

# Relative velocity of dark matter and varyonic fluids and the formation of the first structures

小野間 章友 (筑波大学大学院 数理物質科学研究科)

## Abstract

D. Tseliakhvich & C. Hirata による同名の論文のレビューとなる。

宇宙の再結合時の CDM とバリオンの相対速度は、構造形成の初期に用いられる線形ゆらぎの理論では通常無視してしまう。しかし、この論文では相対速度を考慮して計算した場合、今までの線形理論とはどのような差が表れるかを報告している。この論文をレビューした後、さらにこの計算を用いたシミュレーションの結果も紹介する。

## 1 Introduction

宇宙初期は極めて一様等方であったが、わずかに存在した密度ゆらぎが成長して、現在のような構造を形成した。このとき、バリオンのみを仮定するモデルでは観測結果を説明できないので、コールドダークマター (CDM) とダークエネルギーとして宇宙項 ( $\Lambda$ ) を加えた  $\Lambda$ CDM 理論が主流となっている。宇宙初期の密度ゆらぎの進化は、一般には密度ゆらぎと速度場を微小量として、二次以上の項を無視した線形近似で議論される。しかし、今までの研究では線形、非線形共に CDM とバリオンの相対速度は考慮しなかった。そこでこの論文では、赤方偏移  $z \sim 1000$  における CDM とバリオンの相対速度を考慮した新しい非線形効果が、小スケールの密度ゆらぎの成長とダークマターハローの形成にどのような影響を与えるかを示す。

宇宙の再結合以前、バリオンは光子による Thomson 散乱を受けていて、CDM は光子と相互作用しないため、両者の間には相対速度が生じている。この大きさは再結合時において RMS をとると、 $v_{bc} = 30 \text{ [km s}^{-1}\text{]}$  であり、この相対速度のゆらぎは数 Mpc でコヒーレントであり、Silk 減衰のスケールを上回る。また、この時のバリオンの音速は  $\approx 6 \text{ [km s}^{-1}\text{]}$  なので、相対速度は超音速となっている。よって、Jeans スケール付近の小スケールのゆらぎは、その成長の速度よりも小さな時間スケールで移流を受けることになる。これにより、小スケールの構造形成は抑制

され、初期天体の形成にも影響を及ぼす。

## 2 小スケールの構造の成長

上記のような相対速度の見積もりで、マッハ数は  $\mathcal{M} \equiv v_{bc}/c_s \sim 5$  となる。これより、相対速度の影響を受けるスケールを見積もると、

$$k_{vbc} \equiv \frac{aH}{\langle v_{bc}^2 \rangle^{1/2}} \Big|_{dec} = \frac{k_J}{\mathcal{M}} \sim 40 \text{ Mpc}^{-1}$$

となる。また、単位  $\ln k$  あたりの相対速度のパワースペクトルは、以下ようになる。図 1

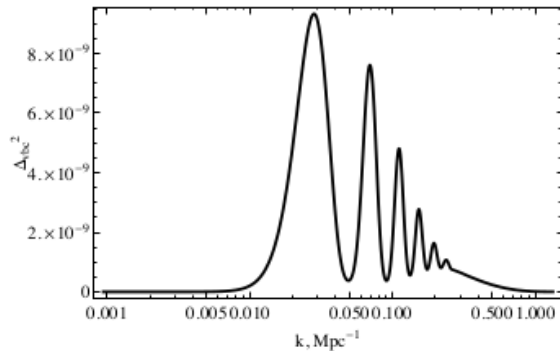


図 1: 相対速度のパワースペクトルのスケール依存性  
パワースペクトルが  $k > 0.5 \text{ Mpc}^{-1}$  で急激に落ち込

んでいる。これは、相対速度が数 Mpc 以下でコヒーレントであることを示している。

次に、宇宙の中を完全流体と近似した場合のバリオンと CDM の連続の式と Euler 方程式は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta_c}{\partial t} + \frac{\mathbf{v}_c \cdot \nabla \delta_c}{a} &= -\frac{1 + \delta_c}{a} \nabla \cdot \mathbf{v}_c, \\ \frac{\partial \mathbf{v}_c}{\partial t} + \frac{\mathbf{v}_c \cdot \nabla \mathbf{v}_c}{a} &= -\frac{\nabla \Phi}{a} - H \mathbf{v}_c, \\ \frac{\partial \delta_b}{\partial t} + \frac{\mathbf{v}_b \cdot \nabla \delta_b}{a} &= -\frac{1 + \delta_b}{a} \nabla \cdot \mathbf{v}_b, \\ \frac{\partial \mathbf{v}_b}{\partial t} + \frac{\mathbf{v}_b \cdot \nabla \mathbf{v}_b}{a} &= -\frac{\nabla \Phi}{a} - H \mathbf{v}_b - \frac{c_s^2}{a} \nabla \delta_b, \\ \frac{\Delta \Phi}{a^2} &= 4\pi G \bar{\rho}_m \delta_m \end{aligned}$$

ここで、添字の c、b はそれぞれ CDM とバリオンについての式を表している。また、ポテンシャル  $\Phi$  についての Poisson 方程式の添字 m は、バリオンと CDM の寄与を合わせた方程式とする。

