

輻射場中の Rayleigh-Taylor 不安定性

笹平 琳子 (総合研究大学院大学 物理科学研究科)

Abstract

重力場中で密度の小さな流体の上に密度が大きな流体が存在すると境界面に Rayleigh-Taylor 不安定性と呼ばれる不安定性が生じる. この不安定性は輻射場中でも発生することが知られており, 多くの観測, シミュレーションから Rayleigh-Taylor 不安定性によると思われる構造が発見されている. そこで, 本発表では輻射流体方程式に対して線形摂動解析を行い, 流体の安定条件について議論した論文 "Radiative Rayleigh-Taylor instability" (Jacquet and Krumholz (2011)) を紹介する. この論文では optically thin 及び optically thick な場合について解析を行い, これによって 30 Doradus における HII 領域の構造や大質量星形成のシミュレーションで見られる bubble の不安定化を説明できることが示された.

1 Introduction

重力場中で密度の小さな流体の上に密度の大きな流体が存在している時, 不安定性が生じ, 境界面で摂動が成長する. この不安定性を Rayleigh-Taylor 不安定性と呼ぶ. この不安定性は, 超新星残骸の膨張や赤色巨星の内部, 銀河面から押し出された分子雲ガスなど, 多くの天体で存在していることが知られている. 例として, 図 1 はブラックホールの降着円盤に出現するアウトフローについてのシミュレーションであり, Rayleigh-Taylor 不安定性によってアウトフローが clumpy な構造を形成している事がわかる (Takeuchi et al. (2013)). 一方で, このような天体の多くは強力な輻射場を伴っており, 解析を行う上で輻射圧を考慮しなくてはならない. そこで, この論文では輻射流体方程式を用いて, 線形摂動解析を行った. 輻射圧は流体の opacity 等により大きな影響を受けるため, 流体の状況に合わせて輻射圧の取り扱いを決める必要がある. 今回は, 特に光学的に薄い場合と光学的に厚い場合に注目して解析を行い, 観測・シミュレーションの結果との比較を行った.

2 Model

解析を行うにあたり, 次のような系を考える. $z = 0$ を境界として二つの流体が接しており, $z > 0$ の流体

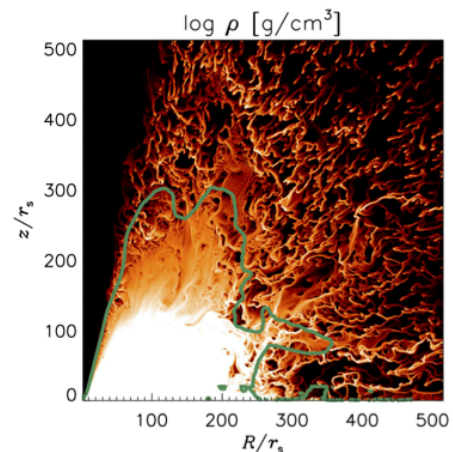


図 1: ブラックホール降着流の二次元輻射磁気流体シミュレーションに現れるアウトフローの様子 (Takeuchi et al. (2013) から転載). 色は密度に対応し, 明るいほど密度が大きく, 暗いほど密度が小さい. 系は super-Eddington であり, 輻射によってガスが吹き飛ばされてアウトフローを形成している. 強い輻射を受けたガスが不安定性により clumpy な構造を形成している様子が見える.

を流体 1, $z < 0$ の流体を流体 2 とする. 重力源, 及び光源は $z = -\infty$ に存在し, 重力及び輻射は z 軸方向を向いており, 重力は一定であるとみなす. また, 境界面の厚さは十分に薄く無視できるとし, 流体の流れは境界面を横断する事はできないと考える. 今回は, 輻射磁気流体方程式のうち主に連続の方程式とオイ

ラー方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \mathbf{G}_0 - \nabla P_g + \rho \mathbf{g}, \quad (2)$$

を用いて解析を行う。ここで、 ρ, \mathbf{v}, P_g はそれぞれ流体の密度、速度、ガス圧であり、 \mathbf{g}, \mathbf{G}_0 は重力加速度、及び流体が輻射から受け取る運動量を表している。

この境界面に摂動を与えた時、任意のパラメータ Q の摂動量 δQ は、 x 方向に伝わる平面波として

$$\delta Q = \delta \hat{Q}(z) e^{kx - \omega t}, \quad (3)$$

と表現できる。ここから、式 (1)、式 (2) の方程式で一次の摂動まで考えると、以下のような常微分方程式を得られる。

$$\frac{d\delta\hat{\psi}}{dt} = A(z)\delta\hat{\psi}. \quad (4)$$

今、 $\delta\hat{\psi}$ は各物理量の摂動量を並べて構成されるベクトルで、 $A(z)$ は行列である。また、解析を行う際に、境界条件として $z \rightarrow \pm\infty$ で摂動が減衰するような解を求める。さらに境界面では、境界を通じて圧力が連続であるという条件を課す。

