

## semiconvective zone での混合

中村 健太郎 (新潟大学大学院 自然科学研究科)

### Abstract

太陽質量の 10 倍程度以上の大質量の恒星では中心での核燃焼中にその核燃焼 core が核反応中の物質のプロフィールを残して収縮する。その収縮した領域には core と core が収縮する前に core を覆っていた領域とを繋ぐように滑らかな平均分子量の勾配ができる。平均分子量に勾配があるためにその領域で overstable oscillation が起こりゆっくりと平均分子量が均され、滑らかな勾配が最終的に一定の平均分子量の領域を持つ構造になると考えられていた。このような混合のことを semiconvection といい、この一定の平均分子量を持つ領域のことを semiconvective zone という。overstable oscillation の効率評価が困難であったため、この領域の理解は進んでいなかった。

この発表では、semiconvective zone での混合に新しいモデルを提案した 1992 年の H.C.Spruit の論文のレビューを行う。その論文では、断熱的な振動である overturn という現象で一度、安定な境界面により別けられる平均分子量の階層構造ができ、各々の層内部で上下の層との熱的接触により対流が起きると考えている。各々の層の間での熱と溶質のやりとりは境界面付近での拡散により行われるものとしている。こうすることにより、実験と理論の両方で広く研究されている下から温められる安定な階層構造の流体力学の問題として扱うことができる。

## 1 Introduction

太陽質量の 10 倍程度以上の大質量の恒星では中心 core での核燃焼中に中心 core が核反応中の物質の

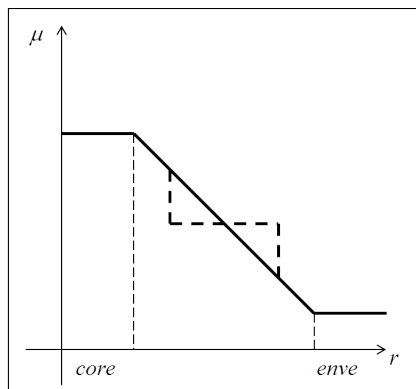


図 1: core の収縮直後 (実線) と完全に混ぜられた後 (破線) の平均分子量と半径方向の距離の関係を示した図である。縦軸が平均分子量であり、横軸が半径方向の距離である。横軸の矢印の向きが恒星の外側の方向である。enve とは core が収縮する前に core を覆っていた領域のことである。

プロフィールを残して収縮する。その収縮した領域には core と core が収縮する前に core を覆っていた領域とを繋ぐように図 1 の実線で示されるような滑らかな平均分子量  $\mu$  の勾配ができる。平均分子量に勾配があるためにその領域で overstable oscillation (Sect.2 で説明する。) が起こりゆっくりと平均分子量が均され、滑らかな勾配が最終的に図 1 の破線で示されるような平均分子量が一定の領域を持つ構造になると考えられていた。このような混合のことを semiconvection といい、この平均分子量が一定の領域 semiconvective zone という。

この混合での問題点は overstable oscillation である。この振動の振幅がどの程度まで成長するか、どの程度周囲に影響するかは明らかではなかった。この論文では overstable oscillation は起きるのだが早い段階で overstable oscillation より混合の効率がよい断熱的な振動である overturn (Sect.3 で説明する。) という現象が起きると考えている。その振動により一度、安定な境界面により別けられる平均分子量の階層構造ができ、各々の層内部で上下の層との熱的接触により対流が起き、各々の層の間での熱と溶質のやりと

りは境界面付近での拡散により行われるものと考えられている。こうすることにより、overstable oscillation の不確定性は問題ではなくなり、実験と理論の両方で広く研究されている下から温められる安定な階層構造の流体力学の問題として扱うことができる。

