2h_{em}}{a_1^2}. \quad (16)$$

が現れることがわかる。
観測から示唆されている銀河間磁場の範囲は

$$10^{-15}[\mathrm{G}] \lesssim B_{obs} \lesssim 10^{-9}[\mathrm{G}] \ . \quad (17)$$

である。現在の温度 $T_{obs} \sim 10^{-4}[\mathrm{eV}] = 10^{-13}[\mathrm{GeV}]$ から宇宙の再加熱の時の温度 T_{reh} を $B_{reh}/B_{obs} = (a_{obs}^2/a_{reh})^2 = (T_{reh}/T_{obs})^2$ の比例関係を用いることで見積もることができる。$1[\mathrm{G}] \simeq 10^{-20}[\mathrm{GeV}^2]$ と換算して、

$$\begin{aligned} 10^{11}\left(\frac{T_{reh}}{10^{10}[\mathrm{GeV}]}\right)^2 [\mathrm{GeV}^2] &\lesssim B_{reh} \\ \lesssim 10^{17}\left(\frac{T_{reh}}{10^{10}[\mathrm{GeV}]}\right)^2 [\mathrm{GeV}^2] \ . \quad (18) \end{aligned}$$

が得られる。再加熱温度の値によっては図 2、図 3 を見るとわかるように、観測から要求される条件を満たす量が生成されることがわかる。

5 Conclusion

今回、我々はヒッグスインフレーションにおける電弱ゲージ場のダイナミクスを解析した。インフレーション終了後、ゲージ場はヒッグス場との結合を介して共鳴を起こすことで振幅が増大し、結果として原始磁場が生成されることがわかった。その量も観測からの制限を条件次第では満たされることを確認した。しかしながら磁場は激しく振動していることからもわかるように、これを直接観測され得る磁場と結びつけることはできない。詳細な磁場の性質を調べるためには、具体的な再加熱の過程や、非一様性の進化も追う必要がある。これらについては今後の課題とする。

6 Reference

[1]F. L. Bezrukov and M. Shaposhnikov, Phys. Lett. B **659**, 703 (2008) [arXiv:0710.3755 [hep-th]].

[2]I. Obata, T. Miura and J. Soda, arXiv:1405.3091 [hep-th] accepted for publication in Phys. Rev. D.

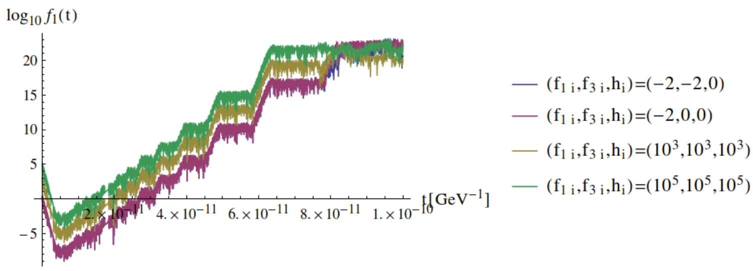

図 1: インフレーション後の $f_1(t)$ の時間発展の様子。ゲージ場の初期値をいくつかのパターンで選んでいる。インフレーション後に振幅が増大していることがわかり、$f_3(t)$、$h(t)$ についても同様の振る舞いが確かめられる [2]。また、スケール因子の初期値は $\alpha_i = -20, \beta_i = 0$ としている。

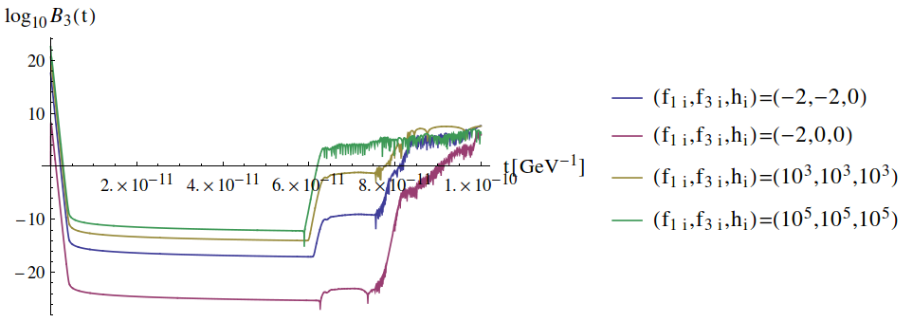

図 2: インフレーション後の $B_3(t)$ の時間発展の様子。ゲージ場の初期値をいくつかのパターンで選んでいる。ゲージ場の初期値に依らず、最終的な値は同じオーダーに近づいていることがわかる。初期値として磁場がゼロの場合 ($(f_{1i}, f_{3i}, h_i) = (-2, 0, 0)$) でも生成される。また、スケール因子の初期値は $\alpha_i = -20, \beta_i = 0$ としている。

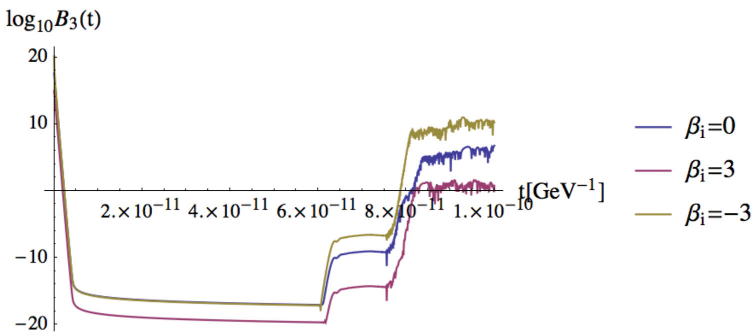

図 3: インフレーション後の $B_3(t)$ の時間発展の様子。ゲージ場の初期値とスケール因子の等方な成分は $f_{1i} = -2, f_{3i} = -2, h_i = 0, \alpha_i = -20$ とし、β の初期値をいくつかの場合で試している。グラフから、宇宙の非等方性が最終的な磁場の量に大きく関わっていることがわかる。これは β がインフレーション中も減衰せず、インフレーション後も残っていることが原因である [2]。