以上の条件から摂動の分散関係を求め、安定条件について議論する。

3 Results

輻射がない場合と光学的に薄い場合、光学的に厚い場合について線形解析を行った結果を示す。

3.1 一般的な Rayleigh-Taylor 不安定性

比較対象とするため、はじめに輻射が存在していない場合の Rayleigh-Taylor 不安定性について考える。この時、式 (4) は

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{\xi}_z \\ \delta \hat{P}_g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\rho} \frac{k^2}{\omega} \\ \rho \omega^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\xi}_z \\ \delta \hat{P}_g \end{pmatrix}, \quad (5)$$

のように書く事ができる。 $\hat{\xi}_z$ は摂動による境界面のラグランジュ変位の z 成分である。ここから、分散関係は

$$\omega^2 = gk \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}, \quad (6)$$

となる。したがって、 $\rho_1 > \rho_2$ で流体は不安定となり、特に $\rho_1 \gg \rho_2$ では $\text{Im}(\omega) = \sqrt{gk}$ となる。

3.2 optical thin の場合

3.2.1 解析結果

光学的に薄い場合、輻射の減衰は無視して、一定として扱う事ができる。加えて流体は等温であり、流体は輻射との作用で温度が変化しないと仮定する。このとき、輻射圧と重力をまとめて実効重力 \mathbf{g}_{eff} として扱う事ができる。一般的な場合との違いは、密度が z 方向に一定ではない事と、 $\mathbf{g} \rightarrow \mathbf{g}_{\text{eff}}$ であり、式 (4) は

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{\xi}_z \\ \delta \hat{\rho} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{g_{\text{eff}}}{a^2} & \frac{ka^2}{\omega} - 1 \\ \frac{\omega^2}{a} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\xi}_z \\ \delta \hat{\rho} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

となる。 a は各流体での音速である。ここから、以下のような分散関係を得る。

$$\omega^8 - 2(ka_{\text{rms}})^2 \omega^6 + [(ka_{\text{rms}})^4 + g_1 g_2 k^2] \omega^4 + k^4 (g_1 - g_2) h \omega^2 - k^6 h^2 = 0. \quad (8)$$

ここで、 $h \equiv g_1 a_2^2 - g_2 a_1^2$, $a_{\text{rms}} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$ であり、分散関係は ω^2 の 4 次式となる。摂動を短波長のみ制限すると

$$\omega^2 = -\frac{hk}{a^2} + \frac{h(g_1 + g_2)(a_2^2 - a_1^2)}{2a^6} + O\left(\frac{1}{k}\right), \quad (9)$$

という関係を得る。

3.2.2 応用：HII 領域の不安定性

ここで考えた状況は、30 Doradus のような HII 領域で実現されていると考えられている。分散関係で短波長の領域を考え、HII 領域に相当する流体 2 で音速、及び実効重力が十分大きい場合に、分散関係は

$$\omega^2 \approx -\frac{hk}{a_1^2 + a_2^2} \approx \frac{a_1^2}{a_2^2} |g_2| k, \quad (10)$$

となる。この式に 30 Doradus の典型的な値 (Lopez et al. (2013) の論文の値を使用) を代入する事で、HII 領域において、放射源である O 型星の寿命数 Myr の間に $\lambda < 0.1 \text{ pc}$ の摂動のみが成長する事がわかる。これは、30 Doradus において小さなスケールの構造が成長していることを説明していると言える。

3.3 optically thick の場合

3.3.1 解析結果

最後に、光学的に厚い場合を考える。このとき、輻射は熱平衡に達しており、輻射を等方的であるとして扱う。輻射圧の効果は

$$\mathbf{G} \approx -\nabla P_r \quad (11)$$

となり、輻射の効果は $\mathbf{P}_{\text{tot}} = \mathbf{P}_g + \mathbf{P}_r$ としてガス圧とまとめて扱う事ができる。簡単のため、系が断熱的に変化する場合を考えると式 (4) は

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \hat{\xi}_z \\ \delta P_{\text{tot}} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{g}{a^2} C & \frac{1}{\rho} \left(\frac{k^2}{\omega} - \frac{C}{a^2} \right) \\ \rho (\omega^2 + B(\frac{g}{a})^2) & -\frac{g}{a^2} C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\xi}_z \\ \delta P_{\text{tot}} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (12)$$