## 2 overstable oscillation

まず、semiconvective zone で overstable oscillation が起こるメカニズムを示す。

質量要素の力学的な安定性を考える。(図 2 参照。) 最初に質量要素が周囲と半径方向の距離  $r$  で平衡状態であることと常に周囲の圧力  $P_s$  と質量要素の圧力  $P_e$  が釣り合っていることを仮定する。(今後、添え字  $e$  は質量要素に対する物理量、添え字  $s$  は周囲に対する物理量を示す。) この質量要素を半径方向に距離  $\Delta r$  移動させたとして、位置  $r + \Delta r$  での密度の違いは

$$D\rho = \left\{ \left( \frac{d\rho}{dr} \right)_e - \left( \frac{d\rho}{dr} \right)_s \right\} \Delta r \quad (1)$$

となる。これは浮力の半径方向の成分

$$K_r = -gD\rho \quad (2)$$

を与える。ここで、 $g$  は重力加速度である。 $K_r < 0$  が力学的に安定となる条件であるので、 $D\rho > 0$  つまり

$$\left( \frac{d\rho}{dr} \right)_e - \left( \frac{d\rho}{dr} \right)_s > 0 \quad (3)$$

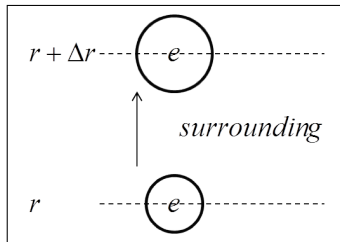


図 2: 半径方向の距離  $r$  にあった質量要素が半径方向に  $\Delta r$  動いた図である。 $e$  が質量要素を示し、*surrounding* が周囲を示す。

が力学的に安定となる条件となる。ここで、密度  $\rho$  は圧力  $P$ 、温度  $T$ 、平均分子量  $\mu$  の関数であるので

$$\frac{d\rho}{\rho} = \alpha \frac{dP}{P} - \delta \frac{dT}{T} + \varphi \frac{d\mu}{\mu} \quad (4)$$

$$\alpha = \left( \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln P} \right), \delta = - \left( \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right), \varphi = \left( \frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln \mu} \right)$$

となる。質量要素の平均分子量の変動はないことを考慮して (4) を (3) に代入すると

$$\left( \frac{\alpha}{P} \frac{dP}{dr} \right)_e - \left( \frac{\delta}{T} \frac{dT}{dr} \right)_e - \left( \frac{\alpha}{P} \frac{dP}{dr} \right)_s + \left( \frac{\delta}{T} \frac{dT}{dr} \right)_s - \left( \frac{\varphi}{\mu} \frac{d\mu}{dr} \right)_s > 0 \quad (5)$$

となる。(5) に pressure scale height

$$H_P \equiv - \frac{dr}{d \ln P} = -P \frac{dr}{dP}$$

をかけると

$$\left( \frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_s < \left( \frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_e + \frac{\varphi}{\delta} \left( \frac{d \ln \mu}{d \ln P} \right)_s \quad (6)$$

が得られる。ここで、

$$\nabla \equiv \left( \frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_s, \nabla_e \equiv \left( \frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_e, \nabla_\mu \equiv \left( \frac{d \ln \mu}{d \ln P} \right)_s$$

と定義する。断熱的な質量要素を考えると、

$$\nabla_e = \nabla_a \equiv \left( \frac{\partial \ln T}{\partial \ln P} \right)_s$$

(ここで、 $S$  はエントロピーを表している。) となる。

(6) を書き直すと

$$\nabla < \nabla_a + \frac{\varphi}{\delta} \nabla_\mu \quad (7)$$

という形の力学的な安定の条件が得られる。また、(1) を書き直すと

$$D\rho = \frac{\rho \delta}{H_P} \left( \nabla_a - \nabla + \frac{\varphi}{\delta} \nabla_\mu \right) \quad (8)$$

となり、質量要素の運動方程式は

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\Delta r) = - \frac{g \delta}{H_P} \left( \nabla_a - \nabla + \frac{\varphi}{\delta} \nabla_\mu \right) \Delta r \quad (9)$$

となる。(7) を満たすと質量要素は振動数  $\omega$  が

$$\omega^2 = \frac{g \delta}{H_P} \left( \nabla_a - \nabla + \frac{\varphi}{\delta} \nabla_\mu \right) \quad (10)$$

