弱い重力レンズ効果の 3 点統計による宇宙論解析

橋本　一彦 (京都大学大学院 理学研究科)

Abstract

銀河や銀河団の分布が示す構造である宇宙の大規模構造には、初期宇宙の物理や、宇宙の構成成分できまるパターンが含まれている。統計量からこのパターンを読み取れば、ダークマターやダークエネルギーの正体、一般相対論は正しいのか、といった宇宙の標準モデルが内包する謎に迫る手がかりとなる。この大規模構造の情報を読み取る手法の一つとして、銀河の弱い重力レンズ効果を用いた宇宙論解析に注目する。銀河の弱い重力レンズ効果とは、銀河から放出された光が観測者に届くまでに、その間の物質が作る重力場によって曲げられ、光源となる銀河の像が歪んで観測される現象である。特に、弱い重力レンズ効果と、銀河の密度分布の 3 点統計は、弱い重力レンズ効果の持つ利点を活かしながら、従来の主流であった 2 点統計と独立な宇宙論的情報が得られる新しい手法として期待できる。この統計量を実際の観測データを用いた宇宙論解析に応用していくための理論計算や、期待される成果について説明する。

1　Introduction

宇宙の始まりと進化の歴史を追う宇宙論研究は、宇宙の標準モデルの確立により多くの観測事実を説明できるようになった。しかし、この標準モデルの予言に従うと、宇宙はダークマターやダークエネルギーなど、構成成分の大部分が未知の物質であるという重大な謎が現れる。また、そもそも標準モデルの前提条件である原始ゆらぎのガウス性や、一般相対論は正しいのか、という疑問もいまだ払拭されていない。これらの問題は宇宙論研究のみならず、基礎物理学全体の大問題といえる。

宇宙の大規模構造には、初期宇宙の物理や、宇宙の構成成分できまるパターンが含まれており、このパターンに含まれる豊かな情報を読み取れば、上記の問題に迫る手がかりとなる。現在世界中で、高精度の大規模構造の統計データを得るために広視野サーベイが立案・稼働しており、国内でもすばる望遠鏡を用いた SuMIRe（Subaru Measurement of Image and Redshifts）プロジェクトが進行中で、将来的に質・量ともに優れた観測データが得られると期待されている。この優れたデータを最大限に活用するために、精密理論計算を用いた新しい宇宙論解析の手法を確立する必要がある。ここでは、そのような宇宙論解析の一つとして、弱い重力レンズ効果と銀河の密度分布の 3 点統計を用いた手法を紹介する。

2　Methods

観測される銀河の像は、観測者との間の天体が作る重力ポテンシャルの重力レンズ効果によって、実際の形から歪められている。弱い重力レンズ効果を考える場合には、一つ一つの銀河の歪みは小さく、元々の銀河固有の形と区別ができない。しかし、統計的に異なる銀河の像を重ね合わせることで重力レンズ効果による歪みの効果を抽出する事ができる。このようにして抽出される重力レンズ効果を特徴づける観測量として、convergence:κ と shear:γ_1, γ_2 がある。κ は像の拡大、縮小をあらわし、γ_1, γ_2 は像の変形の効果を表している。これらは測地線方程式を解く事で求める事ができ、観測者と光源となる銀河の間の物質密度ゆらぎを $\delta_m(\chi, \boldsymbol{\theta}, z)$ とすると次のようになる。ただし、$\chi, \boldsymbol{\theta}, z$ はそれぞれ、comuving distance、天球面上の 2 次元角度座標、赤方偏移であり、平坦な時空を仮定する。

$$\kappa(\boldsymbol{\theta}) = 4\pi G \int_0^{\chi_s} d\chi \frac{(\chi_s - \chi)\chi}{\chi_s} \times a^2(z(\chi))\bar{\rho}(z(\chi))\delta_m(\chi, \boldsymbol{\theta}, z(\chi)) \tag{1}$$

