

ホット・ジュピターの乱流を用いた大気モデル

岩佐 真生 (京都大学 理学研究科)

Abstract

近年観測技術の進歩にともない、太陽系外の惑星が多く発見されてきた。その観測結果から、中心星を回る軌道に関して、軌道長半径が極端に小さいホット・ジュピターが見つかり、太陽系とは異なる様相を示すものが発見されてきた。ホット・ジュピターのなかには、異常なほど大きな半径をもつものがある。また赤外線観測によりホット・ジュピターの成層圏で温度の逆転が生じていることがわかっており、これらのことが問題として挙げられている。これらの問題を同時に解決する大気モデルに乱流を用いた大気モデルがある。今回は参考文献 [1]、[2] を用いてこの乱流を用いた大気モデルについてレビュー発表を行う。

1 Introduction

1940 年代から系外惑星の探査が開始されたが、当時はなかなか見つけることができなかった。観測技術の進歩に伴い 1995 年に最初の系外惑星が観測されるとそこからぞくぞくと系外惑星が発見され、2013 年 1 月までに 861 個の系外惑星が発見されている。この発見により系外惑星のなかには太陽系とは異なる様相を示すものが出てきた。その中でも今回はホット・ジュピターに焦点をあてていく。

ホット・ジュピターは軌道半径が小さく、中心星からの輻射を強く受けている星であり、観測により木星の 0.8~2.0 倍程度の半径を持つことがわかっている。

一般に中心星からの輻射が強いと惑星の冷却率が減少し半径は大きくなる傾向があるが、ホット・ジュピターはこのことを考慮しても、理論的に予測されるよりも大きな半径を持つものが存在する。また赤外線による観測によりホット・ジュピターの成層圏で温度の逆転が起こっていることがわかっており、これらのことが問題として挙げられる。

半径の膨張を起こすためには、中心星の輻射以外に惑星の冷却率を減少させるような熱源、つまり温室効果を引き起こすことができれば解決することが示唆されている。また、温度の逆転を起こすには TiO ガスが成層圏に存在していることが必要なのだが、TiO が凝縮して沈殿することがあるので TiO がただ存在するだけでは温度の逆転が起こらず、TiO を留めておく何らかの機構が必要になる。この二つの間

題を同時に解決する大気モデルとして乱流を用いた大気モデルが挙げられる。

今回の目的はこの乱流に焦点をあてて対流層、輻射層、またその境界層 (RCB: radiative-convective-boundary) に着目して、特に半径の膨張の議論することである (ここで輻射層とは対流的に安定な領域すべてに対して用いる)。

2 Methods

2.1 輻射輸送・対流

中心星からの輻射と惑星自身が放出する輻射に対して光学的に厚い深くの大気を考える。このとき輻射層からの輻射は拡散方程式で表され

$$\frac{dT}{dP} = \frac{F_{rad}}{k_{rad}} \quad (1)$$

となる。ここで、 F_{rad} は星の外に向かう輻射のエネルギー流束、 k_{rad} は拡散係数で

$$k_{rad} = \frac{16\sigma T^3 g}{3\kappa} \quad (2)$$

と表される。 σ は Stephan-Boltzman 定数、 κ は Rosseland 平均吸収係数で、今回の計算では

$$\kappa = \kappa_0 \left(\frac{P}{P_{kb}} \right)^\alpha \left(\frac{T}{T_{2k}} \right)^\beta \quad (3)$$

と近似を行った。 $\kappa_0 = 0.18 \text{cm}^2 \text{s}^{-1}$ 、 $P_{kb} = 1 \text{kbar}$ 、 $T_{2k} = 2000 \text{K}$ として規格化をした。以下では、 $\alpha = 1$ 、 $\beta = 0$ として進めていく。

ホット・ジュピターなどを含む巨星はある深度で対流的に不安定になる。その割合として

$$\nabla \equiv \frac{d \ln T}{d \ln P} = \frac{3 \kappa P F_{rad}}{16 g \sigma T^4} \quad (4)$$

