

超相対論的流体におけるガンマ線放射過程の輻射輸送シミュレーション

石井 彩子 (東北大学大学院 工学研究科)

Abstract

ガンマ線バースト (GRB) の起源として, 大質量天体の重力エネルギーの解放に伴って形成される相対論的ジェットが考えられている. ローレンツファクター $\Gamma = 100$ を越えるような極めて光速に近い流速を持つジェット中では, 相対論的電子と光子が衝突し逆コンプトン散乱を起こすことによってより高エネルギーの光子が生成される可能性がある. よって, 相対論的ジェットを起源とする GRB の可能性を数値的に検証するには, 相対論的速度で運動する物質中の電子と光子の衝突を適切に評価しなければならず, それには相対論的流体と輻射輸送のカップリング計算が必要である. しかしカップリング計算を行うにあたって, 背景場が相対論的流体である場合, 放射, 吸収, 散乱などを評価する共動系と, 流体計算における慣性系の間の変換を矛盾なく取り扱える計算手法については十分に検討されていない. 本研究では, 輻射輸送計算手法としてモンテカルロ法を用い, 相対論的流体場とのカップリング計算を念頭に, 異なる慣性系間で同等の結果が得られる計算手法を構築する. 相対論的ランキン-ユゴニオの関係式を用いて, 同等な衝撃波について衝撃波が静止する系と動く系を考え, トムソン散乱を考慮し, 散乱優位な流体場を想定して 3 次元モンテカルロ計算を行う. さらに, 計算から得られた光子の方向分布やスペクトルの結果を同一の系へと変換し, 比較検討を行う. その結果, 適切な計算条件を選ぶことにより, 異なる慣性系で計算した結果であっても同一の系へと変換すると一致することや, 衝撃波をまたいで輸送され急激な流速の変化を経験した光子が相対論的電子と衝突し, 逆コンプトン散乱を起こすことによって高エネルギー光子が生成される過程を数値計算上で再現できることがわかった.

1 Introduction

宇宙最大級の爆発現象であるガンマ線バースト (GRB) は, 発見から 40 年以上経過している現在もその詳細な放射メカニズムが明らかにされていない. GRB では, 太陽が百数十億年輝く間放出するエネルギーと同程度の膨大なエネルギーが数秒程度の間放出されており (1), このような現象は大質量星周辺で形成される光速に極めて近い流速を持ち空間的に集束したプラズマの流れ (相対論的ジェット) に付随して起こると説明される. 相対論的ジェットの空間的構造についてはこれまでに 2 次元相対論的流体シミュレーションによって調べられており (2; 3), ジェットが GRB の起源となる可能性が示唆されている. 観測から得られた GRB のスペクトルは非熱的であり (4), ジェット中の相対論的電子と光子が衝突しより高エネルギーの光子が生成される逆コンプトン散乱過程が影響を及ぼしていると考えられている. 数値的にも, ジェットのモデルを背景場とした輻射輸送計算から非熱的スペクトルが得られることが示されてきた

(5). より詳細にジェット中の物質と光子の衝突過程を再現するためには相対論的流体と輻射輸送のカップリング計算が必要である. しかしカップリング計算を行う際に, 背景場が相対論的流体である場合, 放射, 吸収, 散乱などを評価する共動系と, 流体計算における慣性系の間の変換を矛盾なく取り扱える計算手法についてはこれまでに十分検討されてきていない.

本研究では, 同一の衝撃波について衝撃波が静止している系と衝撃波が動いている系を準備し, それぞれの慣性系で輻射輸送計算を行い, 結果を同一の系で比較したときに同等のものになるか評価することを通して, 相対論的流体中の輻射輸送計算手法の妥当性を検証していく.