shear は convergence をフーリエ変換した $\kappa(\boldsymbol{l})$ を用いて次のように書くことができる。

$$\kappa(\boldsymbol{l}) = \int d\Omega \kappa(\boldsymbol{\theta}) e^{-i\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{\theta}} \tag{2}$$

$$\gamma_1(\theta) = \int \frac{d^2\boldsymbol{l}}{(2\pi)^2} \kappa(\boldsymbol{l}) \cos(2\varphi) e^{i\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{\theta}} \tag{3}$$

$$\gamma_1(\theta) = \int \frac{d^2\boldsymbol{l}}{(2\pi)^2} \kappa(\boldsymbol{l}) \sin(2\varphi) e^{i\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{\theta}} \tag{4}$$

この重力レンズ効果と、銀河密度ゆらぎ $\delta_g(\chi, \boldsymbol{\theta})$ の三点相関を考えたい。これは、次のように定義されるバイスペクトルによって表される。

$$< \delta_g(\boldsymbol{l}_1)\kappa(\boldsymbol{l}_2)\kappa(\boldsymbol{l}_3) > \equiv (2\pi)^2 B_{\kappa\kappa g}(l_1, l_2, l_3)\delta_{2D}(\boldsymbol{l}_1 + \boldsymbol{l}_2 + \boldsymbol{l}_3) \tag{5}$$

$$< \delta_g(\boldsymbol{l}_1)\delta_g(\boldsymbol{l}_2)\kappa(\boldsymbol{l}_3) > \equiv (2\pi)^2 B_{\kappa gg}(l_1, l_2, l_3)\delta_{2D}(\boldsymbol{l}_1 + \boldsymbol{l}_2 + \boldsymbol{l}_3) \tag{6}$$

ここで、$< >$ は統計平均を意味する。shear も convergence で表す事ができるので、簡単のためここからは重力レンズ効果は convergence で代表して表すことにする。この、天球面上での２次元のバイスペクトル $B_{\kappa\kappa g}, B_{\kappa gg}$ は、３次元の物質密度ゆらぎ δ_m と銀河密度ゆらぎ δ_g で定義される３次元のバイスペクトル

$$(2\pi)^3 B_{mhh}\delta_{3D}(\boldsymbol{k} + \boldsymbol{k}' + \boldsymbol{k}'') \equiv \langle \delta_m(\boldsymbol{k}, z)\, \delta_h(\boldsymbol{k}', z')\, \delta_h(\boldsymbol{k}'', z'') \rangle \tag{7}$$

$$(2\pi)^3 B_{mmh}\delta_{3D}(\boldsymbol{k} + \boldsymbol{k}' + \boldsymbol{k}'') \equiv \langle \delta_m(\boldsymbol{k}, z)\, \delta_m(\boldsymbol{k}', z')\, \delta_h(\boldsymbol{k}'', z'') \rangle \tag{8}$$

を用いて次のように表される。

$$B_{\kappa hh}(\boldsymbol{l}_1, \boldsymbol{l}_2, \boldsymbol{l}_3) = W_\kappa(z) \left(\frac{H(z)}{\chi^2(z)} \right)^2 \times B_{mhh}\left(\frac{\boldsymbol{l}_1}{\chi(z)}, \frac{\boldsymbol{l}_2}{\chi(z)}, \frac{\boldsymbol{l}_3}{\chi(z)}, z \right) \tag{9}$$

$$B_{\kappa\kappa h}(\boldsymbol{l}_1, \boldsymbol{l}_2, \boldsymbol{l}_3) = \left(\frac{W_\kappa(z) H(z)}{\chi^2(z)} \right)^2 \times B_{mmh}\left(\frac{\boldsymbol{l}_1}{\chi(z)}, \frac{\boldsymbol{l}_2}{\chi(z)}, \frac{\boldsymbol{l}_3}{\chi(z)}, z \right) \tag{10}$$

