Domain wall cosmology

樋口 将文 (名古屋大学大学院 理学研究科)

Abstract

任意の warp factor に対し、その warp factor を Einstein 方程式やスカラー場の方程式の解とするような模型を、スカラー場を重力と結合させることによって構成することが出来る。これは再構築 (reconstruction) と呼ばれる方法で、この方法により 4 次元時空が高次元中の domain wall として実現される厳密解をもつ模型を構成することができる。一般に reconstruction による domain wall 解には ghost が現れる。コンパクト化や warp factor をうまく選ぶことにより、ghost が現れない模型を構成することが出来る。スカラー場を 2 つ入れた模型では reconstruction により一般の Friedmann-Robertson-Walker(FRW) 宇宙が domain wall 上で再現される模型を構成することができる。一般に domain wall 宇宙模型では 4 次元重力子も domain wall 上に局所化できるとは限らないため調べる必要がある。本講演では [1] に基いて一般の FRW 宇宙 domain wall 模型の構成法とその Brans-Dicke 型模型および 4 次元重力子の局所化について説明する。Brans-Dicke 型模型では一般の FRW 宇宙が domain wall に埋め込まれた、ghost-free な模型を構成することができる。次元重力子と 4 次元の一般の FRW 宇宙における重力子のふるまいとを比較すると warp factor の時間依存性として違いが現れた。これは warp factor の時間変化が十分遅い場合は無視できる。このとき warp factor が domain wall から離れると十分速く $-\infty$ に近づけば 4 次元重力子は domain wall 上に局所化されているとみなすことができる。

1 Introduction

これまで多くの brane 宇宙模型が提唱されてきた [2, 3, 4]。しかし、その起源や brane が構成されるメカニズムについては明らかにされていない。2 つの scalar 場を導入して再構築を行うことにより 5 次元に埋め込まれた domain wall 宇宙を構成することができる [5]。brane は domain wall の厚さが 0 の極限として得られる。domain wall 宇宙では標準模型が予言する粒子は domain wall 上に局所化されるが、重力は時空の歪みそのものであるため 4 次元重力子が domain wall に局所化するかどうか調べる必要がある。また、再構築の一つの問題点として一般に ghost が現れる。ghost は運動項が逆符号で現れるためエネルギーが際限なく小さくなり、物理的に問題である。これに関し、Sec.2 では再構築により一般の FRW 宇宙が埋め込まれた domain wall 模型を構成し、ghost が現れない特別な scale factor と warp factor の例を示す。Sec.3 ではこの特別な時間発展をする模型を共形変換をすることで任意の時間発展を記述できる Brans-Dicke 型の宇宙模型を構成する方法を説明する。さらに Sec.4 で 4 次元重力子の局所化について説明する。

2 Reconstruction

5 次元時空に一般の FRW 宇宙が任意の warp factor $u(w,t)$ で埋め込まれた計量は

$$ds^2 = dw^2 + e^{u(w,t)} ds^2_{\mathrm{FRW}} \tag{1}$$

$$ds^2_{\mathrm{FRW}} = -dt^2 + a(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\phi^2 \right) \tag{2}$$

で与えられる。2 つの scalar 場を用いた作用

$$S_{\varphi\chi} = \int d^5x \sqrt{-g} \left[\frac{R}{2\kappa^2} - \frac{1}{2} A(\varphi,\chi)\partial_A\varphi\partial^A \right. \\ \left. - B(\varphi,\chi)\partial_A\varphi\partial^A\chi - \frac{1}{2}C(\varphi,\chi)\partial_A\chi\partial^A\chi - V(\varphi,\chi) \right] \tag{3}$$

が提唱された。この作用において $\varphi = t, \chi = w$ と仮定し、(1) が解となるように係数 A, B, C, V を決定

する。

$$A = -\ddot{u} + \frac{1}{2}\dot{u}^2 - 2\frac{\ddot{a}}{a} + 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\dot{a}\dot{u}}{a} + 2\frac{k}{a^2} \tag{4}$$

$$B = -\frac{3}{2}\dot{u}' \tag{5}$$

$$C = -\frac{3}{2}u'' - \frac{1}{2}e^{-u}\left(\ddot{u} + \dot{u}^2 + 2\frac{\ddot{a}}{a} + 5\frac{\dot{a}\dot{u}}{a} + 4\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 4\frac{k}{a^2}\right) \tag{6}$$

$$V = -\frac{3}{4}\left[u'' + 2u'^2 - e^{-u}\left(\ddot{u} + \dot{u}^2 + 2\frac{\ddot{a}}{a} + 5\frac{\dot{a}\dot{u}}{a} + 4\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 4\frac{k}{a^2}\right)\right] \tag{7}$$

