

## 負の質量天体による重力レンズ効果

萩原 千祥 (弘前大学大学院 理工学研究科)

### Abstract

重力レンズは現在、系外惑星探査やブラックホールなどの直接検出が難しい天体を観測するうえで重要な役割を果たしている。本研究では特に重力マイクロレンズに注目し、Schwarzschild 時空において、レンズ天体が負の質量を持つ場合について、弱場近似を用いて曲がり角と増光率を導出した。結果、歪められた像がレンズ天体に対して光源側に 2 つ観測され、レンズ天体の近くを光源が横切るときに増光率は発散することがわかった。さらにレンズ方程式から、Caustics を横切ったあとで像が現れないことも判明した。

## 1 Introduction

重力レンズは、Einstein の一般相対性理論で予言される現象のひとつである。光源となる遠い天体から出発した光が、ブラックホールのような質量の重い天体（レンズ天体）の重力場によって曲げられ、本来の光源の位置とは別の場所に像が観測される現象である。特に重力マイクロレンズでは、像の分離角が非常に小さいため、光源に対する像の明るさの時間変化（増光率）を観測する。レンズ天体が直接観測できない場合でもそれらの観測量から、レンズ天体の作る時空構造や質量分布を「間接的に」観測できることが重力レンズ観測の利点である。

本研究では、レンズ天体がエキゾチック物質、特に「負の質量」を持つ場合について、光の曲がり角や増光率を調べた。エキゾチック物質とは、通常の物質とは異なる性質を持つ仮説上の物質のことであり、スロート（のど）によって異なる 2 つの時空を結ぶとされる時空構造を持つ Ellis ワームホールが有名である（H. G. Ellis 1973）。

今回は Frittelli (S. Frittelli et al. 2000) や Virbhadrha (K. S. Virbhadrha and George F. R. Ellis 2000) が導出した Schwarzschild 時空における計算方法に倣って、負の質量天体による重力マイクロレンズを調べた。

## 2 重力マイクロレンズ

### 2.1 通常の重力マイクロレンズ

Schwarzschild 時空を考える。 $r$  を光子と天体の質量中心との距離、 $r_g = \frac{2GM}{c^2}$  を Schwarzschild 半径として、Schwarzschild 計量は、

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_g}{r}\right) dt^2 + \left(\frac{1}{1 - \frac{r_g}{r}}\right) dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (1)$$

と書ける。

この計量から、弱場近似によって導かれる光の曲がり角 (S. Frittelli et al. 2000) は、

$$\alpha = \frac{4GM}{bc^2} \quad (2)$$

ここで  $b$  はインパクトパラメーターと呼ばれる量である。 $M$  を天体の質量、 $G$  を重力定数、 $c$  を真空中の光速とする。

光源の角度位置  $\theta_I$ 、レンズ天体の角度位置  $\theta_S$ 、観測者の位置の関係から、レンズ方程式

$$\theta_S = \theta_I - \frac{\alpha_0^2}{\theta_I} \quad (3)$$

が導かれる。 $\alpha_0 = \sqrt{\frac{4GM D_{LS}}{c^2 D_{OS} D_{OL}}}$  は Einstein リング半径と呼ばれる量で、 $D_{OS}$  は観測者と光源の、 $D_{OL}$  は観測者とレンズ天体の、 $D_{LS}$  はレンズ天体と光源の距離をそれぞれ示す。

これを  $\theta_I$  について解くと、

$$\theta_I = \theta_{\pm} = \frac{1}{2} \left( \theta_S \pm \sqrt{\theta_S^2 + 4\alpha_0^2} \right) \quad (4)$$

が得られる。これはレンズ効果によって観測される像の位置を表す。

レンズ方程式の解は以下ようになる。

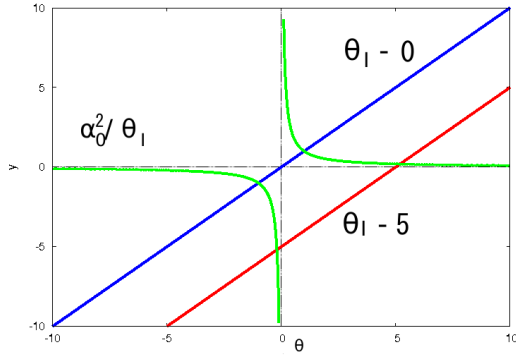


図 1: レンズ方程式の解 (緑:  $\alpha_0^2/\theta_I$ , 青:  $\theta_S = 0$ , 赤:  $\theta_S = 5$ )

$\theta_I$  を横軸にとり  $\alpha_0/\theta_I, \theta_I - \theta_S$  の交点を示している。交点はそれぞれ像の位置を示し、 $\theta_I - \theta_S$  と  $x$  軸との交点は光源の位置  $\theta_S$  を示す。原点はレンズ天体である。この図では  $\alpha_0/\theta_I$  と  $\theta_I - \theta_S$  の交点が 2 つあるので、レンズ天体を中心に、光源側と同じ方向に 1 つ ( $\theta_+$ )、光源とは反対側に 1 つ ( $\theta_-$ ) 像ができることが分かる。

