

# SUSY によるハイブリッドインフレーションモデルを用いた BICEP2 の観測結果の解析

打田 晴輝 (京都大学基礎物理学研究所 宇宙グループ)

## Abstract

本発表では論文 [1] のレビューを行う。BICEP2 の観測結果が今年 3 月に発表され、初期宇宙の揺らぎの統計量が求められたことでインフレーションの理論に制限がかかった。しかし従来の単スカラー場によるモデルでは e-fold Number  $N \sim 50$  の元でこの結果を再現することはかなり困難であり、現在そのことが問題視されている。今回は SUSY から予言される複スカラー場によるハイブリッドインフレーションモデルを考え、また 2 回インフレーションが発生したとするダブルインフレーションシナリオを採用することでこの問題の解決を試みる。結果として 1 回目のインフレーションが  $N=6$  の時に観測結果と整合する結果が得られた。

## 1 イントロダクション

今年の三月に CMB の偏光を観測する電波望遠鏡 BICEP2 の観測結果が発表され、種々のゆらぎの統計量が求められた。今回はそのうち以下の 3 つに注目する。揺らぎの相関をフーリエ変換した量であるパワースペクトルを  $P(k)$  と表すと、今から考える 3 つの統計量はパワースペクトルのベキ依存性であるスペクトル指数

$$n_s - 1 = \frac{d \ln P_s(k)}{d \ln k} \quad (1)$$

そのスケール依存性であるランニング

$$\alpha_s = \frac{dn_s}{d \ln k} \quad (2)$$

そしてテンソル揺らぎのパワースペクトルをスカラー揺らぎのパワースペクトルで割ったテンソル・スカラー比

$$r_T = \frac{P_t(k)}{P_s(k)} \quad (3)$$

である。ここで添字  $s$  はスカラー揺らぎ (密度揺らぎ)、 $t$  はテンソル揺らぎ (重力波) を表す。この 3 つの統計量について観測結果と理論による予言が整合しないことが現在問題となっている。そこで今回はこの問題を解決することを考えたい。以下では  $c = \hbar = 1$  の単位系を採用する。尚、本発表は論文 [1] のレビューである。

## 2 解析

### 2.1 スローロールインフレーション

現在最もよく信じられているインフレーションモデルは単スカラー場によるスローロールインフレーションモデルである。このモデルでは初期宇宙は一つのスカラー場 (インフラトンと呼ばれる) に支配されていると考える。場の作用は

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V[\phi] \right) \quad (4)$$

と書かれる。このときフリードマン方程式および場の運動方程式を一様等方平坦時空のもとで書き下すと

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'[\phi] = 0 \quad (5)$$

$$\left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V[\phi] \quad (6)$$

となる。ここでは  $M_{Pl}/\sqrt{8\pi} = 1/\sqrt{8\pi G} = 2.4 \times 10^{18} [GeV]$  とする単位系を採用する。ここで  $M_{Pl}$  はプランクエネルギーである。スローロールインフレーションではここで場が平坦なポテンシャルをゆっくり転がる条件を加える。それはポテンシャルについての条件として書くと

$$\epsilon \equiv \frac{1}{2} \left( \frac{V'[\phi]}{V[\phi]} \right)^2 \ll 1, \quad \eta \equiv \frac{V''[\phi]}{V[\phi]} \ll 1 \quad (7)$$

で表される。ここで  $\epsilon, \eta$  をスローロールパラメータと呼ぶ。このとき場の方程式は

$$3H\dot{\phi} + V'[\phi] = 0 \quad (8)$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{V[\phi]}{3} \quad (9)$$

と近似される。これらをスローロール近似された方程式と呼ぶ。この近似中では式 (9) 右辺はほぼ定数となるので、スケール因子について準指数関数的な加速膨張が実現される。