このとき $|w| \to \infty$ で $u(w,t)$ が十分速く $-\infty$ になればエネルギー密度が $w = 0$ に局所化され、domain wall を構成できる。ここで一般に行列 $\begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix}$ の固有値の少なくとも一つが負になるので ghost が現れることが分かる。[5] では $k = 0$ の場合に ghost が現れない例がいくつか示された。ここでは例として

$$a(t) = a_0 t^{h_0} \tag{8}$$

$$e^{u(w,t)} = T(t)W(w) \tag{9}$$

$$T(t) = T_1 t^{1-3h_0} + T_2 t^{-2h_0} \tag{10}$$

$$W(w) = e^{-\sqrt{1+\frac{w^2}{w_0^2}}} \tag{11}$$

を考える。ここで a_0, h_0, T_1, T_2, w_0 は定数である。このとき係数 A, B, C とポテンシャル V は

$$A = \frac{1}{\kappa^2}\frac{3}{2}\left(\frac{\dot{T}(t)}{T(t)} + \frac{2h_0}{t}\right)^2 \tag{12}$$

$$B = 0 \tag{13}$$

$$C = \frac{1}{\kappa^2}\frac{3}{2}w_0^{-2}\left(1 + \frac{w^2}{w_0 2}\right)^{-3/2} \tag{14}$$

$$V = -\frac{1}{\kappa^2}\frac{3}{4w_0^2}\left[2 - \frac{2}{1+\frac{\chi^2}{w_0^2}} - \left(1 + \frac{\chi^2}{w_0^2}\right)^{-3/2}\right] \tag{15}$$

となる。行列 $\begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix}$ の固有値はともに正なので ghost が現れないことが分かる。

3 Brans-Dicke type model

既に述べたように作用 (3) の模型は一般に ghost が現れる。前節の具体的な ghost が現れない模型を共形変換して任意の時間発展を記述する Brans-Dicke 型の模型を構成する。そこで共形時間

$$d\tau = \frac{dt}{a(t)} \tag{16}$$

を用いる。計量 (2) は

$$ds^2_{\mathrm{FRW}} = a(t(\tau))^2\left[-d\tau^2 + dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2\right] \tag{17}$$

となる。ここでは簡単のために $k = 0$ とした。ここで scale factor および warp factor を (8-11) に選んで共形時間で書いたものを $\tilde{a}(\tau)$ と書く。このとき τ と t の関係は

$$\tau = \frac{t^{1-h_0}}{(1-h_0)a_0} \tag{18}$$

となる。ここで新たな scalar 場を

$$\tilde{\varphi}(t) = \frac{\varphi^{1-h_0}}{(1-h_0)a_0} \tag{19}$$

と定義すると $\tilde{\varphi} = \tau$ と書ける。計量 g_{AB} に対して共形変換

$$g_{AB} \to e^{-2\Theta(\varphi)}g_{AB} \tag{20}$$

を行う。Θ を任意の scale factor$A(\tau)$ を用いて

$$e^{2\Theta(t)} = \frac{A(\tau)^2}{\tilde{a}(t(\tau))^2} \tag{21}$$

とすると新たな計量は任意の時間発展を記述することができる。このとき作用は

$$S_{\varphi\chi} = \int d^5x\sqrt{-g}\left\{\frac{e^{-3\Theta(\varphi)}R}{2\kappa^2} - \frac{1}{2}e^{-3\theta(\varphi)}\left(A(\varphi,\chi) - \frac{12}{\kappa^2}\Theta'(\varphi)\right)\partial_A\varphi\partial^A\varphi - e^{-3\Theta(\varphi)}B(\varphi,\chi)\partial_A\varphi\partial^A\chi - \frac{1}{2}e^{-3\Theta(\varphi)}C(\varphi,\chi)\partial_A\chi\partial^A\chi - e^{-5\Theta(\varphi)}V(\varphi,\chi)\right\} \tag{22}$$

となり、これは Jordan frame の作用とみなせる。

4 Localization of 4 dimensional graviton

まず最初に作用

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{R}{2\kappa^2} - \frac{\omega(t)}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - \mathcal{V}(\varphi)\right) \tag{23}$$

を考える。$\varphi = \varphi(t)$ とすると (3) はこれを 5 次元に拡張したものだと考えられる。また、通常の FRW 模型と比較して scalar 場符号が時間依存することが許されており、non-canonical な scalar 場になり得るという意味で拡張された FRW 宇宙模型と考えることができる [6]。計量を FRW 計量に仮定して再構築により係数 $\omega(t)$ とポテンシャル $\mathcal{V}(\varphi)$ を決めると

$$\omega = 2\left(-\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2}\right) \tag{24}$$

$$\mathcal{V} = \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{2\dot{a}^2}{a^2} + \frac{2k}{a^2} \tag{25}$$