2 Numerical method

本研究では数値計算法としてモンテカルロ法を用いる. 輻射輸送を評価するには次の式 (1) のような

輸送方程式を解く必要がある。

$$\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla\right) I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, \nu, t) = j(\nu, T) + \frac{\rho(\mathbf{r}, t)}{4\pi} \times \int \int \sigma(\nu) I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', \nu', t) \phi(\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{\Omega}, \nu', \nu) d\nu' d\boldsymbol{\Omega}' - [k(\nu) + \sigma(\nu)] \rho(\mathbf{r}, t) I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, \nu, t), \quad (1)$$

ここで、 $I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, \nu, t)$ は光の強度であり、位置ベクトル \mathbf{r} 、光の進む方向ベクトル $\boldsymbol{\Omega}$ 、光の振動数 ν 、時刻 t の関数である。また、 c は光速であり、 j 、 k 、 ρ 、そして σ はそれぞれ単位時間単位体積当たりのエネルギー放出率、吸収断面積、質量密度、そして散乱断面積を表している。散乱カーネル $\phi(\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{\Omega}, \nu', \nu)$ は、光の入射方向 $\boldsymbol{\Omega}'$ 、入射光の振動数 ν' 、光の散乱方向 $\boldsymbol{\Omega}$ 、そして散乱光の振動数 ν によって定義される。

散乱を考慮しながら輻射輸送方程式を取り扱うには、この微分積分方程式を I について解く必要がある。しかしながら、 I は空間 3 次元、方向 2 次元、振動数 1 次元、時間 1 次元の合計 7 つの独立変数に依存する変数であるため解析解を得ることが難しく、このままの形で数値計算しようとしても膨大な計算コストを消費してしまうことになる。そこで本研究では、散乱を含んだ輻射輸送方程式を解く手段として比較的容易なモンテカルロ法を用いた。モンテカルロ法は多数のサンプル粒子を追跡し、一様乱数を用いて確率的に方程式を解く手法であり、散乱を含む輻射輸送方程式のような多変数の式について現実的な計算コストで解の概形を得る手段として有用である。本研究では、以前の研究で開発した並列モンテカルロコードを用いる (6)。

3 Background flowfield

3.1 Simulation condition

衝撃波が形成されている背景の流体場中に多数のサンプル光子を放出し、確率的に散乱や吸収を発生させることによって輻射輸送を再現し、流体場から放出される光のエネルギーと放射方向を調べる。放射過程は次の式 (2) で表されるような制動放射を仮定す

る (7)。

$$j(\nu, T) d\nu = \frac{32\pi}{3} \left(\frac{2\pi}{3k_B T m_e}\right)^{1/2} \frac{Z^2 e^6}{m_e c^3 h} N_+ N_e, \quad (2)$$

ここで、 k_B 、 m_e 、 Z 、 e 、 N_+ 、 N_e 、そして h はそれぞれボルツマン定数、電子質量、イオン価、素電荷、イオン数密度、電子数密度、そしてプランク定数である。

計算領域は図 1(a) のような円筒座標系で考える。 r 、 θ 方向に 1 つ、 z 方向に 2 つのセルに分割し、図 1(b) のように衝撃波上流側のセルに物理量 (ρ_2, p_2, v_2)、下流側のセルに (ρ_1, p_1, v_1) を設定し、セル境界を衝撃波面と仮定して、上流と下流が Rankine-Hugoniot (R-H) の関係式を満たすように決定する。また、 z 方向の計算領域の大きさについては、計算領域の右側から対称軸に平行に測った光学的深さ τ を用いて、衝撃波下流側で $\tau = 10$ 、上流側の領域で $\tau = 0.001$ とし、

$$\tau = \rho \sigma_0 \Gamma_f \left(1 - \frac{v_f}{c}\right) \Delta z, \quad (3)$$

から決定する。ここで、密度 ρ および散乱断面積 σ_0 は共動系での値であり、 Γ_f は衝撃波静止系における流速のローレンツファクター、 v_f は衝撃波静止系における流速を表している。このように決定した衝撃波静止系における計算領域の幅をローレンツ収縮させることによって、衝撃波が動いている系についても計算領域の幅を決めることができる。 r 方向の計算領域の大きさは、衝撃波静止系における z 方向計算領域の大きさと等しくなるように設定し、すべての系で同じとする。また、すべての光子は衝撃波静止系における時刻 $t = 0$ s において $\tau = 1$ となる軸付近の同一の点に初期配置する。すべてのサンプル粒子が計算領域の外へと出るまで計算を行う。粒子が計算領域の外部境界を横切る際の方向やエネルギーを記録し、すべての粒子について足し合わせて方向分布やスペクトルを調べる。問題をシンプルにするために、まずは吸収およびコンプトン散乱を除き、トムソン散乱のみを考慮して計算を行う。