導出の際に、リンバー近似を用いた。

B_{mhh}, B_{mmh} を精密に計算するために、integrated Perturbation Theory(iPT) という手法を用いる。これは、バイスペクトルなどの統計量を、線形理論で記述できる初期物質密度ゆらぎを用いて系統的に計算する手法であり、高次の自己相互作用を自動的に取り入れる事ができる。以下でその手法を簡単に説明する。κ や δ_g を、線形密度ゆらぎ δ_L の関数だと考え、次のようにテイラー展開を行う。

$$\delta_X(\boldsymbol{x}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int d^3x_1 d^3x_2 \cdots d^3x_n \times K_n(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_2, \cdots, \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_n) \times \delta_L(\boldsymbol{x}_1)\, \delta_L(\boldsymbol{x}_2) \cdots \delta_L(\boldsymbol{x}_n) \tag{11}$$

ここで δ_X は、κ や δ_g など、任意の物質密度ゆらぎのバイアスされた関数であるとする。この表式にフーリエ変換を施すと、

$$\delta_X(\boldsymbol{k}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \int \frac{d^3k_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3k_2}{(2\pi)^3} \cdots \frac{d^3k_n}{(2\pi)^3} \times (2\pi)^3 \delta_{3D}(\boldsymbol{k}_{12\cdots n} - \boldsymbol{k}) K_n(\boldsymbol{k}_1, \boldsymbol{k}_2, \cdots, \boldsymbol{k}_n) \times \delta_L(\boldsymbol{k}_1)\, \delta_L(\boldsymbol{k}_2) \cdots \delta_L(\boldsymbol{k}_n) \tag{12}$$

となる。ただし、$\boldsymbol{k}_{12\cdots n} \equiv \boldsymbol{k}_1 + \boldsymbol{k}_2 + \cdots + \boldsymbol{k}_n$ である。この表式を用いて、バイスペクトルなどの多点相関を計算する場合には、次のような形で自己相互作用が現れる。

$$\begin{aligned} &<\delta_X(\boldsymbol{k})\delta_Y(\boldsymbol{p}) \cdots >= \cdots\cdots \\ &+ \frac{1}{n!} \int \frac{d^3k_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3k_2}{(2\pi)^3} \cdots \frac{d^3k_n}{(2\pi)^3} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \int \frac{d^3k'_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3k'_2}{(2\pi)^3} \cdots \frac{d^3k'_n}{(2\pi)^3} \\ &\times (2\pi)^3 \delta_{3D}(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}_{12\cdots n} - \boldsymbol{k}'_{12\cdots m}) \\ &\times K_{n+m}(\boldsymbol{k}_1, \cdots, \boldsymbol{k}_n, \boldsymbol{k}'_1, \cdots, \boldsymbol{k}'_m) \langle \delta_L(\boldsymbol{k}'_1)\, \delta_L(\boldsymbol{k}'_2) \cdots \delta_L(\boldsymbol{k}'_m) \rangle \\ &\times \cdots < \delta_L(\boldsymbol{k}_1) \cdots \delta_L(\boldsymbol{k}_n) \delta_L(\boldsymbol{p}_1) \cdots > + \cdots\cdots \end{aligned} \tag{13}$$

$\langle \delta_L(\boldsymbol{k}'_1)\, \delta_L(\boldsymbol{k}'_2) \cdots \delta_L(\boldsymbol{k}'_m) \rangle$ は m 次の自己相互作用の寄与を表している。iPT においては、この自己相互作用の高次の寄与を正確に取り入れるため、multi-point propagators: $\Gamma_X^{(n)}(\boldsymbol{k}_1 \cdots \boldsymbol{k}_n)$ を導入する。

$$(2\pi)^{3-3n} \delta_{3D}(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}_{12\cdots n})\, \Gamma_X^{(n)}(\boldsymbol{k}_1, \boldsymbol{k}_2, \cdots, \boldsymbol{k}_n) = \left\langle \frac{\delta^n \delta_X(\boldsymbol{k})}{\delta\delta_L(\boldsymbol{k}_1)\, \delta\delta_L(\boldsymbol{k}_2) \cdots \delta\delta_L(\boldsymbol{k}_n)} \right\rangle \tag{14}$$

