

Wiggly Whipped Inflation

総合研究大学院大学素粒子原子核専攻 5年一貫博士課程1年 森 太朗

概要

Inflation 理論は標準宇宙論の問題点を解決する非常に有力な理論であると言われている。しかし Inflation のモデルは非常に数多く提唱され、未だ決定的なモデルは完成していない。一方近年の WMAP、Planck などによる宇宙マイクロ波背景放射 (Cosmic Microwave Background:CMB) の観測結果をもとにこれらの Inflation のモデルに制限をかけることが可能となってきた。代表的な観測の一つが CMB 温度ゆらぎである。各々の Inflation モデルから計算される初期曲率ゆらぎのパワースペクトルと、CMB から観測される温度ゆらぎのスペクトルを比較することでモデルの選別が可能となる。しかし実際に観測された温度ゆらぎと理論からの予測には、特に大きな角度スケールで有意なズレがあることが分かっている。今回の発表では、このズレを補正することを動機として提唱されたモデルである Wiggly Whipped Inflation [1] を紹介する。

1 Inflation とは

Inflation とは宇宙の極めて初期に空間が指数的に膨張したと考える理論である。こう仮定することで地平線問題、平坦性問題などの標準宇宙論の問題が解決される。時空の膨張は、Friedmann—Lemaitre—Robertson—Walker 計量を用いて Einstein 方程式から

$$3M_{pl}^2 H^2 = \rho \quad (1)$$

と与えられる方程式によって記述される。これを Friedmann 方程式と呼ぶ。 M_{pl} は reduced Planck 質量であり Newton の万有引力定数 G と $M_{pl}^2 = (8\pi G)^{-1}$ の関係にある。 $H = \dot{a}/a$ は Hubble パラメータ、 a はスケール因子である。従って宇宙の膨張の仕方、すなわちエネルギー密度 ρ がスケール因子にどのように依存するかによってスケール因子の時間発展の仕方が異なる。今 ρ が一定だとすると、 H も一定となるから、

$$\dot{a} = Ha \quad H : \text{constant} \quad (2)$$

であり、 a の時間発展は、

$$a \propto e^{Ht} \quad (3)$$

となる。このように、エネルギー密度が時間変化しないという条件の下では空間が指数的に膨張することがわかる。

2 inflaton の導入とゆらぎの Power Spectrum

Inflation のモデルは inflaton 場と呼ばれるスカラー場 ϕ を用いて、

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_{pl}^2}{2} R - \frac{1}{2} (\partial\phi)^2 - V(\phi) \right] \quad (4)$$

という作用で記述される。第一項は Einstein-Hilbert 作用、 ϕ は inflaton 場であり、 $V(\phi)$ は inflaton 場のポテンシャル項である。

2.1 inflaton 場の方程式

inflaton 場 ϕ に対する Euler-Lagrange 方程式より、

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0 \quad (5)$$

を得る。これが ϕ の従う運動方程式である。また Friedmann 方程式は ϕ を用いて、

$$3M_{pl}H^2 = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V \quad (6)$$

となる。 ϕ の時間変化が十分に小さい ($|\dot{\phi}| \ll 1$) とする Slow-roll 近似の下で、前章の「エネルギー密度が時間変化しない」という条件は満たされ、空間の指数的な膨張が実現する。

2.2 摂動とゆらぎの Power Spectrum

Friedmann—Lemaitre—Robertson—Walker 計量の空間成分に摂動が入った場合を考える。

$$g_{ij} = a^2[(1 - 2\mathcal{R})\delta_{ij} + h_{ij}] \quad , \quad \partial_i h^{ij} = 0 \quad h^i_i = 0 \quad (7)$$

ここで \mathcal{R} は摂動のスカラー成分を表し、この量が曲率ゆらぎと等しくなるようにゲージ固定を行っている。この摂動の入った計量を用いて、Einstein-Hirbelt 作用を計算し摂動の 2 次までとると、

$$S_{(2)} = \frac{1}{2} \int d\tau d^3x \left[(v')^2 + (\partial_i v)^2 + \frac{z''}{z} v^2 \right] \quad v \equiv z\mathcal{R} \quad z \equiv \frac{a^2 \dot{\phi}^2}{H^2} \quad (8)$$

