

## 標準光源観測に対する局所的な非一様性の影響

岩田 健吾 (名古屋大学大学院 理学研究科)

### Abstract

標準光源である Type Ia 型の超新星 (SNe) の観測と宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) の温度揺らぎの観測から独立に決定される宇宙論パラメータの値は異なる可能性がある。それは SNe の観測データの解析で局所的な物質分布の非一様性を考慮にいれていない距離と赤方偏移の関係を用いていることが原因であると考えられる。非一様性を考慮に入れた関係を用いれば二つの観測から決まる宇宙論パラメータの値のずれは解消できるはずである。Dyer-Roeder 近似によって、非一様性を考慮に入れた距離と赤方偏移の関係を用いることでずれを解消することができた。このことから SNe と CMB の観測によって決まる宇宙論パラメータの値の違いから局所的な物質分布の非一様性の情報を得ることができると示された。

## 1 Introduction

我々の宇宙は一様等方性を仮定した Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) model によって良く記述できる。実際、100Mpc 以上のスケールでは一様等方であるとみなせるが、それ以下のスケールでは銀河、銀河団などに起因する物質分布の非一様性が存在する。10kpc 以下のスケールでの宇宙の構造は理論的にも観測的にも明らかになっていない。ここでは、観測データから間接的に物質分布の局所的な非一様性の情報が得られる可能性を示す。

宇宙論的な観測の代表的なものとして、標準光源である Type Ia 型の超新星 (SNe) 爆発の観測と宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) の温度揺らぎの観測がある。二つの観測から独立に決定された宇宙論パラメータの値は無矛盾であるとされている。しかし、SNe の物理過程に対する理解はまだ不十分であるのが現状である。理解が進み、観測の精度が上がることで、二つの観測結果に矛盾が生じることは十分にあり得る。その場合の二つの観測から決定された宇宙論パラメータの値のずれは一つの見方として、次のように理解することができる。

SNe の典型的な angular size は  $10^{-7}$  秒角であるのに対し、Planck 衛星による観測での CMB の温度揺らぎの最も小さなスケールの angular size は 5 分角程度である (P. Fleyry et al. (2013))。二つの観測が全く異なるスケールの観測であることが分かる。それゆえに観測に対する局所的な非一様性の影響も

異なることが予期される。CMB の観測は大局的なスケールの観測なので、局所的な非一様性の影響は十分小さいと考えられる。一方で、SNe の観測はそのような非一様性から影響を受けやすいと考えられる。SNe の観測データから宇宙論パラメータの値を決定するには距離と赤方偏移の関係が用いられるが、局所的な非一様性を考慮したものではない。このことが SNe と CMB の観測結果の間に生じる矛盾の原因である。

逆に言えば、SNe と CMB の二つの観測から独立に決定される宇宙論パラメータのずれから局所的な非一様性の情報を得ることができる。そのためには局所的な物質分布の非一様性を考慮に入れた距離と赤方偏移の関係が必要である。

ここでは最も簡単な近似法である Dyer-Roeder 近似 (C.C. Dyer and R. C. Roeder. (1973)) を用いる。この近似法では物質分布の局所的な非一様性を表す現象論的なパラメータ  $\alpha$  を導入する。物質分布の非一様性として、全物質のうちの割合  $\alpha$  の物質が一様に分布し、残りの物質は銀河・銀河団などに束縛されている (clumps) 状況を考える。それゆえ、 $\alpha$  は smoothness parameter と呼ばれている。二つの観測から決まる宇宙論パラメータのずれから smoothness parameter を決定することにより、局所的な非一様性の情報が得られる。

以下では、幾何単位系 ( $c=G=1$ ) を用いる。

## 2 Dyer-Roeder 方程式

Dyer-Roeder(DR) 近似によって、局所的な物質分布の非一様性を考慮に入れた距離は DR distance と呼ばれている。DR distance が従う微分方程式 (DR 方程式) を導出する。

局所的な物質分布の非一様性が存在するが、大局的には一様等方的であるとして、宇宙は Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) model によってよく記述できると仮定する。Robertson-Walker metric は

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left\{ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right\} \quad (1)$$

であり、 $a(t)$  は scale factor、 $k$  は constant curvature である。Einstein 方程式は次式で与えられる。

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\mathcal{R}g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} \quad (2)$$

