宇宙定数問題：人間原理によるアプローチ

表　尚平 (東京大学大学院 理学系研究科)

Abstract

宇宙定数問題とはアインシュタイン方程式の中に現れる定数 Λ の観測から得られる値が、量子論から予言される値よりも 120 桁ほど小さいという問題である。この食い違いの原因を基礎物理の立場から説明しようとする試みは現在のところうまくいっていない。一方で、本講演で扱う Weinberg(1987) の論文では宇宙定数の値を「人間原理の考え方」を使って制限することを考えている。人間原理から、重力的に束縛された構造の形成を妨げるくらいに宇宙定数は大きすぎるべきではないという条件を課すことで宇宙定数の上限値を求める。本講演では現代の新しいデータを使った新しい制限も合わせて紹介する。

1 Introduction

本講演では、Steven Weinberg “Anthropic Bound on the Cosmological Constant” (Phys. Rev. Lett. 59, 2607 (1987)) を紹介する。この論文は宇宙定数問題を人間原理からアプローチしようというものである。宇宙定数とはアインシュタイン方程式

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - g_{\mu\nu}\Lambda = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

の中に現れる定数 Λ のことである。宇宙定数の観測値はプランク質量を単位にして $\sim 10^{-123}$ である。一方で、宇宙定数に対する一つの寄与として真空エネルギーを考えると、このエネルギー密度は少なくとも $\sim (100\,\mathrm{GeV})^4 \sim 10^{-68}$ 程度であり、観測値との間に 60–120 桁ほどの食い違いが生じる。このため、このエネルギーを打ち消す何らかの未知の機構を考える必要があり、量子重力効果などの機構が提唱されているが、現状では解決するに至っていない。

本講演では、宇宙定数の小ささを、人間原理からのアプローチで説明できないか考える。宇宙定数問題に対する人間原理的な考え方とは、宇宙定数が非常に小さい値をとるのは、そのような値でないと、我々人間が存在できないからであるというものである。現代では、我々のいる宇宙空間は、たくさんの宇宙の集まりの一つにすぎず、それぞれの宇宙は様々な真空エネルギーの値（宇宙定数の値）を持っているとする multiverse の考え方があり、これは例えば超ひも理論で実現されるが、こういった理論が成り立っているとすれば、人間原理を使って宇宙定数の値を制限することは意味のあることになる。

2 Methods

この章では、人間原理によって具体的にどのような制限がおかれるのかを考察する。ここでは、宇宙は recollapse しないとし、$\Lambda > 0$ の場合を考える。一様等方宇宙で生命が誕生するには、十分に大きな重力的な束縛系（銀河や星）が作られる必要があると考えられる。この条件を使って宇宙定数に関する上限値を求める。

これから、最初に小さい摂動をもつロバートソンウォーカー計量で記述される標準宇宙モデルを用いて、宇宙定数を評価する。ここでは、曲率がゼロ ($k = 0$) の場合を考える。ある半径 a を持つ球対称な領域を考え、エネルギー密度 ρ に空間的に一様な摂動 $\Delta\rho$ が与えられたとき、その領域の進化をフリードマン方程式を使って計算し、この領域が収縮して、生命誕生に必要な重力的に束縛された系を形成するという条件を課す。この領域は非相対論的な物質で満たされているとする。このときフリードマン方程式は

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 + \Delta k = \frac{8\pi G a^2}{3}(\rho + \Delta\rho + \rho_V)$$

となる (ρ_V は真空のエネルギー密度)。これと質量保存の式を使うと、この半径 a の領域が、摂動により収縮し重力的に束縛された系になるための条件は、以

下のように書ける。

$$8\pi G\rho_V^{1/3}\left[\frac{1}{2}(\rho+\Delta\rho)\right]^{2/3}a^2<\Delta k \tag{1}$$