3.2 Relativistic shock wave

背景場の衝撃波については、以下の相対論的流体に対する R-H 関係式を用いて波面前後の物理量を設定

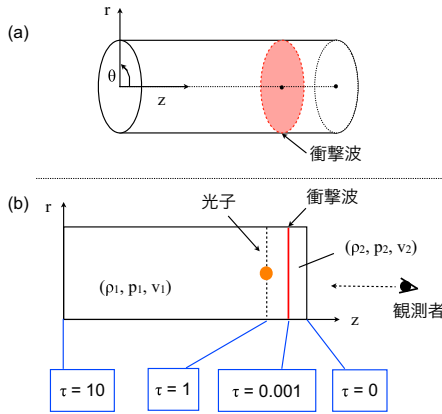


図 1: 計算条件.

表 1: 衝撃波前後の物理量変化.

	ρ [g/cm ³]	p [dyn/cm ²]	v [cm/s]
上流側	1×10^{-11}	1×10^7	$-0.99999c$
下流側	2.49×10^{-9}	4.16×10^{11}	$-0.66667c$

する (8).

$$[\rho u^z] = 0 \quad (4)$$

$$[\rho h (u^z)^2 + p] = 0 \quad (5)$$

$$[\rho h u^0 u^z] = 0 \quad (6)$$

ここで, u は四元速度, h は比エンタルピー, p は圧力である. これらの関係式より, 衝撃波上流側の物理量 (ρ_2, p_2, v_2) を決めると衝撃波下流側の物理量 (ρ_1, p_1, v_1) が計算できる. まず衝撃波静止系については, 衝撃波上流側の物理量を $(\rho_2, p_2, v_2) = (1 \times 10^{-11} \text{g/cm}^3, 1 \times 10^7 \text{dyn/cm}^2, -0.99999c \text{cm/s})$ と与える. この時の流速 v_2 の値は, ローレンツファクター 220 程度に相当する. この条件における衝撃波上流側および下流側の物理量を表 1 に示す.

3.3 Transformation of inertial frames

同一の衝撃波で慣性系の異なる場合を考えるために, 以下の式を用いて衝撃波上流および下流側の流速

を変換する (9).

$$W' = \frac{W + v_s}{1 + Wv_s}, \quad (7)$$

ここで, W は衝撃波静止系での流速, W' は衝撃波が動いている系へと変換した後の流速, v_s は 2 つの系の相対速度 (ここでは衝撃波が動く速度) を表している. 本研究では, 衝撃波静止系, 衝撃波がローレンツファクター $\Gamma = 10$, および $\Gamma = 100$ で動いている系の 3 つについて比較する. 衝撃波が動いている系については, 上式中の v_s に衝撃波が動いている速度を代入する.

4 Results

図 2 に, 計算の結果得られた異なる慣性系における光子の方向分布の比較を示す. これは粒子数 100 万個を用いて計算を行った結果である. 図の横軸は光子が計算領域から外へ出る時の z 軸に対する角度を π で割って規格化したものを, 縦軸は光子の数を表している. この図において, 右側に向かうほど光子が z 軸負方向を向いており, 左側に向かうほど光子が z 軸正方向を向いていることを表している. 衝撃波静止系では衝撃波下流側の流速の向きは z 軸負方向であるため, 光子は z の負方向 (衝撃波後方) に強く散乱されるが, 衝撃波が動いている系においては, 衝撃波速度を $\Gamma = 10, 100$ と増していくとそれに伴って流速は z 軸正方向に増していくため, 光子の方向分布は次第に z の正方向 (衝撃波前方) に偏向していく.

次にそれぞれの慣性系における光子の方向分布を, 各光子の方向とエネルギーについてローレンツ変換を行うことによって, すべて衝撃波静止系に揃えて表示したものを図 3 に示す. この図において, すべての方向分布の計算結果が後方へと偏向している. このように, 異なる慣性系において計算したものであっても同一の系へと変換すると方向分布の結果が一致した.