ここで、各パラメータを大スケールと小スケールで分ける。つまり、

$$\mathbf{v}_b(\mathbf{x}, t) = \mathbf{v}_b^{(bg)}(t) + \mathbf{u}_b(\mathbf{x}, t)$$

と分割する。CDM についても同様に分け、大スケールについては以下の式が成り立つものとする。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_c(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{v}_c^{(bg)}(t) \\ \mathbf{v}_b(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{v}_b^{(bg)}(t) \\ \Phi = \delta_c = \delta_b &= 0 \end{aligned}$$

これらの方程式を Fourier 空間に変換する。つまり、

$$\mathbf{u}_b(\mathbf{k}) = -i \frac{a}{k^2} \mathbf{k} \theta_b(\mathbf{k})$$

ただし、 $\theta(\mathbf{k})$  については、

$$\theta_i \equiv \frac{1}{a} \nabla \cdot \mathbf{v}_i = \dot{\delta}_i$$

とする。これを大スケールのバリオンの流れに沿った座標系で見ると、

$$\mathbf{v}_b^{(bg)} = 0 \quad \mathbf{v}_c^{(bg)} = -\mathbf{v}_{bc}^{(bg)}(t)$$

となるので、結局流体の方程式系は、以下のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta_c}{\partial t} &= \frac{i}{a} \mathbf{v}_{bc}^{(bg)} \cdot \mathbf{k} \delta_c - \theta_c \\ \frac{\partial \theta_c}{\partial t} &= \frac{i}{a} \mathbf{v}_{bc}^{(bg)} \cdot \mathbf{k} \theta_c - \frac{3H^2}{2} (\Omega_c \delta_c + \Omega_b \delta_b) - 2H \theta_c \\ \frac{\partial \delta_b}{\partial t} &= -\theta_b \\ \frac{\partial \theta_b}{\partial t} &= -\frac{3H^2}{2} (\Omega_c \delta_c + \Omega_b \delta_b) - 2H \theta_b + \frac{c_s^2 k^2}{a^2} \delta_b \end{aligned}$$

これを解くと、銀河団程度の大スケール ( $k \ll k_{vbc} \sim 40 \text{ Mpc}^{-1}$ ) では、先行研究により、無視出来ることが分かっている。しかし、 $k \gtrsim k_{vbc}$  では、移流項が Hubble パラメータの項に比べて大きくなるので、移流項を考慮しないとイケない。

$z = 40$  のときの物質のパワースペクトルを評価する。各方向のパワースペクトルを等方的に平均化したら、

$$P_{loc, m}(k; v_{bc}) = P_\zeta(k) \frac{1}{2} \int_0^\pi \left| \frac{\delta_m(\mathbf{k}; v_{bc})}{\zeta(\mathbf{k})} \right|^2 \sin \vartheta d\vartheta$$

ここで、 $\zeta(k)$  はポテンシャルが作った局所的な曲率で、 $P_\zeta(k)$  は、そのパワースペクトルである。さらに、この local なパワースペクトルを  $v_{bc}$  について平均化したものを  $P_m(k)$  として、 $\Delta_m^2 \equiv [k^3/(2\pi^2)] P_m(k)$  と、 $k$  のグラフを以下に示す。図 2

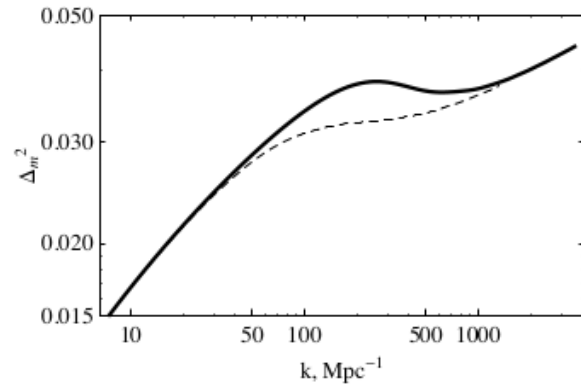


図 2: 物質分布のパワースペクトルのスケール依存性

実線が線形理論の場合を表し、点線が相対速度を考慮した場合を表している。このグラフより、 $k \sim k_{vbc}$  のあたりで構造の抑制が始まり、 $k_J = aH/c_s \sim 200 \text{ Mpc}^{-1}$  のあたりで抑制が最大になることが分かる。

### 3 初期ハローの形成

次に、相対速度を考慮した初期のバリオンオブジェクトの形成について考える。

まず、3D のグリッドに対して、ガウシアンランダム初期ゆらぎを生成し、それぞれのセルに対して長波長に対応するゆらぎ  $\delta_l$  をおく。この  $\delta_l$  は再結合時以前に形成されたもので、相対速度とは関係ないので、線形理論から求められる。また、短波長に対応するゆらぎを  $\delta_s$  とおく。これは小スケールのゆらぎのパワースペクトルが、大スケールの相対速度に抑制されることを受けたものである。これらを用いてある位置  $\mathbf{x}$  での密度を表すと、

$$\rho(\mathbf{x}) = \bar{\rho}[1 + \delta_l(\mathbf{x}) + \delta_s(\mathbf{x})]$$