ここでインフレーションの長さを決める e-fold number  $N$  を定義する。これは

$$N \equiv \ln \frac{a_f}{a_i} \quad (10)$$

$$\sim \int_{\phi_e}^{\phi} \frac{V}{V'} d\phi \quad (11)$$

と表される。ここで二行目には式 (8)(9) を用いた。ここで  $\phi_e$  はスローロール近似が敗れる場の値、つまり  $\epsilon$ 、 $\eta$  のどちらかが 1 となるときの  $\phi$  の値とする。古典ビッグバン理論における地平線問題、平坦性問題などを解決するためには  $N$  は 50 – 60 以上でなくてはならないことがわかっている。以上のインフレーションモデルでは場の揺らぎを量子場と考えてインフレーション中について解くことで揺らぎの統計量が

$$n_s = 1 + 2\eta - 6\epsilon \quad (12)$$

$$\alpha_s = 16\epsilon\eta - 24\epsilon^2 - 2\xi \quad \xi \equiv \frac{V'V'''}{V^2} \quad (13)$$

$$r_T = 16\epsilon \quad (14)$$

と求められることがわかっている。つまりポテンシャルや  $N$  の値が分かれば揺らぎの統計量が分かる。典型的なスローロールインフレーションモデルでは  $N = 50$  で

$$n_s \sim 0.96 \quad (15)$$

$$\alpha_s \sim -0.002 \quad (16)$$

$$r_T \sim 0.15 \quad (17)$$

を予言することが分かっている。

## 2.2 観測との不整合と解決法

BICEP2 の観測結果は ( $k = 0.002[\text{Mpc}^{-1}]$ ) で

$$n_s \sim 0.959 \pm 0.007 \quad (18)$$

$$\alpha_s \sim -0.028 \pm 0.009 \quad (19)$$

$$r_T \sim 0.20_{-0.05}^{+0.07} \quad (20)$$

であり、上記の典型的な予言値と一致しない。これが現在問題となっている。この問題に対する解決法はいくつか挙げられているが、今回は超対称性理論から予言される 2 スカラー場のスローロールインフレーションモデルを考え、さらにダブルインフレーションシナリオを採用することで解決を試みる。ダブルインフレーションシナリオはインフレーションが 2 回発生したと考えるシナリオである。さらにここでは追加の仮定として BICEP2 で観測したスケールは 1 回目のインフレーション時に発生したものとする。この仮定を入れることで今回の議論では 1 回目のインフレーションのみ考えれば良くなる。また、1 回目のインフレーションの  $N$  は自由にとり、2 回目のインフレーションの  $N$  と合計で 50 – 60 以上になるようにする。

## 2.3 超対称性理論から予言されるポテンシャル

超対称性理論とは、標準模型における各素粒子にフェルミオンならボソン、ボソンならフェルミオンの同質量の超対称粒子と呼ばれる粒子を追加する理論である。この理論の利点として標準模型におけるパラメータ微調整の問題を解決できることがある。この理論から予言される最も簡単なスカラーポテンシャルでは宇宙ひも問題が発生し、BICEP2 とは違う別の観測結果と整合しないので少し手を加えたポテンシャルを考える。そのポテンシャルは

$$V = \left( \kappa(\phi^2 - \mu^2) - \frac{\phi^4}{M^2} \right)^2 + 2\phi^2 |S|^2 \left( \kappa - 2\frac{\phi^2}{M^2} \right)^2 \quad (21)$$

である。

ここで  $\phi, S$  がインフラトン、 $\kappa$  はポテンシャルのエネルギースケールを決めるパラメータ、 $\mu, M$  はうまくインフレーションを起こすために人工的に加えた補正項である。(最終結果には寄与しない) このポテンシャルは

$$|S|^2 = |S_c|^2 \equiv \frac{1}{2} \left( \frac{\kappa M^2}{4} - \mu^2 \right) \quad (22)$$

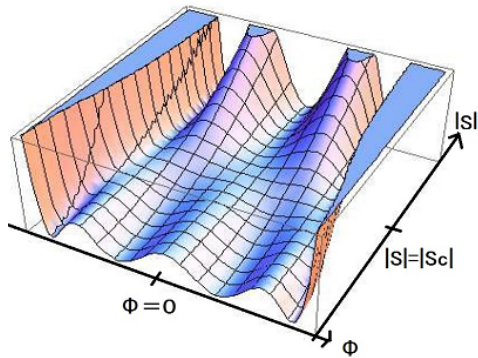


図 1: SUSY から予言されるスカラーポテンシャル (論文 [1] より引用)