ここで、 $R_{\mu\nu}$ ,  $\mathcal{R}$ ,  $g_{\mu\nu}$  はそれぞれ、Ricci tensor, Ricci scalar, metric である。宇宙のエネルギー成分として、非相対論的な物質、ダークエネルギー、曲率を考える。ダークエネルギーに対する状態方程式は  $p_{de} = w\rho_{de}$  で与えられる。ただし、 $p_{de}$ ,  $\rho_{de}$  はダークエネルギーの圧力、エネルギー密度である。energy-momentum tensor は一様等方性から完全流体の形のものに制限される。

$$T^{\mu\nu} = \{(\rho_m + \rho_{de}) + p_{de}\}U^\mu U^\nu - p_{de}g^{\mu\nu} \quad (3)$$

ここで、 $\rho_m$  は物質のエネルギー密度、 $U^\mu$  は共動体積要素の 4 元速度である。Friedmann 方程式から Hubble parameter は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} H(z) &= H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_{de}(1+z)^{3(1+w)} + \Omega_k(1+z)^2} \\ &\equiv H_0 F(z; w, \Omega_m, \Omega_{de}, \Omega_k) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $H_0$  は Hubble constant、 $\Omega_m, \Omega_{de}$  は物質、ダークエネルギーの密度パラメータであり、 $\Omega_k$  は次式を満たす。

$$\Omega_m + \Omega_{de} + \Omega_k = 1 \quad (5)$$

DR 方程式は Sach optical 方程式：

$$\frac{d^2}{dv^2} \sqrt{A} = -\frac{1}{2} R_{\mu\nu} k^\mu k^\nu \sqrt{A} \quad (6)$$

に基づいている。ここで、 $v$  は無次元 affine parameter、 $A$  は光線束の断面積、 $R_{\mu\nu}$  は Ricci tensor、 $k^\mu = dx^\mu/dv$  は光線の tangent vector である。shear の項については無視した。angular diameter distance  $d_A$  が  $\sqrt{A}$  に比例することと Einstein 方程式 (2)、次の赤方偏移と affine parameter の関係

$$\frac{dz}{dv} = (1+z)^2 F(z; w, \Omega_m, \Omega_{de}, \Omega_k) \quad (7)$$

を用いると、式 (6) は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} F(z) \frac{d}{dz} \left\{ (1+z)^2 F(z) \frac{d}{dz} D_A(z) \right\} \\ + \frac{3}{2} \Omega_m (1+z)^3 D_A(z) \\ + \frac{3}{2} \Omega_{de} (1+w) (1+z)^{3(1+w)} D_A(z) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 $D_A \equiv H_0 d_A$  は dimensionless angular diameter distance である。

局所的な物質分布の非一様性を考慮に入れるために Dyer-Roeder 近似 (C.C. Dyer and R. C. Roeder. (1973)) を用いる。この近似法では非一様性を特徴づける現象論的なパラメータとして  $\alpha$  を導入する。物質は一様に分布するものと銀河や銀河団に束縛されているものに分けられるとし、一様に分布している物質の割合を  $\alpha$  とする。それゆえに  $\alpha$  は smoothness parameter と呼ばれている。 $\alpha = 1$  が完全に一様な場合に対応している。一様に分布する物質の割合が時間変化するとすれば、 $\alpha$  を redshift の関数として表すことができる。

宇宙初期での物質分布は一様であったと考えられるので、十分大きな redshift では smoothness parameter は 1 に漸近すると考えられる。このことと smoothness parameter の定義から  $\alpha(z)$  は次の条件を満たす必要がある。

$$\begin{cases} 0 \leq \alpha(z) \leq 1 \\ \alpha(z) \rightarrow 1 \quad (z \rightarrow \infty) \end{cases} \quad (9)$$

光線束が clumps を通らないと仮定すると、光は実効的に一様に分布する物質のみから影響を受ける

ことになる。よって、式 (8) 中の energy-momentum tensor 由来の  $\Omega_m$  を  $\alpha(z)\Omega_m$  に置き換えることにより、局所的な物質分布の非一様性を考慮した距離と赤方偏移の関係を得ることができ、次の Dyer-Roeder 方程式を得る。

$$F(z) \frac{d}{dz} \left\{ (1+z)^2 F(z) \frac{d}{dz} D_{DR}(z) \right\} + \frac{3}{2} \alpha(z) \Omega_m (1+z)^3 D_{DR}(z) + \frac{3}{2} \Omega_{de} (1+w) (1+z)^{3(1+w)} D_{DR}(z) = 0 \quad (10)$$