全増光率は、もとの光源の明るさに対する観測される像全体の明るさの比で表される。 $\theta_+$  と  $\theta_-$  に現れる像それぞれの増光率を  $A_+$ 、 $A_-$  とし、その合計としての全増光率は、

$$\begin{aligned} A_{tot} &= |A_+| + |A_-| \\ &= \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\theta_S^2 + 2\alpha_0^2}{\theta_S \sqrt{\theta_S^2 + 4\alpha_0^2}} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left( -1 + \frac{\theta_S^2 + 2\alpha_0^2}{\theta_S \sqrt{\theta_S^2 + 4\alpha_0^2}} \right) \\ &= \frac{x^2 + 2}{x\sqrt{x^2 + 4}} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで  $x = \theta_S/\alpha_0$  とした。

次に、レンズ天体を原点においた観測者からの距離が  $D_{OL}$  の平面 (レンズ平面) に対して等速直線運動する光源を考える。光源  $S$  がレンズ天体  $L$  に最も近付くときの時刻を  $t_0 = 0$ 、そのときの光源とレンズ天体との距離を  $\theta_{S0}$  (最近接距離) とすると時刻  $t$

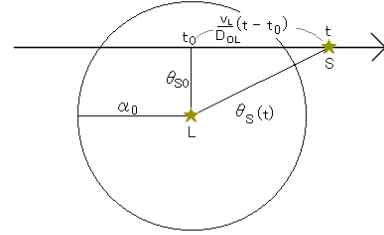


図 2: レンズ平面上でのレンズ天体と光源の相対運動

のとき、光源の角度位置は、

$$\theta_S(t) = \sqrt{t^2 + \theta_{S0}^2} \quad (6)$$

と書ける。ただし、光源が Einstein リング半径を横切る時間で規格化した。従って増光率は時間に依存して、

$$A_{tot}(t) = \frac{x(t)^2 + 2}{x(t)\sqrt{x(t)^2 + 4}} \quad (7)$$

## 2.2 負の質量を持つレンズ天体による重力マイクロレンズ

質量を  $M_{neg} = -M$  ( $M > 0$ ) とすると、正質量の場合の曲がり角を用いて、

$$\alpha_{neg} = \frac{4GM_{neg}}{bc^2} = \frac{4G(-M)}{bc^2} = -\alpha \quad (8)$$

となり、

$$\begin{aligned} \alpha_{0neg}^2 &= \left( \sqrt{\frac{4GM_{neg}D_{LS}}{c^2 D_{OS} D_{OL}}} \right)^2 \\ &= \left( \sqrt{-\frac{4GM D_{LS}}{c^2 D_{OS} D_{OL}}} \right)^2 = -\alpha_0^2 \end{aligned} \quad (9)$$

から、レンズ方程式は、

$$\theta_S = \theta_I - \frac{\alpha_{0neg}}{\theta_I} = \theta_I + \frac{\alpha_0^2}{\theta_I} \quad (10)$$

像の位置は、

$$\theta_I = \theta_{\pm} = \frac{1}{2} \left( \theta_S \pm \sqrt{\theta_S^2 - 4\alpha_0^2} \right) \quad (11)$$

$\theta_S \gg \alpha_0$  の近似で展開すると、 $\theta_{\pm}$  はそれぞれ

$$\theta_+ = \theta_S - \frac{\alpha_0^2}{\theta_S} \quad (12)$$

$$\theta_- = \frac{\alpha_0^2}{\theta_S} \quad (13)$$

となる。 $\theta_+, \theta_- > 0$  であることから、2つの像は光源側にできることがわかる。ここでは便宜上、 $\theta_+$  を  $\theta_1, \theta_-$  を  $\theta_2$  とした。

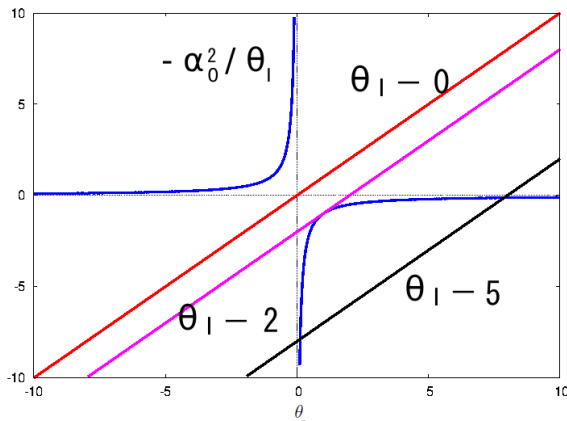


図 3: 負の質量天体を考えたときのレンズ方程式の解 (青:  $\alpha^2/\theta_1$ 、赤:  $\theta_S = 0$ 、桃:  $\theta_S = 2, \theta_S = 5$ )