この式の右辺の $\langle\ \rangle$ 内の δ_X を式（12）でテイラー展開し、$\frac{\delta\delta_L(\boldsymbol{k}_j)}{\delta\delta_L(\boldsymbol{k}_i)} = \delta_{3D}\left(\boldsymbol{k}_j - \boldsymbol{k}_i\right)$ として計算すると、テイラー展開の各項で n 個の積分が実行できる。よって式（14）は次のように変形される。

$$
\begin{aligned}
&(2\pi)^{3-3n}\,\delta_{3D}\left(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_{12\cdots n}\right)\Gamma_X^{(n)}\left(\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2,\cdots,\boldsymbol{k}_n\right)\\
=&\quad \frac{1}{(2\pi)^{3n}}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{m!}\int\frac{d^3k_1'}{(2\pi)^3}\frac{d^3k_2'}{(2\pi)^3}\cdots\frac{d^3k_n'}{(2\pi)^3}\\
\times&\quad (2\pi)^3\,\delta_{3D}\left(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_{12\cdots n}-\boldsymbol{k}'_{12\cdots m}\right)\\
\times&\quad K_{n+m}\left(\boldsymbol{k}_1,\cdots,\boldsymbol{k}_n,\boldsymbol{k}'_1,\cdots,\boldsymbol{k}'_m\right)\\
\times&\quad \left\langle\delta_L\left(\boldsymbol{k}'_1\right)\delta_L\left(\boldsymbol{k}'_2\right)\cdots\delta_L\left(\boldsymbol{k}'_m\right)\right\rangle
\end{aligned}
\tag{15}
$$

この式を用いると、式 (13) は次のように変形できる。

$$
\begin{aligned}
&<\delta_X(\boldsymbol{k})\delta_Y(\boldsymbol{p})\cdots>\\
&=\cdots\cdots+\frac{1}{n!}\int\frac{d^3k_1}{(2\pi)^3}\cdots\frac{d^3k_n}{(2\pi)^3}\\
&\quad\times(2\pi)^3\delta_{3D}\left(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_{12\cdots n}\right)\Gamma_X^{(n)}(\boldsymbol{k}_1\cdots\boldsymbol{k}_n)\\
&\quad\times\cdots<\delta_L(\boldsymbol{k}_1)\cdots\delta_L(\boldsymbol{k}_n)\delta_L(\boldsymbol{p}_1)\cdots>+\cdots\cdots
\end{aligned}
\tag{16}
$$

よって、各ダイアグラムの自己相互作用の寄与は、$\Gamma_X^{(n)}(\boldsymbol{k}_1\cdots\boldsymbol{k}_n)$ を用いることで取り入れられる。このiPTの手法を用いて、式（9），(10）を計算し、式 (5)，(6) に代入することでバイスペクトルを求める。

3 Results

密度ゆらぎが完全にガウス分布に従う場合、3点統計は値を持たない。従って、バイスペクトルは重力による非線形成長により生成される非ガウス性や、インフレーション時に生成される密度ゆらぎがもつ原始非ガウス性によって生成される。原始非ガウス性はいくつかのタイプに分類でき、特に非線形パラメータ:f_{NL}, g_{NL} を用いて原始曲率ゆらぎ $\Phi(\boldsymbol{x})$ が

$$
\begin{aligned}
\Phi(\boldsymbol{x}) =&\Phi_G(\boldsymbol{x})+f_{NL}(\Phi_G^2(\boldsymbol{x})-<\Phi_G^2(\boldsymbol{x})>)\\
&+g_{NL}\Phi_G^3(\boldsymbol{x})
\end{aligned}
\tag{17}
$$