となる。

通常、 $\delta_l$  と  $\delta_s$  は独立な関数で、ハローの数密度  $n(\mathbf{x})$  は  $\delta_l$  に関する関数と確率的な成分  $\epsilon$  を足したものと表される。ただし、 $\langle \epsilon(\mathbf{x}) \rangle = 0$  とする。これを  $\delta_l$  についてテイラー展開すると、数密度は、

$$n(\mathbf{x}) = n[1 + b_0 \delta_l(\mathbf{x})]$$

$$b_0 = \bar{n}^{-1} \frac{\partial n}{\partial \delta_l}$$

と表せる。 $b_0$  はバイアスといい、密度ゆらぎに対する数密度ゆらぎの割合を示す。これに、相対速度に依存する小スケールの成長を導入すると、数密度の式は、

$$n(\mathbf{x}) = n[\delta_l(\mathbf{x}), v_{bc}(\mathbf{x})] + \epsilon(\mathbf{x})$$

と表す。これを計算するために、Press-Schechter の条件付き関数を用いて、数密度を計算し直す。

単位共動体積 (Mpc) あたり、ハローの質量の自然対数  $\ln M$  あたりのハローの数は、

$$N(M|\delta_l, v_{bc}) = \frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2\pi}} \frac{\delta_{sc} - \delta_l}{\sigma^2} \left| \frac{d\sigma}{dM} \right|$$

$$\times (1 + \delta_l) \exp \left[ -\frac{(\delta_{sc} - \delta_l)^2}{2\sigma^2} \right]$$

ここで、 $\delta_{sc}$  は、球対称ゆらぎが重力崩壊し、ダークマターハローが形成されるゆらぎの大きさである。すなわち、 $\delta_l$  が  $\delta_{sc}$  に近いところほど、ハローができやすい。また、 $1 + \delta_l$  という因子は、Lagrange の単

位体積から、Euler の単位体積に変換するためのものである。 $\sigma^2$  はトップハット窓関数で滑らかにした密度場の分散である。

$$\sigma^2(M, v_{bc}) = \int \Delta_m^2(k, v_{bc}) |W(k, R)|^2 \frac{dk}{k}$$

さらに、相対速度の影響を見るために、相対速度を考慮した場合と、しない場合、どの程度の差が表れるかを示すために、

$$\Delta_N = \frac{\bar{N}_{vbc} - \bar{N}_0}{\bar{N}_0}$$

という数密度の差分の割合と質量の関係を示す。図

3

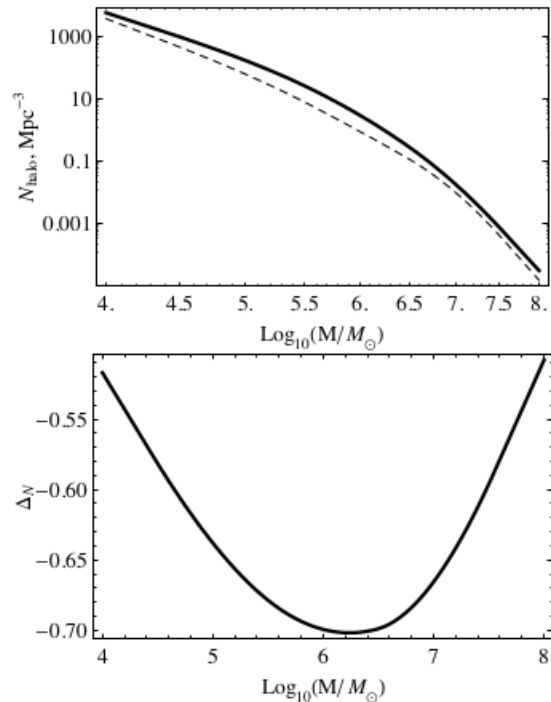


図 3: 初期ハローの数密度と質量の関係

この図を見ると、ハローの質量が  $M \sim 10^6 M_\odot$  のあたりで 60% 以上も減少していて、特に  $10^{6.3} M_\odot$  で最も強く減少する。これは、20kpc 程度で、 $k_{vbc}^{-1}$  に近いものとなっている。 $(k_{vbc} \sim 40 \text{Mpc}^{-1})$

## 4 Conclusion

以上より、再結合時のバリオンと CDM の相対速度が、宇宙初期の小スケールの構造形成に対して大きな影響を持つことが示された。宇宙の再電離は、ガスを含み、星の形成に十分な質量を持ったハローが形成されることで起きる。よって、そういったハローの形成を抑制する相対速度の効果によって、宇宙の再電離の時期は遅れる。再電離前の中性水素 21cm 線が観測され、そこから宇宙に関する情報が引き出されたとき、相対速度による効果が検証できると期待される。

## Reference

- [1] D. Tseliakhovich, C. Hirata, Phys. Rev. D82:083520, 2010.
- [2] 松原隆彦『現代宇宙論 ――時空と物質の共進化』東京大学出版会 (2010)