

マグネターのバースト現象とレーザー実験に実現する強い電磁場の非一様性に関する基礎的研究

矢田部 彰宏 (早稲田大学大学院 先進理工学研究科)

Abstract

マグネターは中性子星の中でも特に強い磁場を持つ天体である。マグネターは大規模なバースト現象を起こすことが観測されているが、バーストの理論的な説明はされていない。本研究の目的は強い磁場における量子電気力学的な過程を踏まえた視点からバーストを説明することである。量子電気力学の観点からバースト現象を扱った先行研究では、強い電磁場の非一様性がバーストにとって重要であると考えられている。

しかし、非一様な強い電磁場を扱った研究はほとんどされていない。そのため、マグネター周辺における電磁場の非一様性を扱うための準備として、本発表では地上の実験で実現するレーザー実験を扱って、電磁場の非一様性を議論する。具体的には、強い平面電磁波中を進行する摂動の電磁波がどのような振る舞いをするか、ということ扱う。

1 マグネターと強い電磁場の物理

マグネターは恒星の進化の最終形態のひとつである中性子星のうちで特に磁場が強いものをいう。中性子星の一般的な磁場の強さは 10^{12}G ほどであるが、マグネターは 10^{15}G ほどの磁場を伴うものも観測されている。観測では、マグネターは軟ガンマ線リピーター (soft gamma-ray repeater; SGR) または異常 X 線パルサー (anomalous x-ray pulsar; AXP) として観測される。SGR は軟ガンマ線や X 線を大規模に放出するバースト現象を起こすことが観測によって知られている。このバースト現象によって放出されるエネルギーは最大で 10^{44-46}erg とされており、この規模はガンマ線バースト ($\sim 10^{54}\text{erg}$) や超新星爆発 ($\sim 10^{53}\text{erg}$) に次ぐ、宇宙でも非常に大きな規模の爆発現象である。バースト現象の原因は、SGR 自体に伴う強い磁場であると考えられている。また、AXP はそれだけで X 線を放出するパルサーである。X 線を放出するパルサーは、通常を連星系をなしており、伴星からの質量の降着により、X 線を放出するが、AXP には伴星が観測されないという点で”異常”である。マグネターは、普通の中性子星と同じように磁気双極子放射によって自転のエネルギーが散逸されると仮定し、周期 P と周期の変化率 \dot{P} を使って双極子磁場を見積もる。

マグネターほどの磁場の強さでは、電子のサイクロトロン運動エネルギーが、電子の静止質量エネルギーを超える。電子のサイクロトロン運動エネルギーが電子の静止質量エネルギーと等しくなる磁場の大きさを critical field (量子臨界磁場とも) とい、大きさは $B_c = 4.4 \times 10^{13}\text{G}$ である。critical field を超えるような磁場では強磁場中で特有な電子や光子に関する素過程が起こると理論的に考えられている。例えば、磁場により真空の屈折率が変化する真空偏極や 1 個の光子がよりエネルギーの低い 2 個の光子に分裂する光子分裂とよばれる物理過程が重要になる。強い磁場中の素過程自体は 40 年以上研究されているが、現在に至ってもそれぞれの過程の新しい表式が出るなど、強い磁場中の物理は古くて新しい分野である。

強い磁場の物理過程を扱うための研究方法は、理論的に求めることしかされていない。というのも強い定常的な磁場を実験装置では作ることができないためである。したがって、強い磁場における物理過程を理論によって考察し、どのような観測結果を与えるかを予言し、マグネターの観測によって確かめる、ということが強い磁場中の物理学を研究する方法のひとつである。

このように強い磁場中では、特有の物理過程が起こると考えられていて、マグネター周辺では、その物

理過程が起こると考えられるが、強い電場がある場合でもやはり特有の物理過程が起こると考えられる。それは例えば、対生成といって、真空から電子と陽電子の対が生成する。これは不確定性関係 $\Delta t \Delta E \sim \hbar$ により、非常に短い時間のスケールで発生した仮想の電子と陽電子の対が、強い電場によって反対方向に引き離されることによって生じると考えられている。電場における critical field は $E_c = 1.6 \times 10^{19}$ V/cm である。