という形で書ける時、この原始非ガウス性を local type と呼ぶ著者 C. (2013)。ここで、$\Phi_G(\boldsymbol{x})$ はガウス分布に従う。local type の非ガウス性による線形密度ゆらぎのバイスペクトル、トライスペクトルを計算すると、

$$
\begin{aligned}
B_L\left(k_1,k_2,k_3\right) =& 2f_{NL}M\left(k_1\right)M\left(k_2\right)M\left(k_3\right)\\
&\times\left[P_\Phi\left(k_1\right)P_\Phi\left(k_2\right)+P_\Phi\left(k_2\right)P_\Phi\left(k_3\right)\right.\\
&\left.+P_\Phi\left(k_1\right)P_\Phi\left(k_3\right)\right]
\end{aligned}
\tag{18}
$$

$$
\begin{aligned}
T_L\left(k_1,k_2,k_3,k_4\right) =& M\left(k_1\right)M\left(k_2\right)M\left(k_3\right)M\left(k_4\right)\\
&\times\left\{6g_{NL}\left[P_\Phi\left(k_1\right)P_\Phi\left(k_2\right)P_\Phi\left(k_3\right)+3perms\right]\right.\\
&+\frac{25}{9}\tau_{NL}[P_\Phi\left(k_1\right)P_\Phi\left(k_2\right)P_\Phi\left(\left|\boldsymbol{k}_1+\boldsymbol{k}_3\right|\right)\\
&\left.+11perms]\right\}
\end{aligned}
\tag{19}
$$

となる。ここで一般に、$\tau_{NL}\ \geq\ 36f_{NL}^2/25$ であり、P_Φ は原始曲率ゆらぎのパワースペクトルで、線形密度ゆらぎのパワースペクトル P_L と次のような関係で結ばれる。

$$
\delta_L\left(k\right) = M\left(k\right)\Phi\left(k\right) \tag{20}
$$

$$
M\left(k\right) = \frac{2}{3}\frac{D\left(z\right)}{D\left(z_*\right)\left(1+z_*\right)}\frac{k^2T\left(k\right)}{H_0^2\Omega_{m0}} \tag{21}
$$

$$
P_L\left(k\right) = M\left(k\right)^2P_\Phi\left(k\right) \tag{22}
$$

local type の non-gausianity の下で、iPT の手法を用いて式（5），(6）を計算すると、次のような結果が得られる。

$$
\begin{aligned}
&B_{XYZ}\left(\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2,\boldsymbol{k}_3\right)\\
&=B_{grab}^{tree}+B_{bis}^{tree}+B_{tris}+B_{grab}^{loop,1}+B_{grab}^{loop,2}\\
&+B_{bis}^{loop,1}+B_{bis}^{loop,2}+B_{bis}^{loop,3}+\cdots
\end{aligned}
\tag{23}
$$

$$
\begin{aligned}
B_{grav}^{tree} =&\Gamma_X^{(1)}\left(\boldsymbol{k}_1\right)\Gamma_Y^{(1)}\left(\boldsymbol{k}_2\right)\Gamma_Z^{(2)}\left(-\boldsymbol{k}_1,-\boldsymbol{k}_2\right)\\
&\times P_L\left(k_1\right)P_L\left(k_2\right)+2perms
\end{aligned}
\tag{24}
$$

$$
B_{bis}^{tree} =\Gamma_X^{(1)}\left(\boldsymbol{k}_1\right)\Gamma_Y^{(1)}\left(\boldsymbol{k}_2\right)\Gamma_Z^{(1)}\left(\boldsymbol{k}_3\right)B_L\left(\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2,\boldsymbol{k}_3\right) \tag{25}
$$

$$
\begin{aligned}
B_{tris} =&\frac{1}{2}\Gamma_X^{(1)}\left(\boldsymbol{k}_1\right)\Gamma_Y^{(1)}\left(\boldsymbol{k}_2\right)\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\Gamma_Z^{(2)}\left(\boldsymbol{p},\boldsymbol{k}_3-\boldsymbol{p}\right)\\
&\times T_L\left(\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2,\boldsymbol{p},\boldsymbol{k}_3-\boldsymbol{p}\right)+2perms
\end{aligned}
\tag{26}
$$