これから得られる全増光率は、

$$\begin{aligned} A_{tot} &= |A_1| + |A_2| \\ &= \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\theta_S^2 - 2\alpha_0^2}{\theta_S \sqrt{\theta_S^2 - 4\alpha_0^2}} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left( -1 + \frac{\theta_S^2 - 2\alpha_0^2}{\theta_S \sqrt{\theta_S^2 - 4\alpha_0^2}} \right) \\ &= \frac{x^2 - 2}{x \sqrt{x^2 - 4}} \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、 $x = \theta_S/\alpha_0$  とした。

レンズ天体と光源の相対運動を考えて、

$$A_{tot}(t) = \frac{x(t)^2 - 2}{x(t) \sqrt{x(t)^2 - 4}} \quad (15)$$

と書ける。

### 2.3 光度曲線と像の軌跡

式 (15) の  $\theta_{S0}$  の値を変化させた光度曲線と観測される像の軌跡を以下に示す。図 4 で、光源がアインシュタインリング Einstein リング半径を横切る時間で規格化した  $t$  を横軸に、全増光率  $A_{tot}(t)$  を縦軸にとっている。無限遠方で増光率は  $A(t) = 1$  となる。また、図 5 からは  $\theta_1$  と  $\theta_2$  が確かに光源側にできることが確認できる。

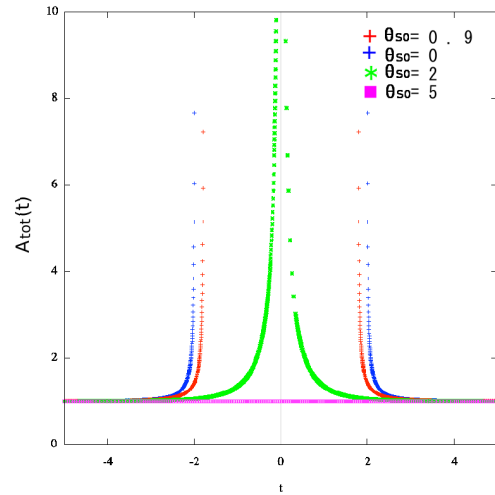


図 4: 光度曲線。青:  $\theta_{S0} = 0.9$ 、赤:  $\theta_{S0} = 0$ 、緑:  $\theta_{S0} = 2$ 、桃:  $\theta_{S0} = 5$ 。

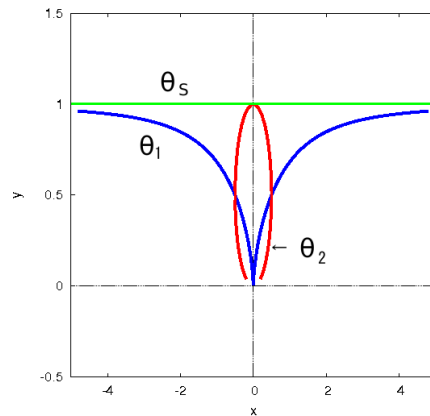


図 5: 像の軌跡 ( $\theta_{S0} = 1$  の場合。) 青:  $\theta_1$ 、赤:  $\theta_2$ 、緑:  $\theta_S$ 、原点がレンズ天体に対応する。

### 3 Discussion and Conclusion

Schwarzschild 時空における負の質量天体による重力マイクロレンズでは、像は増光することが確認できた。

レンズ方程式の解のグラフから、光源が無限遠方から近づいてくるとともに 2 つの像は近づき、Einstein リング半径付近で 1 つとなることが分かる。増光率が無限大に発散するこの点は Caustics として知られている。また、 $\theta_S$  は  $\theta_{S0}$  に依存するので、光源がアインシュタインリングより外側にあるときでも、 $\theta_{S0}$  が小さければ増光率は無限大に発散する。

また、 $\theta_S$  が小さくなると  $\alpha_0/\theta_I$  と  $\theta_I - \theta_S$  の交点なくなる部分がある。ここでは像は観測されず、再び Caustics を通過したのち、像が現れる。

Tsukamoto (N. Tsukamoto and T. Harada 2012) Kitamura (T. Kitamura et al. 2013) Izumi (K. Izumi et al. 2013) らによって、静的球対称かつ逆  $n$  べきの距離依存性を持つような一般化した計量を用いた、エキゾチック時空における重力マイクロレンズが議論されている。今回導いた結果は、上記の論文によって用いられている計量の  $n = 1, \varepsilon < 0$  の場合と一致している。

### Reference

- H. G. Ellis, 1973, J. Math. Phys. 14, 104
- Frittelli, T. P. Kling, and E. T. Newman, 2000, Phys. Rev. D 61, 064021
- K. S. Virbhadra and G. F. R. Ellis, 2000, Phys. Rev. D 62, 084003
- N. Tsukamoto and T. Harada, 2013, Phys. Rev. D 87, 024024
- T. Kitamura, K. Nakajima, and H. Asada, 2013, Phys. Rev. D 87, 027501
- K. Izumi, C. Hagiwara, K. Nakajima, T. Kitamura, and H. Asada, 2013, arXiv 1305.5037 [gr-qc]