強い電磁場中では、このように特有の物理過程が起こると考えられているので、マグネターが起こす現象を研究するためには、強い磁場中の物理を研究することは重要である。本研究では、マグネターが引き起こすバースト現象を解明することを目標としている。マグネターのバースト現象がどのようにして起こるかはいまだに解決されていない問題であるが、解決すべき事柄は大まかに二つある。それは、バーストのエネルギーをどのように生み出すか、というエネルギーの生成過程と発生したエネルギーをどのようにして輻射に変換するか、というエネルギーの変換過程である。前者のエネルギー生成過程の例としては磁力線のつなぎ替えが起こる磁気リコネクションや、マグネターの変形のエネルギーが放出される星振はエネルギーの生成過程である。

本研究では、後者のエネルギーの変換過程を扱う。強い電磁場の量子電気力学を用いて、エネルギーの変換過程を議論した先行研究に (Heyl and Hernquist 1998), (Heyl and Hernquist 2005) がある。この先行研究では、エネルギーの変換過程によって生じた電磁波が一様な強い磁場中を伝播し、その電磁波が衝撃波生じること (図 1) を考える。その後、電磁波の衝撃波のエネルギーが散逸することによって生成した電子と陽電子の火の玉からの輻射によってエネルギーの変換過程を説明しようとしたモデルである。

2 方法:Proper Time Method

通常量子電気力学を扱うときには、電磁場が弱いとして結合定数 e に関する摂動展開によって、問題に取り組むことが一般的である。しかし、強い電磁場が存在する場合の量子電気力学の場合は電磁場が強

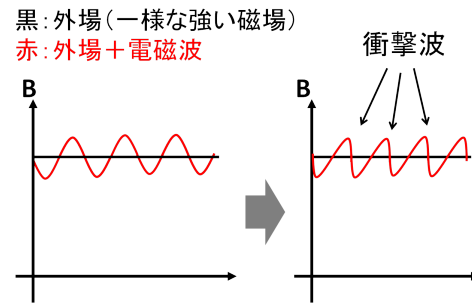


図 1: 磁場中の電磁波が衝撃波を生じる模式図

いために摂動展開によって問題を取り扱うことができない。そのため、電磁場を厳密に含める方法が必要である。強い電磁場中の量子電気力学を扱うときに使われる方法に Proper Time Method (J. Schwinger 1951) がある。Proper Time Method は電磁場中のフェルミオンのプロパゲータを求めるときに電磁場に関する摂動展開を行わずに、厳密に電磁場を含めて解くための方法である。フェルミオンとは例えば電子のことであり、本研究では電子のみを考える。また、プロパゲータとは散乱反応の素過程を考えるとときに現れる、素過程における電子の伝播を示す関数のことである。

電荷 e の電子のプロパゲータを Proper Time Method を用いて求める。電子が x'' から x' に伝播することを表すプロパゲータ $G(x', x'')$ が満たす式は、

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu - eA_\mu(x)) - m\mathbf{1}]G(x', x'') = \delta(x' - x'') \quad (1)$$

である。 $G(x', x'')$ を演算子 G の行列要素と考えると、

$$(\gamma \hat{\Pi} - m\mathbf{1})G = \mathbf{1} \quad (2)$$

ただし、 $\hat{\Pi}_\mu = \hat{p}_\mu - eA_\mu$ である。プロパゲータを解くために、 G を形式的に分数で表したのちに積分表示する。

$$\begin{aligned} G &= \frac{1}{\gamma \hat{\Pi} - m\mathbf{1}} \\ &= (-\gamma \hat{\Pi} - m\mathbf{1}) \\ &\quad \times i \int_0^\infty ds \exp[-i(m^2\mathbf{1} - (\gamma \hat{\Pi})^2)s] \quad (3) \end{aligned}$$

このとき、 s を Proper Time といい、指数の部分量子力学における時間発展演算子とみなす。

Proper Time Method を使うとラグランジアンは

$$\mathcal{L}^{(1)} = \frac{i}{2} \int_0^\infty ds \frac{1}{s} e^{-im^2 s} \text{tr} \langle x(s)|x(0) \rangle \quad (4)$$

と表される。このとき表式の中の確率振幅は

$$\langle x(s)|x(0) \rangle = \langle x(s)|e^{-i\{\hat{H}(s)\}s}|x(0) \rangle \quad (5)$$

