2014 年度 第 44 回 天文・天体物理若手夏の学校

超弦理論に基づくインフレーションとゲージ場

渡邉 健人 （早稲田大学大学院先進理工学研究科）

Abstract

現代の宇宙論において、インフレーション理論は宇宙の一様等方性を整合的に記述する上で標準的な理論として確立され数多くのモデルが存在し、観測からはそれらのモデルに対して制限が与えられつつある。また、素粒子基礎理論の候補として提唱されている超弦理論の場の有効理論である超重力理論において、ある仮定の下で宇宙の加速膨張が実現できないという禁止定理が存在する。これを回避する方法として内部空間にブレインを導入するモデルなどが考えられている。そのブレインインフレーションモデルの中でも、KKLMMT モデルは比較的うまくいくモデルとして注目されている。しかし、KKLMMT モデルもパラメータやインフラトンの値の初期値に微調整が必要となっている。また、素粒子基礎理論にはスカラー場とゲージ場が含まれ、それらが結合した項によってスカラー場の運動に影響が出ることが分かっている。ポテンシャルの傾きが急であっても、それを平坦にするような項を加えることができればインフレーションを起こりやすくできる。本研究では、KKLMMT モデルにスカラー場と U(1) ゲージ場が結合した項が付加された場合にインフラトンの運動がどう変わるかについて議論する。その結果、インフレーションが起こりやすくなり、KKLMMT モデルの微調整問題を部分的に解決できるようになる。今後の課題としては、Yang-Mills 場など、今回とは異なる対称性を持つゲージ場の場合にどうなるか、またどのゲージ場が最も自然なモデルが得られるのか議論の余地がある。

1　導入

宇宙が一様･等方で、物理法則がどこでも同じであるとする自然な仮定をもとにした Big Bang 宇宙論は、Hubble の宇宙膨張則、宇宙マイクロ波背景輻射（CMB)、宇宙初期の軽元素合成といった観測事実をよく説明する。しかし、CMB の温度ゆらぎが 10^{-5} と極めて小さく、すなわち CMB の光子が放出された時点で宇宙の温度分布が極めて等方的であることから、過去に因果的に独立であった $10^{4.5}$ 個の領域がそれぞれほとんど同じ温度であったことになる。これを地平線問題という。また、観測された宇宙の曲率が Big Bang 宇宙論が予言する曲率より極めて小さいという平坦性問題も存在する。これらの理論的困難は Big Bang 宇宙論において宇宙が常に減速膨張していることに起因するものであり、これらの困難を解決する理論としてインフレーション理論が提唱されている。宇宙初期にインフレーションと呼ばれる加速膨張していた時期が存在していれば、因果的相互作用があった領域が地平線スケールよりも大きくなるため地平線問題が解決でき、Friedmann 方程式

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho \tag{1}$$

の曲率項がすぐに無視できるようになるため地平線問題も解決できる。このような加速膨張を起こす標準的なモデルとして、インフラトンと呼ばれる平坦なポテンシャルを持ったスカラー場が考えられている。インフラトンがそのポテンシャルの坂をゆっくり転がることで、地平線問題や平坦性問題が解決できるほど十分長く加速膨張を実現しようというのがスローロールインフレーションのアイデアである。地平線問題や平坦性問題を解決するためには、宇宙はインフレーション前後で e^{60} 倍ほど膨張していなければならないとされ、この指数を e-foldings という。また、インフレーション後は Big Bang 宇宙論の初期状態に接続するために、インフラトンのエネルギーを輻射のエネルギーに変換する宇宙の再加熱が必要になる。これを華麗なる退場の問題という。スローロールによって宇宙の加速膨張を起こしつつ、自然に再加熱も実現できるモデルは数多く提唱されているが、近年の観測からそれらのモデルに制限が与え

られつつある現状である。

一方で、自然界に存在する 4 つの相互作用を記述する最も基本的な理論の候補として超弦理論や、超弦理論のモデルをまとめた M 理論が提唱されている。これらの理論が重力の量子論を与えるならば、その理論の枠組みでインフレーションも自然に実現されることが望まれるが、超弦理論の場の理論の低エネルギー極限である超重力理論において、内部空間の大きさは時間に依存せず、内部空間はその境界以外では特異点を持たず、重力作用が高階微分項を含まず、内部空間の計量は Minkowski または de Sitter であるなどの条件の下では宇宙の加速膨張が実現できないとする禁止定理が Gibbons により示された。この禁止定理を回避するためには、S ブレインのような内部空間の大きさが時間に依存する解や、D ブレインのような特異点に相当する余分な自由度を内部空間に導入したり、重力作用に曲率高次項を入れたりする手段がある。内部空間に D ブレインを導入するブレインインフレーションモデルは Dvali, Tye によって提唱された。内部空間内の 2 つのブレイン間の距離を外部空間ではインフラトンとして扱うものである。内部空間にブレインを導入して加速膨張を起こす具体的なモデルとして KKLT モデルや KKLMMT モデルが存在する。KKLT モデルは反 D3 ブレインを導入することで現在の小さな宇宙定数を実現しようとするものであり、KKLMMT モデルは D3 ブレインと反 D3 ブレインを導入することでインフレーションを実現しようとするものである。KKLT は正の小さな宇宙定数を得るために導入する反 D3 ブレインの枚数に微調整が必要であり、KKLMMT モデルは CMB でみられる小さな密度ゆらぎも説明できるが、パラメータやインフラトンの初期値に微調整が必要である。