がその安定性を特徴づける。

以下、大気表面の温度を T_{deep} とする。対流は $\nabla > \nabla_{ad}$ のときに生じる。ここで $\nabla_{ad} = 2/7$ 。大気一番上では光学的厚みは $\tau = \kappa P/g \sim 1$ で、 $F_{rad} \ll \sigma T_{deep}^4$ なので $\nabla \ll 1$ となり、大気は定常で等温であることがわかる。この opacity の選び方では、大気の深くにいくにつれて ∇ が増加し、対流が起こる状態へと移行する。対流領域では $\nabla = \nabla_{ad}$ と設定する、つまり $T \propto P^{\nabla_{ad}}$ となる。

2.2 輻射平衡解

輻射平衡の二つの近似を安定な層に適用する。一つ目の近似は、輻射が唯一の適切なエネルギー輸送の機構であること、つまり (1) の F_{rad} が全エネルギー流束である。二つ目の近似として、輻射層を通る流束は定数で、境界層からの流束と等しくて、 $F_{rad} = F_c$ である。これは、局所的な熱エネルギーの放出が無視できることを想定している。(1) を境界条件 $P = 0$ で $F_{rad} = F_c$ 、 $T = T_{deep}$ として解くと

$$T = T_{deep} \left[1 + \frac{\nabla_{ad}}{\nabla_{\infty} - \nabla_{ad}} \left(\frac{P}{P_c} \right)^{1+\alpha} \right]^{1/(4-\beta)} \quad (5)$$

となる。 $T(P_c) = T_c$ とすると

$$T_c = T_{deep} \left(\frac{\nabla_{ad}}{\nabla_{\infty} - \nabla_{ad}} \right)^{1/(4-\beta)} \quad (6)$$

また

$$P_c = k_{\nabla} P_1 \left(\frac{T_{deep}}{T_1} \right)^{1/\nabla_{ad}} \quad (7)$$

は RCB の位置を表し、 k_{∇} は

$$k_{\nabla} = \left(\frac{\nabla_{\infty}}{\nabla_{\infty} - \nabla_{ad}} \right)^{\nabla_{ad}/[\nabla_{ad}(1+\alpha)]} \quad (8)$$

また T_1 は $P = 1 \text{ bar}$ での温度で断熱曲線をラベルするだけの温度である。RCB では断熱なので

$$T_1 = T_c \left(\frac{P_1}{P_c} \right)^{\nabla_{ad}} \quad (9)$$

の関係がある。

このときコアからの流束は

$$F_c = k_F \frac{g}{\kappa_1} \left(\frac{T_1}{T_{deep}^{1-\nabla_{ad}/\nabla_{\infty}}} \right)^{(1+\alpha)/\nabla_{ad}} \propto \frac{T_1^7}{T_{deep}^3} \quad (10)$$

となり中心星からの発光を強く受けると冷却率が下がることを示している。ここで

$$k_F \equiv \frac{16 \sigma \nabla_{ad}}{3 P^{1+\alpha}} \left(1 - \frac{\nabla_{ad}}{\nabla_{\infty}} \right)^{\nabla_{\infty}/\nabla_{ad}-1} \quad (11)$$

また輻射平衡での気温減率は

$$\nabla = \nabla_{ad} \frac{(P/P_c)^{1+\alpha}}{\left(1 - \frac{\nabla_{ad}}{\nabla_{\infty}} \right) + \frac{\nabla_{ad}}{\nabla_{\infty}} (P/P_c)^{1+\alpha}} \quad (12)$$

となる。この気温減率は $\nabla = \nabla_{ad}$ で $P = P_c$ となり、圧力の低いところで $\nabla \rightarrow 0$ とすると解は等温になることがわかる。また、等温層の有効深度を $\nabla = \nabla_{ad}/2$ となる深度とし P_{deep} と定義すると (12) より

$$P_{deep} = \left(\frac{\nabla_{\infty} - \nabla_{ad}}{2 \nabla_{\infty} - \nabla_{ad}} \right)^{1/(1+\alpha)} \quad (13)$$

となる。

2.3 乱流による熱の輸送

対流的に安定な領域で生じる乱流に対して混合距離理論を用いて乱流の熱の輸送を評価する。

エントロピーを保存し、周りの大気と静水圧平衡なガス素片で、垂直距離に l だけ移動して分解するものを考える。このときに運ぶエネルギーは $\delta q = \rho C_p \delta T$ で

$$\delta T = \left(\frac{dT}{dz} \Big|_{ad} - \frac{dT}{dz} \right) l = -\frac{l T}{C_p} \frac{dS}{dz} \quad (14)$$