となる。ここで τ は comformal time、prime は comformal time での微分である。詳細は省略するが、この v (正確には v を Fourier mode に分解したときの Fourier 係数) を用いて、

$$\langle \mathcal{R}_{\mathbf{k}} \mathcal{R}_{\mathbf{k}'} \rangle = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}') |v_{\mathbf{k}}|^2 = (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}') P_S(k) \quad (9)$$

$$\Delta_S^2(k) \equiv \frac{k^3}{2\pi^2} P_S(k) \quad (10)$$

という量を定義する。この $\Delta_S^2(k)$ 或いは $P_S(k)$ を曲率ゆらぎの Power Spectrum (以下 PS と省略する) と呼ぶ。この量は inflaton 場のポテンシャル $V(\phi)$ を用いて、

$$\Delta_S^2 = \frac{1}{24\pi^2} \frac{1}{\epsilon} \frac{V}{M_{pl}^4}, \quad \epsilon = \frac{M_{pl}^2}{2} \left(\frac{\partial_\phi V}{V} \right)^2 \quad (11)$$

と表される。この式によって、inflaton 場のポテンシャルから PS を計算することができる。したがって、CMB の温度ゆらぎの観測と理論から予言される PS を比較することで Inflation モデルの選別を行うことができる。

2.3 Power-law ansatz と CMB の温度ゆらぎ

最も単純な PS の仮定として、以下で説明する Power-law 型の PS を考えることができる。この場合 PS は、

$$n_s \equiv \frac{d \ln \Delta_S^2}{d \ln k} \quad (12)$$

で定義される spectral index n_s を用いて、

$$\Delta_S^2(k) = A_S \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_s - 1} \quad (13)$$

で表されると仮定される (k_* は pivot scale)。これを PS に対する Power-law ansatz と呼ぶ。び、単純な single field inflation モデル (後に触れる Chaotic Inflation 等) ではこの形に近い PS が生成されることが知られている。

図 1 は Planck 衛星の観測から得られた CMB の温度ゆらぎのデータ (点) と Power-law に基づいて PS の理論曲線 (赤線) を描いたものである。 l は観測の角度スケールを表し、 l が小さいほど大きな角度スケールを見ていることになる。

図 1 より、Power-law に基づく PS は $l > 50$ 程度の角度スケールでは観測に非常によくあっているが、 $l < 50$ 程度の大きな角度スケールにおいて観測と有意なズレがあることがわかる。このズレを説明することを動機とした Inflation のモデルもいくつか提唱されている。

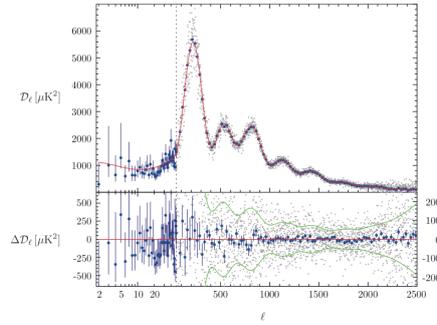


図1 Planck による CMB 温度ゆらぎの観測結果 (点)

3 Wiggly Whipped Inflation

3.1 Whipped Inflation

以降ではポテンシャルの形を具体的に与えて議論を進めていく。まず始めに今回の発表で紹介する Wiggly Whipped Inflation の先行研究である Whipped Inflation[2] について見ていく。

このモデルは $V(\phi) = \gamma\phi^p$ (p は整数) と与えられるポテンシャルに、

$$V(\phi) = \gamma\phi^p + \lambda(\phi - \phi_0)^q\Theta(\phi - \phi_0) \quad (14)$$

という、途中で冪が変化するような特徴を持たせたものである ($V(\phi) = \gamma\phi^p$ というポテンシャルをもつ Inflation のモデルは Chaotic Inflation と呼ばれる)。この冪の変化は、Inflation は GUT(Grand Unified Theory) スケールで起こり、GUT の破れに起因してポテンシャルが転移する、という考えに基づいている。

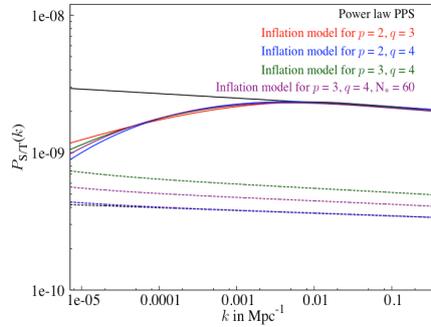


図2 Whipped Inflation の Power Spectrum

Whipped Inflation のポテンシャルから PS を計算し Power-law と比較したものが図2である。この図から、Whipped Inflation ではポテンシャルの転移点付近で鞭のようになっているのが分かる。これが Whipped Inflation の名前の由来である。