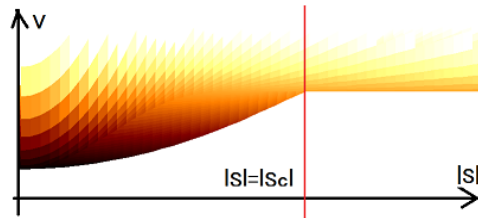


図 2: ポテンシャルを真横から見た図。谷底の形を表している

を境に谷の数が変動する。また  $|S| > |S_c|$  では谷底の  $\phi$  の値は  $S$  によらず一定値

$$\phi = -\sqrt{\frac{\kappa M^2}{2}}, 0, +\sqrt{\frac{\kappa M^2}{2}} \quad (23)$$

をとる。また、ポテンシャルの谷底の形を見ると図 2 となっており、 $|S| > |S_c|$  では谷底は完全に平坦、 $|S| < |S_c|$  では急激に落ち込む。

スローロールインフレーションの機構として、最初スカラー場は  $\phi = +\sqrt{\frac{\kappa M^2}{2}}$ 、 $|S| > |S_c|$  の谷にいて、そこから  $\phi$  一定のまま  $S$  の減少方向に転がるとする。このとき  $|S| > |S_c|$  ではポテンシャルは一定値

$$V(\sigma) = \kappa^2 \sigma_c^4 \quad \sigma_c \equiv \sqrt{2}|S_c| \quad (24)$$

を取るため完全に平坦なポテンシャル中を転がることになり、スローロール条件を達成しインフレーションとなる。 $|S| < |S_c|$  となると谷が分裂し場はどちらかの谷へ急激に転がり落ちるためスローロール条件が破れインフレーションが終了する。このように谷の分裂によってインフレーションが終了するモデル

をハイブリッドインフレーションモデルと呼ぶ。

## 2.4 超対称性の崩壊と補正項

インフレーション開始時に  $\phi$  は  $\phi = +\sqrt{\frac{\kappa M^2}{2}}$  で安定している。つまり  $\phi$  は真空期待値を持つことになる。実は超対称性理論では場が真空期待値を持つ場合超対称性が壊れ、ポテンシャルに補正項が加わることが分かっている。補正項が加わったポテンシャルは

$$V(\sigma) = \kappa^2 \sigma_c^4 \left[ 1 + \frac{\kappa^2}{8\pi^2} \ln \frac{\sigma}{\Lambda} + \frac{1}{2} m^2 \sigma^2 + (\text{higher order}) \right] \quad (25)$$

$$\sigma \equiv \sqrt{2}|S| \quad (26)$$

となる。ここで第 3 項は超重力の効果と考えた際の補正項であり、 $m$  はそのエネルギースケールを決めるパラメータである。故に今回のモデルでは結局このポテンシャルを転がる単スカラー場  $\sigma$  のスローロールインフレーションに帰着する。このポテンシャル下では  $\epsilon, \eta, \xi$  は

$$\epsilon = \frac{1}{2} \left( \frac{\kappa^2}{8\pi^2 \sigma} + m^2 \sigma \right)^2 \quad (27)$$

$$\eta = -\frac{\kappa^2}{8\pi^2 \sigma^2} + m^2 \quad (28)$$

$$\xi = \left( \frac{\kappa^2}{8\pi^2 \sigma} + m^2 \sigma \right) \left( \frac{2\kappa^2}{8\pi^2 \sigma^3} \right) \quad (29)$$

となり、 $\sigma, \kappa, m$  だけで表される。これから揺らぎの統計量は式 (12)(13)(14) を用いて計算できる。また、 $N$  は式 (11) を用い、インフレーション終了時の場の値を  $\eta = 1$  で定めることにする。よって  $N, \sigma, \kappa, m$  を決めれば揺らぎの統計量が分かる。