と表される。これを解くためには $\hat{\Pi}(s)$ を $\hat{x}(s)$ と $\hat{x}(0)$ で表す必要がある。 $\hat{x}(s)$ と $\hat{\Pi}(s)$ はハミルトニアン $\mathcal{H} = -(\gamma\hat{\Pi})^2$ によって proper time s が発展するので、 \hat{x} と $\hat{\Pi}$ は運動方程式

$$\frac{d\hat{x}^\mu(s)}{ds} = 2\hat{\Pi}^\mu(s) \quad (6)$$

$$\frac{d\hat{\Pi}^\mu(s)}{ds} = 2eF^\mu{}_\nu(s)\hat{\Pi}^\nu(s) + ie\frac{\partial F^\mu{}_\nu(s)}{\partial x_\nu} + \frac{1}{2}e\sigma^{\rho\sigma}(s)\frac{\partial F_{\rho\sigma}(s)}{\partial x_\mu} \quad (7)$$

を満たす。 $\sigma^{\rho\sigma}$ はガンマ行列の交換関係である。この σ 行列は縮約をとる電磁場によって形が変わる。また、 $\sigma^{\rho\sigma}(s)$ と引数の s が書かれているのは、Proper Time の時間発展によるもので

$$\sigma^{\rho\sigma}(s) = e^{i\frac{1}{2}s\sigma F} \sigma^{\rho\sigma} e^{-i\frac{1}{2}s\sigma F} \quad (8)$$

と表される。その後、演算子 \hat{x} と $\hat{\Pi}$ の時間発展を解けば確率振幅 $\langle x(s)|x(0) \rangle$ を求めることができ、ラグランジアンを求めることができる。このように Proper Time Method は場の量子論の問題を量子力学の時間発展の問題に落とし込むことによって解く方法である。

演算子の運動方程式が解ければ有効作用を求めることができるが、(7) の右辺の中に $\hat{\Pi}$ 以外にも s に依存する F や \hat{x} があるので任意の電磁場に対して解けるわけではない。厳密に解けているのは、電磁場が一様で時間変化しない場合か、平面波で表される場合だけである。

しかし、一定な磁場中に摂動の電磁波が存在する場合に関しては解かれている (S. L. Adler 1971)。本研究では、強い平面電磁波中に摂動の電磁波が存在する場合に関して解く。

3 平面電磁波のみ場合

平面波での Proper Time Method を考える。ここでの平面波というのは、電磁波の単色平面波のこと

で電場と磁場の振幅が等しいものを考える。電磁場のテンソルは

$$F_{\mu\nu} = f_{\mu\nu}F(\xi), \quad \xi = n_\mu x^\mu \quad (9)$$

で表されるとする。このとき、波数ベクトル n_μ はヌルベクトル

$$n_\mu n^\mu = 0 \quad (10)$$

である。この場合は運動方程式 (7) が、保存量

$$C^\mu = f^\mu{}_\nu \hat{\Pi}^\nu(s) - e f^2 n^\mu A(\xi(s)) \quad (11)$$

$$(12)$$

によって書き換えられることができ、

$$\frac{d\hat{\Pi}^\mu(s)}{ds} = \frac{d}{d\xi} \left[2eA(\xi(s))C^\mu + e^2 f^2 n^\mu A^2(\xi(s)) + \frac{1}{2}e\sigma^{\nu\lambda} f_{\nu\lambda} n^\mu F(\xi(s)) \right] \quad (13)$$

となる。ただし、 $F = \frac{dA}{d\xi}$ と表せる。これと運動方程式 (6) によって、 $\hat{\Pi}$ を $\hat{x}(0)$ と $\hat{x}(s)$ で表すことができる。結果は、

$$\langle x(s)|x(0) \rangle = \frac{1}{i(4\pi)^2 s^2} \times \exp \left[-\frac{i}{2}e\sigma_{\rho\lambda} f^{\rho\lambda} \exp(-i\omega\xi)s \right] \quad (14)$$

となる。さらに $F_{\mu\nu} = 0$ のとき $\mathcal{L}^{(1)} = 0$ となるので、指数の部分が変化し、ラグランジアン量子補正は

$$\mathcal{L}^{(1)} = \frac{i}{32\pi^2} \times \int_0^\infty ds \frac{1}{s^3} e^{-im^2 s} \text{tr} \left[-\frac{ie}{2} s \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right] \quad (15)$$

となる。

4 平面電磁波に摂動を加えた場合

先程と同様に演算子の運動方程式を考える。強い電磁波 $F^\mu{}_\nu = f^\mu{}_\nu F(\xi(s))$ ($\xi = n^\mu \hat{x}_\mu$) と弱い電磁