ここで、 $D_{DR}(z)$  は Dyer-Roeder distance であり、宇宙論パラメータと smoothness parameter に依存するので、次の表式を用いる。

$$D_{DR}(z) = D_{DR}(z; w, \Omega_m, \Omega_{de}, \Omega_k, \alpha(z)) \quad (11)$$

### 3 $\alpha(z)$ の決定

SNe の観測データから宇宙論パラメータを決定する際に局所的な物質分布の非一様性の影響は考慮されていない。 $\alpha(z) = 1$  が物質分布が一様な場合に対応しているので、SNe に対する observed distance は次のように与えられる。

$$D^{SNe}(z) = D_{DR}(z; w^{SNe}, \Omega_m^{SNe}, \Omega_{de}^{SNe}, \Omega_k^{SNe}, \alpha(z) = 1) \quad (12)$$

ここで、 $w^{SNe}, \Omega_m^{SNe}, \Omega_{de}^{SNe}, \Omega_k^{SNe}$  は SNe の観測から決定された宇宙論パラメータである。 $D^{SNe}(z)$  は初期条件

$$\begin{cases} D|_{z=0} = 0, \\ \frac{dD}{dz}|_{z=0} = 1. \end{cases} \quad (13)$$

のもとで、DR 方程式 (10) を解くことによって得られる。

1 章で議論したように SNe と CMB の観測から決定される宇宙論パラメータの値は異なる可能性がある。宇宙論パラメータのずれから局所的な非一様性の情報を得るために、CMB から決定された宇宙論パラメータの値で  $D^{SNe}(z)$  を再現するように smoothness parameter を決定する。つまり、 $\alpha(z)$  は次式のよう

に表わされる。

$$\alpha(z) = - \frac{2}{3\Omega_m^{CMB}} \left\{ \frac{F^{CMB}(z)}{(1+z)^3 D^{SNe}(z)} \times \frac{d}{dz} \left\{ (1+z)^2 F^{CMB}(z) \frac{d}{dz} D^{SNe}(z) \right\} + \Omega_{de}^{CMB} (1+w^{CMB}) (1+z)^{3w^{CMB}} \right\} \quad (14)$$

ここで、 $w^{CMB}, \Omega_m^{CMB}, \Omega_{de}^{CMB}, \Omega_k^{CMB}$  は CMB の観測から決定された宇宙論パラメータであり、 $F^{CMB}(z) = F(z; w^{CMB}, \Omega_m^{CMB}, \Omega_{de}^{CMB}, \Omega_k^{CMB})$  である。

$D^{SNe}(z=0) = 0$  なので、 $z=0$  で  $\alpha(z)$  は特異となる。中心付近での漸近系の解析から、それを避けるためには次の条件式が満たされる必要があることが分かる。

$$3\Omega_m^{SNe} + 3(1+w^{SNe})\Omega_{de}^{SNe} + 2\Omega_k^{SNe} = 3\Omega_m^{CMB} + 3(1+w^{CMB})\Omega_{de}^{CMB} + 2\Omega_k^{CMB} \quad (15)$$

### 4 結果

CMB の観測から決定される宇宙論パラメータには Planck 衛星による観測結果 (Ade, P. A. R. et al. (2013)) を用いる。

$$\Omega_m^{CMB} = 0.32, \Omega_{de}^{CMB} = 0.68, \Omega_k^{CMB} = 0 \quad (16)$$

$w^{CMB}$  と SNe の観測から決定される宇宙論パラメータ  $w^{SNe}, \Omega_m^{SNe}, \Omega_{de}^{SNe}, \Omega_k^{SNe}$  の 5 つのパラメータがあるが、式 (5,15) により自由なパラメータは 3 つとなる。ここでは、表 1 にある 4 つの場合について考える。

表 1: 宇宙論パラメータの値

(1)	$w^{CMB} = -1$	$w^{SNe} = -1$	$\Omega_m^{SNe}$
(2)	$w^{CMB} = -1$	$\Omega_k^{SNe} = 0$	$w^{SNe}$
(3)	$w^{CMB} = -1.13$	$w^{SNe} = -1$	$\Omega_m^{SNe}$
(4)	$w^{CMB} = -1.13$	$\Omega_k^{SNe} = 0$	$w^{SNe}$