と表すことができる。ここで、 B , C は流体の background で決まる量である (Jacquet and Krumholz (2011) の式 (68),(69),(72) を参照)。摂動が境界面近傍で局所化されているとすると、式 (12) の行列は z によらず定数行列として扱える。これにより、分散関係は行列の固有値を λ として

$$\rho_1 \frac{\lambda_1 \left(\frac{\omega}{k} \right)^2 - g_1}{1 - C_1 \left(\frac{\omega}{ka_1} \right)^2} = \rho_2 \frac{\lambda_2 \left(\frac{\omega}{k} \right)^2 - g_2}{1 - C_2 \left(\frac{\omega}{ka_2} \right)^2}, \quad (13)$$

となる。特に、 $\rho_1 \gg \rho_2$ の場合は式 (13) 右辺が左辺と比較して無視できるため、分散関係は

$$\begin{aligned} & -\frac{C}{a^2} \omega^6 \\ & + \left(\frac{C(C-B)g^2}{a^4} k^2 \right) \omega^4 + B \left(\frac{kg\omega}{a} \right)^2 - g^2 k^4 = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

で与えられる。

3.3.2 応用：大質量星形成

図 2 は大質量星形成のシミュレーションを行った結果であり、降着円盤の上下から輻射によってガスが外部へ掃き出され、bubble wall と呼ばれる構造を形成

していることがわかる。この bubble の殻と bubble 内部との境界面において、前節で議論した状態が実現されていると思われる。Krumholz et al. (2009) のシミュレーションで得られる典型的な値を用いて、式 (14) について数値計算を行った結果が図 3 である。このグラフから、断熱近似の条件から成長する波長の下限が存在し、摂動は $\sim 1\text{kyr}$ で成長している事がわかる。大質量星形成のタイムスケールが $\sim 100\text{kyr}$ である事から、大質量星形成において長波長の Rayleigh-Taylor 不安定性が成長することができ、これによって bubble が破壊され物質が降着すると考えられる。

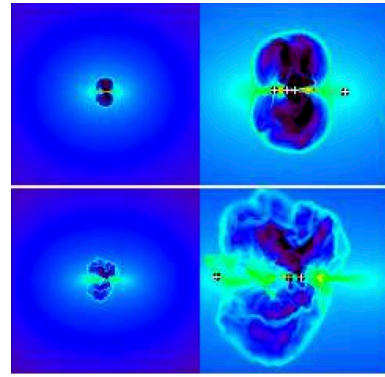


図 2: Krumholz et al. (2009) の大質量星形成シミュレーションで現れる bubble の様子 (Krumholz et al. (2009) から転載)。図は disk に平行な方向から見たものであり、色は密度に対応しており黒色ほど密度が小さく、黄緑色ほど密度が大きい。右の図は左の図の中心付近を拡大したものであり、右上図より disk の上下から輻射により掃き出されたガスが bubble を形成している様子が見える。右下図はその後の時間発展であり、bubble が不安定となり崩壊している事がわかる。

4 Conclusion

本発表では、等温、断熱などの仮定をおき、理想的な系について摂動の安定性解析を行った。結果として、不安定性の成長するタイムスケールや、成長できる波長への制限等が観測やシミュレーションの結果に見られる構造をよく説明できる事が示された。今後の課題として、今回考慮していない磁場を含んだ系の解析

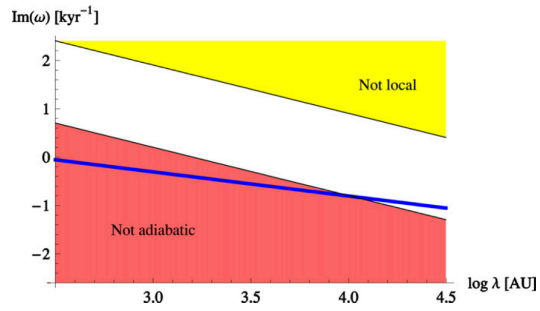


図 3: bubble wall における摂動の成長率と波長の関係 (Jacquet and Krumholz (2011) より転載). 縦軸は成長率, 横軸が摂動の波長を表しており, 黄色は摂動の局所化が成り立っていない領域, 赤色は断熱近似が成り立たない領域を示している. 成長は 1kyr であり, 断熱条件から成長できる波長の下限が決まっている事がわかる.

や, 非線形領域でのふるまい等について考える事が重要になると考えられる.

Reference

Jacquet and Krumholz. 2011. ApJ, 730, 116.

Takeuchi et al. 2013. PASJ, 65, 88

Lopez et al. 2013. ApJ 731, 91

Krumholz et al. 2009 science,323, 754