同様にして, 異なる慣性系におけるスペクトルの計算結果についても, 同一の系へと変換して比較すると一致することを確認した. また, 信頼性のある解を得るために必要な数値計算上の時間幅 Δt の条件について検証し, さらに逆コンプトン散乱により高エネルギー

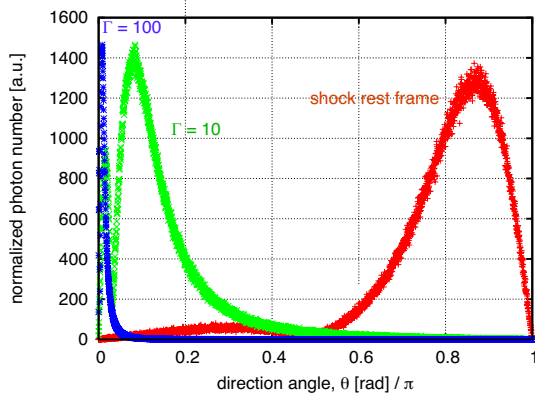


図 2: 異なる慣性系における光子の方向分布比較.

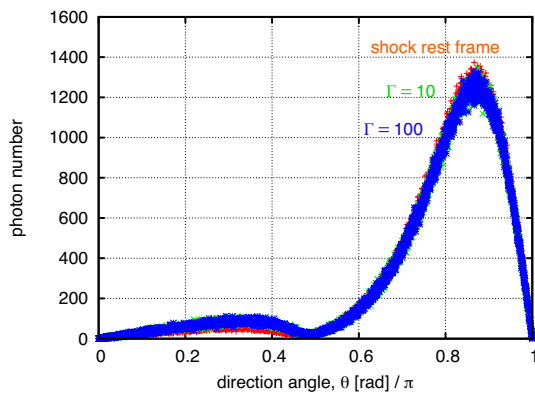


図 3: 衝撃波静止系へ変換後の方向分布比較.

γ-光子が生成される過程を再現できることを確認した。これらについては、発表の際に詳細を述べる。

5 Conclusion

本研究では、GRB の起源として高密度天体周辺で形成される相対論的ジェットを考え、ジェット中のガンマ線輸送を計算する相対論的流体-輻射輸送カップリング計算を目指し、相対論的流体をバックグラウンドとする輻射輸送コードを開発した。また、同一の相対論的衝撃波について、衝撃波が静止している系と動いている系でそれぞれ輻射輸送計算を行い、計算結果を同一の系に変換して比較したときに同等の結果が出るかを確認しながら異なる慣性系の間の変換を矛盾なく行うことができるような計算コードを構築し

た。計算手法としてモンテカルロ法を用いることによって、散乱過程も考慮に入れた輻射輸送計算を確率的に行った。衝撃波が静止している系および衝撃波がローレンツファクター $\Gamma = 10, 100$ で動いている系の 3 つの系で輻射輸送計算を行ったところ、計算領域から出た光子の方向分布は流速が後方に向いている衝撃波静止系では後方に偏向し、流速が前方に向いている $\Gamma = 10, 100$ の系では前方に偏向した。また、各系での計算結果を衝撃波静止系に合わせて変換し比較すると、それらの結果はすべて一致した。

このように、異なる慣性系の間の変換を矛盾なく取り扱えることを確認しながら、相対論的流体をバックグラウンドとする輻射輸送計算法を構築した。今後は、計算コストとの兼ね合いを考慮しながら、実際にカップリング計算を行う際に信頼性のある解を得るためには時間幅や空間解像度をどの程度の値に設定する必要があるのかといった計算条件について詳細に調べていく予定である。

Reference

- [1] P. Meszaros, *Journal of Progress in Physics*, 69 (2006) 2259–2321.
- [2] H. Nagakura et al., *The Astrophysical Journal*, 731 (2011) 80–97.
- [3] A. Mizuta et al., *The Astrophysical Journal*, 651 (2006) 960–978.
- [4] M. S. Briggs et al., *The Astrophysical Journal*, 524 (1999) 82–91.
- [5] H. Ito et al., *The Astrophysical Journal*, 777 (2013) 62–78.
- [6] A. Ishii et al., *High Energy Density Physics*, 9 (2013) 280–287.
- [7] Y. B. Zeldovich and Y. P. Raizer, *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena*, Dover Publications (2002).
- [8] 水田晃, *原子核研究*, 55 (2011) 60–74.
- [9] B. シュッツ 著, 江里口良治, 二間瀬敏史 共訳, シュッツ相対論入門, 丸善, (2010).