である。 $dS/dz > 0$ のとき、上昇する素片は冷却し、下降するものは温かくなる。

これによる熱流束を $F_{eddy} = w \delta q$ とし、拡散係数を $K_{zz} = w l$ とすると

$$F_{eddy} = -K_{zz} \rho T \frac{dS}{dz} = -K_{zz} \rho g \left(1 - \frac{\nabla}{\nabla_{ad}} \right) \quad (15)$$

ここで、 w は特徴的な渦のスピードを表す。

2.4 大気モデルの方程式

輻射平衡のモデルをより一般に扱うために、二つの効果を加える。まず第一に輻射について。乱流渦が熱の輸送を行うと考えると、全エネルギー流束は

$$F = F_{rad} + F_{eddy} \quad (16)$$

となる。第二にエネルギーが ϵ の割合で散逸することを考慮するとそれに対する変化は

$$\frac{dF}{dP} = -\frac{\epsilon}{g} \quad (17)$$

となる。今回この計算では (17) と以下の方程式を大気モデルの方程式として用いた。

$$\frac{dT}{dP} = \frac{F + F_{iso}}{k_{rad} + F_{iso}P/(\nabla_{ad}T)} \quad (18)$$

$$\frac{dF}{dP} = -\frac{\epsilon}{g} \quad (19)$$

ここで F_{iso} は

$$F_{iso} \equiv K_{zz}\rho g \quad (20)$$

で、等温極限を考えた時の F_{eddy} の値である。

2.5 拡散と散逸

乱流はある割合 ϵ で散逸する。Kolmogorov のカスケードでは、散逸率 $\epsilon = w^3/l$ で、拡散係数 $K_{zz} = wl$ となるので、 ϵ を K_{zz} で表すと $\epsilon = K_{zz}/t_0^2$ と書ける。ここで $t_0 = l/w$ で、これは、渦の折り返してくる時間を表している。

対流による揚力の振動数 N は混合距離理論を用いると

$$N^2 = \frac{g^2}{RT} [\nabla_{ad} - \nabla] \quad (21)$$

となる。この振動数が適切なタイムスケール $t_0 = 1/N$ とすると、散逸率は

$$\epsilon_{buoy} \approx K_{zz}N^2 \quad (22)$$

となる。また、等温領域でこの振動数は

$$N_{deep} = g/\sqrt{C_p T_{deep}} \sim c_s/H \quad (23)$$

となる。ここで c_s は音速、 H はスケールハイトを表す。RCB では、 $N \rightarrow 0$ となるが、散逸が全体的に

消えるというのは考えにくい。そこで、このときの散逸率を

$$\epsilon_0 = f_\epsilon K_{zz}N^2 \quad (24)$$

として表す。ここで、 f_ϵ は等温領域において ϵ_0 の ϵ_{buoy} に対する割合を与える規格化定数である。以上のことから全散逸率を

$$\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_{buoy} \quad (25)$$

とする。

3 Results

乱流の強さの指標となる拡散係数 K_{zz} がどのような値を取ると F_{rad} による冷却を減少させることができ、星を膨張させることができるかについて考える。

3.1 $K_{zz} = const$ (散逸なし)

K_{zz} が空間的に定数の場合に、 K_{zz} の値に対して P_c と F_c を求めると以下ようになった。この図を

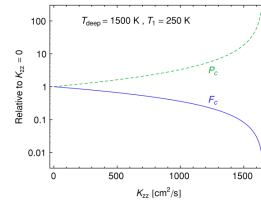


図 1: K_{zz} に対する P_c と F_c

見るとわかる通り、ある K_{zz} の値になると、 P_c は発散し、 F_c は 0 になることがわかる。このときの臨界値 $K_{zz,crit}$ は $K_{zz,crit} 1660\text{cm}^2\text{s}^{-1}$ であった。この臨界値に近づくと、RCB がより圧力の高いところに押し込められ、また輻射による冷却が乱流渦の熱輸送に打ち消されて減少することがわかる。この臨界値を超えると乱流渦の熱輸送が輻射による冷却を超えて、内部に熱を送り込む。このことにより内部のエントロピーが上昇するので、星が膨張する。