それぞれの場合で、 $\Omega_m^{SNe}$  もしくは  $w^{SNe}$  の値を変化させた時の  $\alpha(z)$  は図 1~4 のようになる。

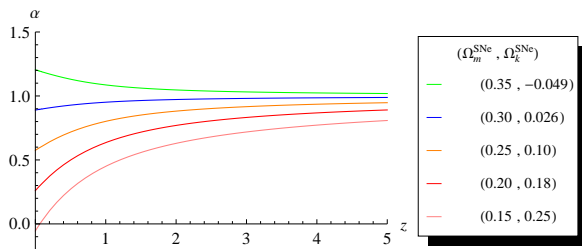


図 1: (1)  $w^{\text{CMB}} = -1, w^{\text{SNe}} = -1$  での  $\alpha(z)$

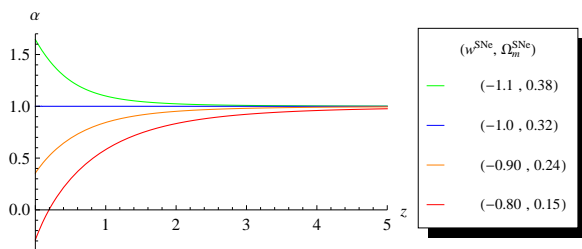


図 2: (2)  $w^{\text{CMB}} = -1, \Omega_k^{\text{SNe}} = 0$  での  $\alpha(z)$

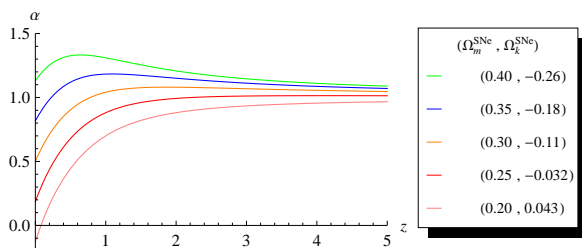


図 3: (3)  $w^{\text{CMB}} = -1.13, w^{\text{SNe}} = -1$  での  $\alpha(z)$

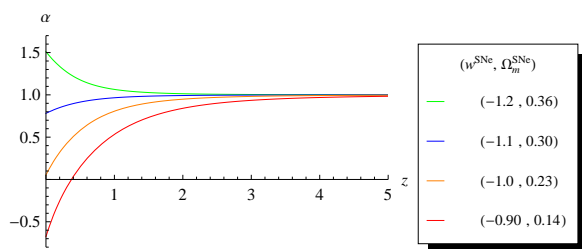


図 4: (4)  $w^{\text{CMB}} = -1.13, w^{\text{SNe}} = -1$  での  $\alpha(z)$

## 5 考察とまとめ

4つのいずれの場合においても smoothness parameter に対する条件 (9) を満たすような宇宙論パラメータの値の場合に限れば、 $\alpha(z)$  が単調増加関数（もしくは定数）となっていることが分かる。

ここで考えていた局所的な物質分布の非一様性は銀河や銀河団といった構造に由来するものであった。宇宙年齢の増加に伴い、構造形成が進むので、一様に分布する物質の割合は減少していくはずである。つまり、赤方偏移が大きくなるにつれて、一様に分布する物質の割合が増加する。このことは  $\alpha(z)$  の単調増加性に他ならない。

よって、条件 (9) を満足するような  $\alpha(z)$  が得られる宇宙論パラメータの値では、SNe と CMB の宇宙論パラメータのずれを局所的な物質分布の非一様性を考慮に入れることにより解消することができる。逆に、得られた  $\alpha(z)$  が条件 (9) を満たさない場合は非一様性では 2つの観測から決まる宇宙論パラメータのずれを説明できないことを示している。

以上から、SNe と CMB の観測から決まる宇宙論パラメータの値に隔たりがあった場合には、そのずれから局所的な物質分布の非一様性の情報が得られる可能性が示された。

## Reference

- P. Fleury, H. Dupuy and J. -P. Uzan, Phys. Rev. Lett. **111**, 091302 (2013)
- C. C. Dyer and R. C. Roeder, 1972, ApJ, **174**, L115
- C. C. Dyer and R. C. Roeder, 1973, ApJ, **180**, L31
- P. A. R. Ade et al. (Planck Collaboration) 2013, arxiv:1303.5076v2