また、超弦理論にはスカラー場とゲージ場が含まれ、スカラー場とゲージ場が結合した項がそのスカラー場の運動に影響を与えることも分かっている。それによってインフラトンがスローロールできないようなポテンシャルを持っていた場合でも、それを平坦にするような項を導入できればインフレーションを実現しやすくなるというモデルも存在する。超弦理論はその前提として時空が 10 次元以上である必要があるが、我々が認識できる次元は 4 次元までであり、余分な 6 次元分はコンパクト化する必要がある。スカラー場とゲージ場が結合した項はそのようなコンパクト化の際に重力作用に自然に出てくる項である。

本研究では、KKLMMT モデルの作用にインフラトンと 3 つの U(1) ゲージ場が結合した項を付加し、それがインフラトンの運動にどのような影響を及ぼすのかを KKLMMT モデルとの比較で議論する。

2 基礎方程式

KKLMMT モデルにおいて内部空間の AdS 時空に導入される D3 ブレインの枚数を N、D3 ブレインと反 D3 ブレインの距離 r をブレインの張力 T で規格化したインフラトンを $\phi = \sqrt{T}r$ とすると、有効作用は

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{\mathcal{R}}{16\pi G} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi)\right) \tag{2}$$

$$V(\phi) = \frac{4\pi^2\phi_0^4}{N}\left(1 - \frac{1}{N}\frac{\phi_0^4}{\phi^4}\right) \tag{3}$$

となる。ここで $g_{\mu\nu}$ は 4 次元外部空間の計量、$\sqrt{-g}$ はその行列因子、$\mathcal{R}$ は Ricci スカラーである。この作用に、宇宙の 3 次元空間が一様、等方であるという仮定を性を維持しながらゲージ場を導入するため、この論文では 3 つの U(1) ゲージ場

$$F^{(n)}_{\mu\nu} = \partial_\mu A^{(n)}_\nu - \partial_\nu A^{(n)}_\mu \tag{4}$$

を導入する。これによって作用は

$$S_{new} = S + \int d^4x\sqrt{-g}\left(-\frac{1}{4g_s^2}\phi^\lambda\sum_{n=1}^{3}F^{(n)}_{\mu\nu}F^{(n)\mu\nu}\right) \tag{5}$$

となる。g_s は結合定数、λ は定数である。作用 (5) を A_μ で変分をとると、Maxwell 方程式

$$\partial_\mu(\phi^\lambda F^{(n)\mu\nu}) = 0 \tag{6}$$

が求められる。平坦な FLRW 計量

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)dx^2 \tag{7}$$

と、時空の一様等方性から、

$$F^{(n)0i} = C^{(n)}a^{-3}\phi^{-\lambda}\delta^{(n)i} \tag{8}$$

と求められる。ここで $C^{(n)}$ は積分定数で $F_{\mu\nu}^{(n)}$ の場の強さに対応する。時空の一様等方性から $C^{(n)}$ は n によらないので、以降は C と表す。$\delta^{(n)i}$ は Kronecker のデルタである。作用 (5) から、Euler-Lagrange 方程式は

$$\Box\phi - V'(\phi) - \frac{\lambda}{4g_s^2}\phi^\lambda \sum_{n=1}^{3} F_{\mu\nu}^{(n)} F^{(n)\mu\nu} = 0 \tag{9}$$

となる。これに式 (8) を代入して有効ポテンシャルを求めると、

$$V_{eff}(\phi) = V(\phi) + \frac{3C^2}{4g_s^2 a^4}\frac{1}{\phi^\lambda} \tag{10}$$

となる。式 (9)、(10) より、スカラー場の運動方程式は

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'_{eff}(\phi) = 0 \tag{11}$$

となる。また、作用 (5) を $g^{\mu\nu}$ で変分をとり、Friedmann 方程式を求めると

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) + \frac{3C^2}{4g_s^2 a^4}\frac{1}{\phi^\lambda}\right) \tag{12}$$