となり一般に $\omega < 0$ となり得るので、やはりこの場合も ghost が現れる。摂動

$$g_{\mu\nu} \to h_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \tag{26}$$

を考え、gauge 条件

$$h_{0\mu} = \nabla^i h_{ij} = h^i{}_i = 0 \tag{27}$$

を課すと重力子 h_{ij} が従う運動方程式は

$$\left(2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}}{a}\partial_t - \partial_t^2 + \frac{\triangle}{a^2}\right)h_{ij} = 0 \tag{28}$$

となる。

次に (3) の模型に対して 4 次元重力子の局所化について調べる。そこで摂動

$$g_{AB} \to g_{AB} + h_{AB} \tag{29}$$

を考える。さらに

$$h_{Aw} = 0 \tag{30}$$

を仮定し、gauge 条件

$$h_{0\mu} = \nabla^i h_{ij} = h^i{}_i = 0 \tag{31}$$

を課す。このとき $h_{ij}(w, x) = e^{w,t}\hat{h}_{ij}(x)$ を仮定することにより 4 次元重力子 $\hat{h}_{ij}(x)$ が従う運動方程式は

$$\left(2\frac{\dot{a}\dot{a}}{a} - \dot{u}\partial_t + 2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}}{a}\partial_t - \partial_t^2 + \frac{\triangle}{a^2}\right)\hat{h}_{ij} = 0 \tag{32}$$

となる。$|w|$ が大きくなるとき十分速く u が $-\infty$ になれば 4 次元重力子は局所化される。このとき $\dot{u}\left(2\frac{\dot{a}}{a} - \partial_t\right)\hat{h}_{ij} = 0$ であれば 4 次元の場合の結果 (28) と一致する。したがって $u(w,t)$ の時間変化が十分に小さければ $\hat{h}_{ij}$ は (23) の模型の重力子と同じふるまいをする。もし $\dot{u}$ が無視できなければいくらかの補正が現れる可能性がある。

5 Conclusion

2 つの scalar 場を用いた再構築により Brans-Dicke 型 4 次元 domain wall 宇宙模型を構成した。再構築は scale factor と warp factor の両方を任意にとれるような計量を厳密解としてもつ作用を構成することができるが、一般に ghost が現れるという問題があった。ここで構成した方法では ghost が現れないような特別な scale factor と warp factor を選び、それを共形変換することで任意の時間発展を記述する計量に frame を変更した。また、この模型では Randall-Sundrum 模型 [4] と同様に 4 次元重力子が domain wall に局所化される。domain wall 上の 4 次元重力子の方程式は同様の 4 次元模型 [6] と比較して、warp factor の時間微分に比例した余分な因子が現れた。この違いが無視できない場合は摂動として寄与し、CMB の観測などにより発見される可能性が期待できる。

domain wall の厚さが 0 の極限として brane が得られる。brane 模型では brane の運動を考える場合などに境界条件を課す必要がある。また、一般に brane bending mode による ghost も現れる。domain wall 模型ではこの境界条件と brane bending mode による ghost は存在しない。domain wall の厚さ 0 の極限をとるとき、境界条件は自然に現れ、domain wall 模型で一般に現れる ghost が brane 上で brane bending mode からくる ghost として現れると考えられる。

残されている問題点として domain wall の安定性がある。安定性を議論するためには scalar 場 φ, χ も含めた時間に依存する摂動を考える必要がある。

Reference

[1] M. Higuchi and S. Nojiri, "Reconstruction of Domain Wall Universe and Localization of Gravity," arXiv:1402.1346 [hep-th].

[2] G. Dvali, G. Gabadadze, and M. Porrati, "4-D gravity on a brane in 5-D Minkowski space," *Phys.Lett.* **B485** (2000) 208–214, arXiv:hep-th/0005016 [hep-th].

[3] L. Randall and R. Sundrum, "A Large mass hierarchy from a small extra dimension," *Phys.Rev.Lett.* **83** (1999) 3370–3373, arXiv:hep-ph/9905221 [hep-ph].

[4] L. Randall and R. Sundrum, "An Alternative to compactification," *Phys.Rev.Lett.* **83** (1999) 4690–4693, arXiv:hep-th/9906064 [hep-th].

[5] Y. Toyozato, K. Bamba, and S. Nojiri, "Scalar Domain Wall as the Universe," *Phys.Rev.* **D87** no. 6, (2013) 063008, arXiv:1202.5375 [hep-th].

[6] S. Nojiri and S. D. Odintsov, "Unifying phantom inflation with late-time acceleration: Scalar phantom-non-phantom transition model and generalized holographic dark energy," *Gen.Rel.Grav.* **38** (2006) 1285–1304, arXiv:hep-th/0506212 [hep-th].