$B_{grab}^{loop,1}$ 以降の計算結果は省くが、これらも iPT により求める事ができる。図 1 は、$X = Y = Z = g$

としてこれらの式を計算したものである。この図から、non-linearity parameter が十分大きければ、large scale で B_{tris}, B_{bis}^{loop} などの高次の項が大きな寄与を持ち、これらを正確に取り入れる必要がある事がわかる。

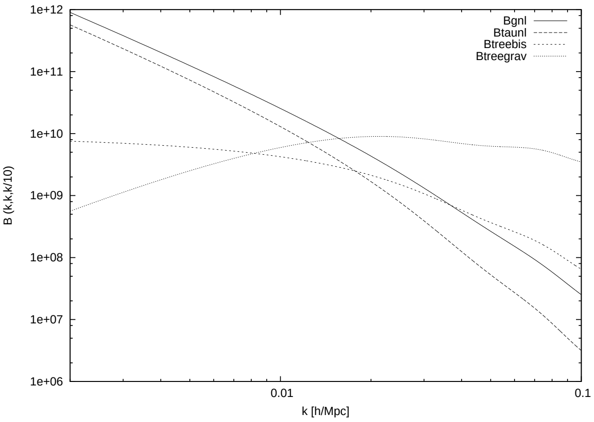

図 1: $B_{tris} = B_{gnl} + B_{\tau nl}, B_{bis}^{tree}, B_{grav}^{tree}$ の波数依存性

4 Discussion

弱い重力レンズ効果の 3 点統計を宇宙論解析に応用するためには、式 (23) が求めたい宇宙論的情報にどのような依存性を持つか調べる必要がある。特に、原始非ガウス性については、式 (23) に、B_bis, B_tris などの項が現れる事から、このような原始非ガウス性を表す項を持たない既存の 2 点統計による方法よりも高い感度が期待できる。また、弱い重力レンズ効果は次の三つの特徴を持つ。

1. ダークマター等も含めた全質量に対して感度を持つ事

弱い重力レンズ効果は、すべての重力相互作用する物質により引き起こされるので、対象となる銀河と観測者の間のダークマター等も含めた全質量から寄与を受ける。したがって、観測できる銀河の分布と全質量の分布を関係づける銀河バイアスの不定性を、他の観測量と相関をとることで正確に評価し、銀河バイアスに含まれる宇宙論的情報を読み取る事ができる。

2. 宇宙膨張に対して感度を持つ事

弱い重力レンズ効果によって、光は時空の幾何学的構造を反映した軌跡を通る。宇宙膨張は時空そのものを引き延ばすので、この幾何学的構造を変化させ、弱い重力レンズ効果に影響を及ぼす。したがって、弱い重力レンズ効果を検出することで宇宙膨張に対する情報が得られ、ダークエネルギーの性質や重力理論の修正について調べることができる。

３. トモグラフィーにより制度を向上できる事

弱い重力レンズ効果においては、同じレンズ天体の影響を受けていれば、異なる赤方偏移にある銀河の歪みでも相関を持つ。したがって、複数の赤方偏移で行った観測を組み合わせて統計データを稼ぎ、精度を向上させるトモグラフィーという手法を用いる事ができる。

したがって、弱い重力レンズ効果の 3 点統計は、非ガウス性以外の宇宙論的情報に関しても、既存の方法と独立な高精度の解析が期待できる。

Reference

Yokoyama et all, 2014, Physical Review D, Volume 89, Issue 4, id.043524, (arXiv:1310.4925)

Ligouri et all, Advances in Astronomy, 2010, article id. 980523, (arXiv:1001.4707)