次に $K_{zz} \approx K_{zz,crit}$ の場合の温度と圧力の関係、圧力と輻射の関係をグラフにしたものを示す。図 (2) を見てみる。ここで青い曲線が $K_{zz} \approx K_{zz,crit}$ を表

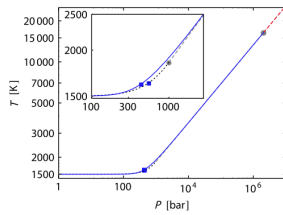


図 2: $K_{zz} \approx K_{zz,crit}$ での温度と圧力の関係

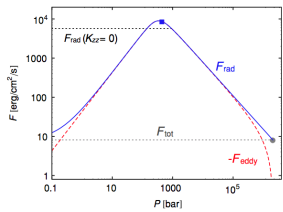


図 3: $K_{zz} \approx K_{zz,crit}$ での輻射と圧力の関係

し、破線が $K_{zz} = 0$ の曲線である。また四角が P_{deep} を表し、灰色のドットが P_c を表す。 P_{deep} の位置を比べてみるとそれほど大きな違いがないことがわかる。しかし、 P_c は青い曲線のほうが大きい位置にある。これは、拡散係数が大きいと星が膨張していることを示唆している。

次に図 (3) を見てみる。高度とともに F_{rad} 、 F_{eddy} は上昇していく。しかし P_{deep} を境に両方とも減少していくことがわかる。断熱領域では、 $F_{rad} \propto P^{-6/7}$ なので高度とともに減少していく。

3.2 散逸を考慮したときの $K_{zz,crit}$ と F

ここでは散逸を考慮したときの結果を示す。散逸を考慮したときの散逸にたいする $K_{zz,crit}$ の変化と、それを考慮したときの圧力と輻射の関係を示す。

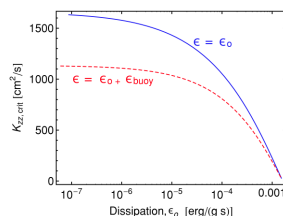


図 4: 散逸による K_{zz} の変化

図 (4) を見ると、散逸が増えるにつれて $K_{zz,crit}$ が小さくなるのがわかる。つまり、弱い乱流でも星の膨張が可能であることを示している。

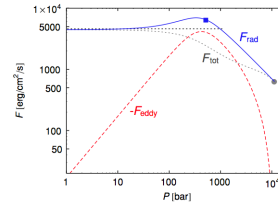


図 5: 圧力に対する全エネルギー流束

図 (5) において黒い破線が全流束を表す。圧力の低いところでは F_{rad} が優勢なので全流束は一定だが、 F_{eddy} の効果が効いてくると全流束は減少し始める。また式 (19) より

$$F = F_c + \int_P^{P_c} \frac{\epsilon}{g} dP \quad (26)$$

であったことを考えると、 $P = P_{deep}$ を過ぎたあたりから、散逸の効果が効いてきて、全エネルギー流束が減少していく。つまりこの領域では冷却率が減少していることがわかる。灰色の点は P_c の位置を表し、このとき約 11kbar だった。また $K_{zz,crit}$ は $900\text{cm}^2\text{s}^{-1}$ まで減少した。

4 Conclusion

層の定常状態を実現する乱流拡散の強さには $K_{zz,crit}$ が存在し、この上限を超えると、惑星内部からの輻射による冷却率を下げ対流層内部を温め、エントロピーを上昇させる。このようにして星が膨張する。この上限は、 $K_{zz,crit} \sim 10^3\text{cm}^2\text{s}^{-1}$ のオーダーであることがわかった。またここでは述べる事ができなかったが、この程度の拡散係数が存在すると温度の逆転が起こせることも示唆されている。

Reference

- [1] Andrew N. Youdin and Jonathan L. Michell. 2010. ApJ 721:1113-1126
- [2] David S. Spiegel, Katie Silverio and Adam Burrows. 2009. ApJ 699 1478-1500