3.2 Wiggly Whipped Inflation

Whipped Inflation を拡張したモデルとして

$$V(\phi) = \gamma\phi^p + \lambda[(\phi - \phi_0)^q + \phi_{01}]\Theta(\phi - \phi_0) \quad (15)$$

というポテンシャルをもつ Wiggly Whipped Inflation のモデルを考える。これは Whipped Inflation のモデルに転移点のところで定数の項を加え、ステップがあるようなポテンシャルになっている。

このモデルでの PS は図3 のようになる。このモデルで特徴的なのは、ポテンシャルの転移点付近から PS が波数 (或いは空間スケール) に対して振動することである。これが Wiggly(揺れ動く) Whipped Inflation の名前の由来である。

図4 のように、Wiggly Whipped Inflation の場合は PS が振動することで (特に $l \sim 20$ 付近で) 観測データへの fit が Whipped Inflation よりもさらによくなっている。

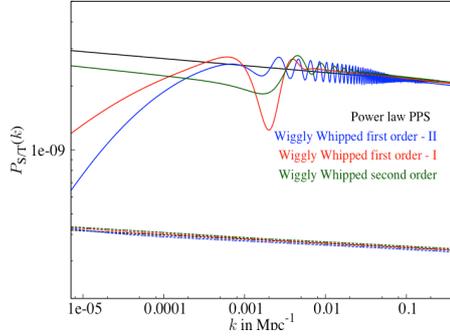


図3 Wiggly Whipped Inflation の Power Spectrum

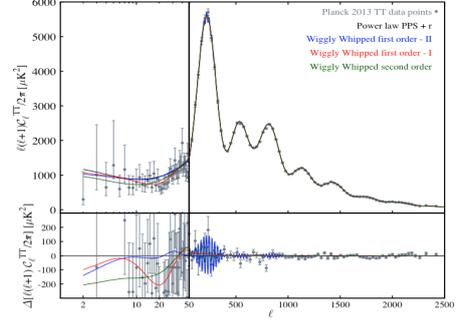


図4 Wiggly Whipped Inflation の Power Spectrum と Planck による CMB 温度揺らぎの観測結果

このモデルで PS が波数 k に対して振動するのは以下のような理由である。式 (9) より $\Delta_S^2(k) \propto |v_k|^2$ であり、 v_k の従う方程式は、

$$v_k + \left(k^2 - \frac{z''}{z} \right) v_k = 0 \quad (16)$$

である。一方 z は ϕ を含み、 ϕ の運動方程式は (5) なので z は potential の影響を受ける。式 (16) において $-z''/z$ の項は potential の転移点付近以外では小さく、 v_k の式は調和振動子の従う式ようになる。このとき振幅 $|v_k|^2$ は一定である。しかし $-z''/z$ の項は potential の転移点付近で一瞬撃力のような効果を式 (16) に与え、振幅 $|v_k|^2$ が τ に対して振動するようになる。今はある一つのモード k に注目しているが、各々の k に対して振動の仕方がことなるため、結果として $\Delta_S^2(k)$ が波数 k に対して振動するようになる。

4 まとめ

Wiggly Whipped Inflation とは $V(\phi) = \gamma\phi^p$ で与えられる inflaton 場のポテンシャルに、GUT 由来の転移による冪の変化と step を導入したモデルである。このような特徴を導入することで、従来の Power-law ansatz から予想される PS と実際の観測データとの間の $l < 50$ 程度の大きな角度スケールでのズレを修正できる可能性がある。

さらに Wiggly Whipped Inflation モデルを用いて Power Spectrum を計算すると、転移点付近から波数 k に依存して振動するような特徴的な Power Spectrum が得られる。この特徴的な振動は、将来的には銀河の大規模観測から得られる Matter Power Spectrum から直接確かめられるのではないかと期待される。

References

1. D.K. Hazra *et al*, arXiv:1404.0360v2 [astro-ph.CO]
2. D.K. Hazra *et al*, arXiv:1405.2012v1 [astro-ph.CO]