となる安定な振動をする。

semiconvective zone において外側に行くにつれて平均分子量が減少するので、(7) の条件を満たす。よって、この領域の質量要素は安定な振動をするように思われる。しかし、安定性の議論において質量要素を断熱的だと考えたが実際はそうではない。安定性での議論のように質量要素を外側に移動させると、周囲よりも質量要素の温度が高いため周囲にエネルギーを与える。そうすると、質量要素の温度が下がり密度が大きくなる。つまり、質量要素への下向きの復元力が大きくなる。逆に、中心側に移動させると上向きの復元力が大きくなる。これにより、質量要素は振幅を増加させながら振動する。この振幅の増加を伴う振動を overstable oscillation と言う。この振動の振幅がどの程度まで増加するのか、どのくらい周囲に影響を及ぼすのかの評価は困難である。なので、定量的な研究は進んでいなかった。そこで次節のような新たなモデルが提案された。

### 3 overturn

overturn とは Sect.2 での安定性の議論での様に質量要素を断熱的だと考えると起こる力学的にも振動的にも安定な振動である。overturn によりエントロピーと平均分子量が均され、図 3 において示されるような厚さ  $d$  の層ができる。semiconvective zone はこのような層の積み重ねの構造つまり階段状の構造を持つようになる。なぜ、oversatable oscillation ではなく overturn を考えるかを説明する。

この振動の振動数は (10) により与えられるので、半径方向の距離  $d$  に渡る overturn に必要なエネルギーは単位質量あたり

$$E_{\text{overturn}} = \frac{1}{2}d^2\omega^2 \quad (11)$$

になる。つまり、 $d^2$  に比例する。もし層の厚さが十分に薄いのなら、最初の滑らかな構造を overturn により階層構造にするのに必要なエネルギーは非常に小さくなる。粘度力と慣性力との釣り合いにより  $d$  の最小値

$$d_{\text{min}} = \left(\frac{\nu}{\omega}\right)^{1/2} \quad (12)$$

が求まる。ここで、 $\nu$  は動粘度である。恒星内部の粘度は非常に小さいので、 $d_{\text{min}}$  も非常に小さくなる。よって、この振動に必要なエネルギーは非常に小さくなる。

最初の overstable oscillation のエネルギーや近隣の対流層で発生する重力波のエネルギーによりこの小さなエネルギーが与えられる。この振動は overstable oscillation よりも混合の効率が良いと考えられるので、早い段階でこの振動により安定な階段状の構造を形成してしまう。なので、overstable oscillation による混合を議論しなくてよくなる。実際、実験でも滑らかな勾配が  $d_{\text{min}}$  のオーダーの厚さを持つ階段状の構造が形成されることが観測されている。

### 4 inside the layer

一度、overturn により階層構造が形成されると、各々の層内部で安定な対流が起きる。

熱と溶質 (semiconvective zone の構成要素) の拡散によりエントロピーと平均分子量に勾配ができる境界層ができる。この境界層の厚さ  $\delta$  は層内部の流れによる移流と境界を越える拡散の間の釣り合いにより決まる。境界面に沿う典型的な水平方向の流れの速さを  $v$ 、拡散率を  $\kappa$  とすると、境界層の厚さ  $\delta$  は

$$\delta = (\kappa\tau)^{1/2} \quad (13)$$

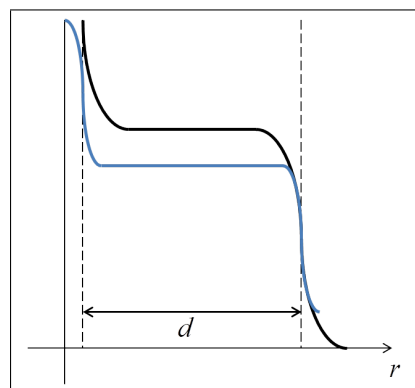


図 3: overturn により形成された任意の層でのエントロピー (黒線)、平均分子量 (青線) と半径方向の距離の関係を示した図である。横軸が半径方向の距離を示し、矢印の向きが外側を示す。縦軸はエントロピーまたは平均分子量である。