となる。ϕ を $\phi_0\phi/N^{1/4}$、t を $\sqrt{N}t/\sqrt{32\pi^3 G}\phi_0^2$ で規格化し、α を

$$\alpha = \frac{3C^2 N^{\frac{\lambda}{4}+1}}{16\pi^2 g_s^2 \phi_0^{\lambda+4}} \tag{13}$$

と定義すると、式 (11)、(12) は

$$\ddot{\phi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\phi} + \frac{4}{\phi^5} - \frac{\alpha}{a^4}\frac{\lambda}{\phi^{\lambda+1}} = 0 \tag{14}$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{1}{6}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{\phi}^4 + \frac{\alpha}{a^4}\frac{1}{\phi^\lambda}\right) \tag{15}$$

となる。α はゲージ場のエネルギーとインフラトンのエネルギーの比に対応する。式 (14)、(15) を連立させて解くことで、ϕ や a の時間発展の様子を調べる。また、KKLMMT モデルに関しては $\alpha = 0$ として計算を行う。

3 結果、考察

KKLMMT モデルと、ゲージ場を付加したポテンシャルにおいて、ϕ がどのように運動するかを見る。

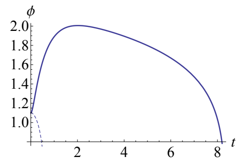

図 1: ϕ の運動（$\phi(0) = 1.1, \alpha = 10$）

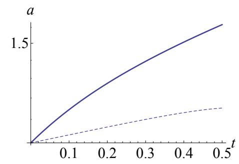

図 2: a の時間発展（$\phi(0) = 1.1, \alpha = 10$）

図 1 は $\phi(0) = 1.1$、$\alpha = 10$ の時の ϕ の運動の様子を描いたグラフである。点線が KKLMMT モデル、実線がゲージ場の寄与を考えたものである。ゲージ場を付加した場合はまず ϕ が大きくなり、スローロールを始めているのが分かる。次に、a がどのように増加するかを見る。図 2 は $\phi(0) = 1.1$、$\alpha = 10$ のときの a の時間発展を描いたグラフである。地平線問題や平坦性問題を解決するには、スケール因子はインフレーションの前後で $e^{60} \sim 10^{26}$ 倍程度に膨張している必要がある。KKLMMT モデルにおいて、それだけの間インフレーションが続くためにはインフラトンの初期値は 3.5 程度以上が必要である。表 1 はインフラトンの初期値と十分な e-foldings を得るために必要な α の関係を表した表である。ϕ の初期値として 0.1 のオーダーでも自然にインフレーションが実現できることが分かる。しかし、α の値として 100 のオーダーは大きすぎるので、ϕ の初期値として 1〜3.0 が与えられた場合については微調整問題は解決できていないことになる。

4 まとめと展望

スカラー場とゲージ場が結合した項を付加することによって、KKLMMT モデルの初期値の微調整問題を部分的に解決することができたが、依然として十分な e-foldings が自然には得られない初期値が存在する。したがって、異なる対称性を持つゲージ場、例えば Yang-Mills 場を導入した場合など議論する必

表 1: ϕ の初期値と十分な e-foldings を得るために必要な α

ϕ の初期値	α
0.1	1.2
0.5	25
1.1	200
2.0	500
2.5	400
3.0	200
3.5	0

要がある。その上で、どのゲージ場を導入すれば最も自然にインフレーションを実現させることができるのかを比較、検討することができるだろう。また、近年発展している観測との整合性についても議論する必要がある。特に α の値について観測から制限が与えられる可能性がある。

Reference

佐藤勝彦・二間瀬敏史編. 宇宙論 I -宇宙のはじまり [第 2 版]. 2012. 日本評論社

S. Weinberg. Cosmology. 2008. Oxford University Press

太田信義. 超弦理論・ブレイン・M 理論. 2012. 丸善出版

谷井義彰. 超重力理論　超弦理論における役割. 2011. サイエンス社

G. W. Gibbons. Thoughts on Tachyon Cosmology. hep-th/0301117

J. Maldacena and C. Nuñez. Supergravity description of field theories on curved manifolds and a no go theorem. hep-th/0007018

G. Dvali and S. H. Tye. Brane Inflation. hep-th/9812483

G. Dvali, Q. Shafi and S. Solganik. D-brane Inflation. hep-th/0105203

S. Kachru, R. Kallosh, A. Linde and S. P. Trivedi. de Sitter Vacua in String Theory. hep-th/0301240

S. Kachru, R. Kallosh, A. Linde, J. Maldacena, L. McAllister and S. P. Trivedi. Towards Inflation in String Theory. hep-th/0308055

K. Maeda and K. Yamamoto. Inflationary dynamics with a non-Abelian gauge field. Phys. Rev. D 87, 023528 (2013)

早田次郎. 現代物理のための解析力学. 2006. サイエンス社

E. Poisson. A Relativist's Toolkit. 2004. Cambridge University Press