ここで、$\tilde{\rho}\equiv\lim_{t\to 0}\left(\Delta\rho^3/\rho^2\right)$ とすると、(1) 式は

$$\rho_V<\tfrac{500}{729}\tilde{\rho} \tag{2}$$

と書ける。もし $\tilde{\rho}$ に上限があり、かつ ρ_V に無関係であるならば、(2) 式は人間原理からの制限を表す。

次に $\tilde{\rho}$ の分布を求める。a の領域が摂動を与えられて成長し再び収縮するのにかかる時間 t_c を評価すると以下の関係式が成り立つ。

$$\frac{9}{2}\pi(250\pi G\tilde{\rho})^{-1/2}<t_c<\frac{2}{3}\left(\frac{3}{8\pi G\rho_0}\right)^{1/2}(1{+}z_c)^{-3/2}$$

z_c は t_c に対応する赤方偏移。これから $\tilde{\rho}$ の最大値に対する下限値

$$\frac{500}{729}\tilde{\rho}_{\max}>\frac{1}{3}\pi^2\rho_0(1+z_c)^3 \tag{3}$$

が得られる。したがって (3) 式の z_c に観測されている天体の値を代入することで $\tilde{\rho}_{\max}$ に対する下限値が得られる。Weinberg の論文では $z_c=4.4$ にクエーサーが存在するという当時の観測結果を使って、(3) 式に $z_c=4.5$ を代入して

$$\rho_{V\max}>550\rho_0$$

という ρ_V の上限値を求めている。ここで Weinberg は

1. ρ_V の分布は、それの人間原理的上限値より小さい領域では一様だとする
2. ρ_V は人間原理的上限の 1–2 桁以内の範囲に見いだされるとする

という 2 つの仮定を置いている。すなわち、我々の宇宙の ρ_V の値はその上限値から遠くない値になっている (1–2 桁以内、すなわち $\rho_V\gtrsim 5.5\rho_0$) と考えるのである。

3 Discussion

前の章では人間原理を用いて ρ_V の値に制限を与えた。この結果は果たして妥当なのだろうか。これを検証するため Weinberg の論文では、得られた結果を観測結果と比較している。しかし、Weinberg の論文は 25 年ほど前のものであり、(3) 式から ρ_V の上限を求める際に必要になる z_c の値も、結果と比較するための観測結果についても、データが古くなっている。そのため、本講演では現在の観測結果を使って、新しい ρ_V の上限値を求め、その結果の妥当性を調べる。まず、ρ_V の上限については、現在ではもっとも遠い銀河は $z_c=10.7$ という値が得られており (Coe et al. (2013))、これを使うと

$$\rho_{V\max}>5200\rho_0 \tag{4}$$

という制限が得られる。

そこで、この結果を現在得られているエネルギー密度の観測結果と比較する。Ade et al. (2013) によると、現在の Planck の観測では $\Omega_0\simeq 0.32$, $\Omega_V\simeq 0.68$ という値が得られている (Ω_0, Ω_V はそれぞれ物質と宇宙項の密度パラメーター)。したがって、ここから得られるエネルギー密度の比は $\rho_V\simeq 2.1\rho_0$ となる。これは現代の観測から得られる ρ_V の上限 (4) 式より 3 桁も小さい値であり、観測値を説明できているとは言えない。

したがって、本講演で紹介した Weinberg の論文の考え方では現在のエネルギー密度の観測値に対しては説明することができないことが分かった。したがって、Weinberg の議論には改良の余地があると考えられる。考えられる問題点として観測者数を考慮していないことが挙げられる。この論文では、宇宙定数の値 Λ が観測される確率を考える際、ρ_V の確率分布しか考えていないが、実際は、Martel et al. (1998) のように、ρ_V の確率分布に、ρ_V という値を観測する独立な観測者数をかけたものを考えなければならない。また、最初に置いた、ρ_V の確率分布が人間原理的上限値より小さい領域では一様とする仮定が適切かどうかを考える必要性もあると考えられる。

4 Conclusion

人間原理から、生命が誕生するには十分に大きな重力的な束縛系 (銀河や星) が作られる必要があるという条件を使って、ρ_V の取り得る上限値を求めた。

しかし、この上限値の 1–2 桁以内の範囲にある ρ_V の値では、エネルギー密度の観測値を説明することができないことが分かった。したがって、ρ_V の確率分布以外に観測者数を考慮すること、また ρ_V の確率分布が一様であるという仮定を見直すといった改良ができると考えられる。

Reference

S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 59, 2607 (1987)

D. Coe et al., ApJ, 762, 32 (2013)

M. Salaris et al. ApJ, 479, 665 (1997)

P. A. R. Ade, et al., A&A, arXiv:1303.5076.(2013)

H. Martel, P. R. Shapiro and S. Weinberg, ApJ, 492, 29 (1998)