## 3 結果

$N = 50$  と  $N = 6$  の結果をグラフに載せている。ここで赤が  $n_s$ 、緑が  $\alpha_s$ 、青が  $r_T$ 、黒が  $\sigma$  である。 $N = 50$  は典型的なインフレーション理論で用いられる  $N$  の値であり、 $m \sim 0.3, \kappa \sim 2.5, \sigma \sim 10$  で

$$n_s \sim 0.96 \quad (30)$$

$$r_T \sim 0.2 \quad (31)$$

$$\alpha \sim -0.002 \quad (32)$$

となる。これは典型的な予言値として示した値とよく似ており、 $\alpha$  が全く観測値とあってない。

なので観測結果と整合させるために  $N$  をどんどん下げていくことにする。一般に  $N$  を下げると  $\alpha$  が下がり  $r_T$  が上がる性質があり、特に  $N = 6$  では図から  $m \sim 0.25$ ,  $\kappa \sim 2.5$ ,  $\sigma \sim 1$  で

$$n_s \sim 0.96 \quad (33)$$

$$r_T \sim 0.2 \quad (34)$$

$$\alpha \sim -0.02 \quad (35)$$

となり、観測値 (18)(19)(20) とよく整合する。

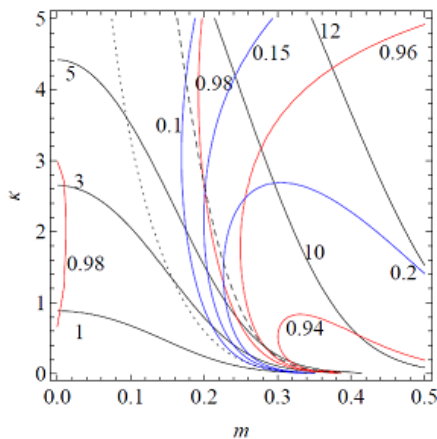


図 3:  $N=50$  のときのグラフ  $\alpha$  は非常に小さいためプロットしていない (論文 [1] より引用)

## 4 まとめと考察

今回超対称性から予言されるポテンシャルを考え、またダブルインフレーションシナリオとすることでパラメータを適切に設定することで観測値を説明できることが分かった。また、 $N = 6$  としたので 2 回目のインフレーションでは  $N=50$  程度のインフレーションが発生したことになる。

もしこの理論が正しいなら 1 回目と 2 回目のインフレーション時に発生した揺らぎはそれぞれ異なる機構によるインフレーションで発生したので揺らぎの統計量のスケール依存性が小スケールと大スケールで大きく異なることが予想される。もし将来のよ

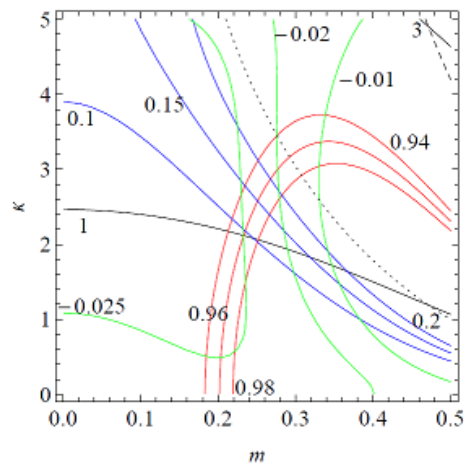


図 4:  $N=6$  のときのグラフ (論文 [1] より引用)

り小スケールの揺らぎの観測でそのような振る舞いが確認されればこの理論の正当性が大きく強まると思われる。

## 参考文献

- [1]Tatsuo,K & Osamu,S “ Beginning of Universe through large field hybrid inflation ”arXiv:1404.3102 [hep-ph]
- [2]P.A.R.Ade et al.[BICEP2 Collaboration], arXiv:1403.3985[astro-ph.CO]
- [3] 佐藤勝彦、二間瀬敏史 (2008) 『宇宙論 1-宇宙の始まり』(シリーズ現代の天文学 2) 日本評論社
- [4]A,D,Linde.(1990). Inflation and quantum cosmology.Academic Press
- [5]Andrew,R,L and David,H,L.(2000).Cosmological inflation and large-scale structure.University Press

## 謝辞

この度は天文若手夏の学校 2014 に参加させていただきありがとうございます。また、夏の学校開催に補助して下さった京都大学基礎物理学研究所 (研究会番号: YITP-W-14-06) にも感謝の意を表します。