となる。ここで、 $\tau = d/v$  は convective cell のタイムスケールである。溶質の拡散率は熱の拡散率と比べて非常に小さいので、溶質の境界層は熱の境界層に比べて非常に薄くなる。

上の境界面に向かう流れは上の境界付近には到達するが、境界面を超えるほどのエネルギーを持たないので水平方向に曲がる。上の境界面付近で水平方向に流れている間に上の層からの熱伝導により冷却が起こり密度が上がるので重力により下の境界面に向かう流れになる。下の境界面に向かう流れは上向きの流れと同様に下の境界面付近に到達はするが境界面を超えるほどのエネルギーを持たないので水平方向に曲がる。下の境界面付近で水平方向に流れている間に下の層からの熱伝導により加熱が起こり密度が下がるので浮力により上の境界面に向かう流れになる。これが流れのパターンである。この流れのパターンは境界面に対して対称となっている。(図 4 参照。)

上の境界面付近での熱伝導の間に境界を越える溶質の拡散と溶質の拾い上げも起きる。拡散と拾い上げの差が周囲よりも大きくなってしまい平均よりも濃度が小さくなってしまった下の境界面に向かって流れる要素は下の境界面に至るまでに左右にこの揺らぎを伝える。逆に、濃度が大きくなってしまった場合も同様である。

層内部での物理状態で重要なことは、安定な境界面で挟まれた層の内部で対流が起き、上下の層との熱と溶質のやりとりは境界面に沿って流れているときの拡散により行われるということである。こう考えると、semiconvective zone での混合を実験と理論の両方において幅広く研究されている流体力学の問題として捉えることができる。

## 5 discussion

このモデルでは扱うのが難しい overstable oscillation の評価を考える必要がなく、研究の進んでいる流体力学の問題として考えることができたため実験との比較により定量的に議論することができる。また、近似を用いて簡単な定性的な議論もできるので有用だと考える。

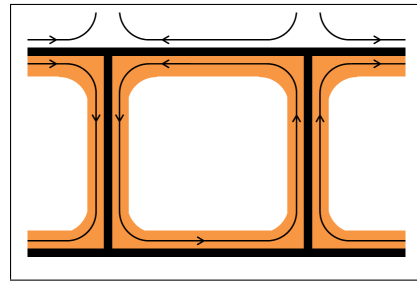


図 4: 層内部での流れのパターンを図示した。矢印の向きが流れの向きである。オレンジ色の領域が熱の境界層であり、黒色の領域が溶質の境界層である。境界面に垂直な熱と溶質を運ぶ上向きと下向きの plume ができる。

overstable oscillation を考えた場合の semiconvective zone での混合での問題点は overstable oscillation の振幅がどの程度まで増加するのか、つまり、semiconvective zone の厚さがどの程度になるかが明確ではなく、効率がよくわからない点であった。この発表ではモデルの設定部分のみの説明となってしまったが、論文では結論として溶質の有効拡散率が層の厚さ  $d$  に依存しないという結論を出している。有効拡散率が層の厚さに依存しないというのは各々の層がお互いに溶け合って層の厚さを増していくので、それに対して拡散率が一定であるというかなり有用な結論なのだが envelope や core に対して拡散がどの程度影響するかの議論がなかった。

また、層の厚さ  $d$  についての不確実性がある。この論文では層の成長が進み、 $d$  が十分に大きくなったものとして議論を進めていた。

これからの研究課題としては同じモデルでその拡散の envelope と core に対する影響の度合いを議論すること、最初にできる層の厚さについて議論することが挙げられる。

## Reference

- H.C.Spruit. 1992. Astron.Astrophys.253,131
- R.Kippenhahn, and A.Weigert. 1994. Stellar Structure and Evolution,3rd ed.(Springer-Verlag,New York)