波 $G^\mu{}_\nu = g^\mu{}_\nu G(\eta(s))$ ($\eta = k^\mu \hat{x}_\mu$) が存在する系を考
える。

$$\frac{d\hat{x}^\mu(s)}{ds} = 2\hat{\Pi}^\mu(s) \quad (16)$$

$$\frac{d\hat{\Pi}^\mu(s)}{ds} = 2ef^\mu{}_\nu F(\xi(s))\hat{\Pi}^\nu(s) + \frac{1}{2}e\sigma^{\nu\lambda}F'(\xi(s))f_{\nu\lambda}n^\mu + \Phi^\mu(s) \quad (17)$$

$$\Phi^\mu(s) = 2eg^\mu{}_\nu G(\eta(s))\hat{\Pi}^\nu(s) + ieg^\mu{}_\nu k^\nu G'(\eta(s)) + \frac{1}{2}e\sigma^{\nu\lambda}G'(\eta(s))g_{\nu\lambda}k^\mu \quad (18)$$

ただし、 $\Phi^\mu(s)$ は弱い電磁波による Proper Time の
時間発展を表す項である。これを解くと先ほどの保
存量 C^μ は Proper Time に依存して変化し

$$C^\mu(s) = C^\mu(0) + \int_0^s f^\mu{}_\nu \Phi^\nu(t) dt \quad (19)$$

のようになる。これにより $\hat{\Pi}$ の表式が変化する。

今、我々がほしいものは、 $\Gamma^{(1)}$ を電磁場の作用の
量子補正、 a を強い平面電磁波の場、 b を摂動の電磁
波の場とすると、

$$\left. \frac{\delta\Gamma^{(1)}[A]}{\delta A} \right|_{A=a+b} = ie\text{Tr}(\gamma^\mu G(x, x)) = \int d^3x \langle 0|j^\mu(x)|0 \rangle \quad (20)$$

のように表されるものである。最後の式は、今回求
めるものがカレントであることを表して、実際
オイラー・ラグランジュ方程式を書き下してみると、

$$0 = \left. \frac{\delta\Gamma[A]}{\delta A} \right|_{A=a+b} = \square A_\mu + \left. \frac{\delta\Gamma^{(1)}[A]}{\delta A^\mu} \right|_{A=a+b} \quad (21)$$

のように表されるので、カレントであることがわか
る。

プロパゲータ G の Proper Time による積分表示に
よってこのカレントの期待値を表すと、

$$\begin{aligned} & \langle 0|j^\mu(x)|0 \rangle \\ &= \frac{e}{2} \int_0^\infty ds e^{-im^2 s} \\ & \times \text{tr} [\langle x(s)|\Pi^\mu(s) + \Pi^\mu(0)|x(0) \rangle \\ & - i\sigma^{\mu\nu} \langle x(s)|\Pi_\nu(s) - \Pi_\nu(0)|x(0) \rangle] \quad (22) \end{aligned}$$

である。この式の中の $\hat{\Pi}$ を強い平面電磁波による
Proper Time 時間発展を解き、さらに、摂動の電磁

波に関しても強い平面電磁波による Proper Time 時
間発展を解くことが本研究において重要である。

この方法で解く場合、 $\hat{\Pi}(s)$ などの Proper Time で
それ以前の Proper Time ($0 \leq t \leq s$ となるような t)
による影響を無視できず、それに関する交換関係な
どが多数出てきて、摂動の平面電磁波の振動数が、考
えている系に対して無視できるような場合でしか求
められないことがわかった。これは強いレーザーと
振動数の低い可視光や電波などを衝突させることに
対応している。

5 将来の研究

現在の研究のカレントの期待値が求まれば、レー
ザー実験における結果の予想をすることができる。
今回の計算で求められるのは、レーザーによってで
きた強い平面電磁波の外場中を振動数の低い光が伝
播することによって、その光がどれほど真空偏極に
よって曲がるか、とか、外場との相互作用によってど
れほどの電子陽電子対が生成されるか、ということ
である。この問題自体は宇宙の問題ではなくて、む
しろ物理の問題であるが、これをマグネター周辺の
光がどのように伝播して、マグネターの像が歪むか、
という問題や、マグネターからの放射が強い磁場中
特有の物理過程で、どのように影響がでるか、とか、
その結果としての観測はどのようなものになるかを
研究したいと思っている。

Reference

- J. S. Heyl and L. Hernquist. 1998. Physical Review D 58, 043005
- J. S. Heyl and L. Hernquist. 2005. The Astrophysical Journal 618, 463
- J. Schwinger. 1951. Physical Review 82, 664
- S. L. Adler. 1971. Annals of Physics 67, 599
- K. Hattori and K. Itakura. 2013. Annals of Physics 334, 58