

## かにパルサーから放出される重力波

井関 洸太 (弘前大学大学院 理工学研究科)

### Abstract

本研究では有力な重力波源である「かにパルサー」について詳しく調べた。その結果、かにパルサーの重力波の振幅は  $10^{-24}$  のオーダー、エネルギー損失は  $10^{31}$  のオーダーであり、それに伴って 1 秒間に振動数が  $10^{-10}$  のオーダーで減少している事が分かった。今後の課題としては放出される重力波の振幅が大きい星の理論的予測である。ワームホールやエキゾチックな質量を持った星などがもしあれば、そういった天体からも重力波が放出されているかもしれず、加えて新たな発見を人類にもたらしてくれるかもしれない。

## 1 Introduction

重力波とは、質量を持つ物質の加速度運動により生じた時空の揺らぎが、波動として光速で伝播していく現象の事を指す。重力波を観測する事により、従来の方法では正確に知り得なかった星やブラックホールの内部の状態について知る事が可能となる。また、重力波は電磁波がまだ自由に飛び交っていない初期宇宙の情報を詳細さを失わず運んでくるため、重力波検出により、我々は新しい「宇宙を観る目」を手にする事が出来る。しかし重力波の直接検出は未だなされていない。その理由として、波の振幅が非常に小さい事が挙げられる。重力波の振幅は、連星パルサーの合体や、超新星爆発などの非常に激しい現象ほど大きくなる事が知られている。加えて、その発生源から観測者までの距離に反比例する事も同様である。そのため、重力波検出が困難な理由としては、重力波の源として有力だと考えられている連星パルサーの合体や超新星爆発が、現在の検出器で観測可能な距離内での頻度が小さいため、と言う事も出来るだろう。

一方、重力波は 1974 年に Joseph Taylor と Russel Hulse によって発見された連星パルサーの振る舞いの解析によって間接的にはその存在が証明されている。彼らは重力波放射の反作用として予言されている軌道周期の減少を観測した。現在も、世界中で様々な重力波検出器が虎視眈々と重力波を狙っている。アメリカの LIGO やフランス・イタリアの VIRGO、ドイツ・イギリスの GEO600、そして日本の TAMA300 等がそれである。観測技術も飛躍的進歩し、重力波

検出の妨げとなる様々な困難が改善されてきている。そして検出器を宇宙で展開するという計画も進められている。これらは、例えば ESA の LISA、そして日本の DECIGO などが挙げられる。一方地上では、日本の最新の重力波検出器である KAGRA や、LIGO、VIRGO の改良型である A.LIGO や A.VIRGO に期待が持たれている。本研究では重力波源として有力候補である「かにパルサー」について、重力波の振幅、エネルギー損失、振動数の変化を導出し、波形と角度依存性を調べた。

## 2 Methods

$z$  軸まわりに角速度  $\omega$  で回転する楕円体を考える。

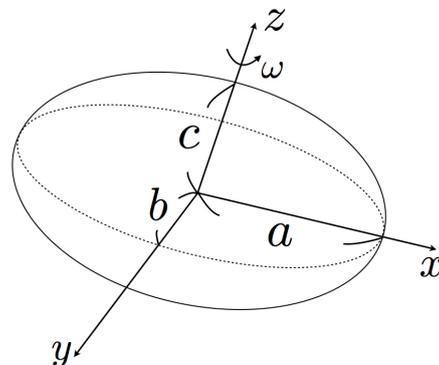


図 1:  $z$  軸まわりに角速度回転する楕円体。a,b,c はそれぞれ  $xyz$  軸方向の楕円体の半径を表す。

$x, y, z$  方向の長さがそれぞれ  $2a, 2b, 2c$  の楕円体の体積は

$$V = \frac{4}{3}\pi abc$$

である。

$$x = ax' \quad y = by' \quad z = cz'$$

という座標変換を用いると、楕円体の式

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1$$

は結局

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = 1$$

と変換され、半径 1 の球になる。楕円体と共に回転する回転座標系  $x_R, y_R$  を導入すると

$$\begin{pmatrix} x_R \\ y_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax' \cos wt - by' \sin wt \\ ax' \sin wt + by' \cos wt \end{pmatrix}$$

ここで  $\omega$  は楕円体の自転角速度である。星の密度を一様として四重極能率テンソルを計算すると

$$\begin{aligned} I_{xx} &= \int \rho x_R x_R dx dy dz \\ &= \int \rho (ax' \cos wt - by' \sin wt)^2 \\ &\quad \times abc dx' dy' dz' \\ &= \frac{1}{5} M (a^2 \cos^2 wt + b^2 \sin^2 wt) \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} \ddot{I}_{xx} &= \frac{1}{15} M (a^2 (3 \cos^2 wt - 1) \\ &\quad + b^2 (3 \sin^2 wt - 1) - c^2) \end{aligned}$$

同様にして

$$\begin{aligned} \ddot{I}_{yy} &= \frac{1}{15} M (b^2 (3 \cos^2 wt - 1) \\ &\quad + a^2 (3 \sin^2 wt - 1) - c^2) \\ \ddot{I}_{zz} &= \frac{1}{15} M (2c^2 - a^2 - b^2) \end{aligned}$$

その他の成分は全てゼロとなる。これにより重力波

は、 $z$  軸方向に TT ゲージを取ると

$$\begin{aligned} \bar{h}_{xx}^{TT} &= \frac{1}{r} (\ddot{I}_{xx,00}(t-r) - \ddot{I}_{yy,00}(t-r)) \\ &= -\frac{4M}{5} \frac{w^2}{r} (a^2 - b^2) e^{-2iw(t-r)} \\ &= -\bar{h}_{yy}^{TT} \\ \bar{h}_{xy}^{TT} &= \frac{2}{r} \ddot{I}_{xy,00}(t-r) \\ &= -\frac{4M}{5} \frac{w^2}{r} (a^2 - b^2) i e^{-2iw(t-r)} \\ &= i \bar{h}_{xx}^{TT} \end{aligned}$$

となる。ここで  $\bar{h}_{\alpha\beta}$  はトレース反転テンソルと呼ばれ

$$\bar{h}_{\alpha\beta} \equiv h_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} \eta_{\alpha\beta} h$$

と定義される。ただしここで

$$h = h^\alpha{}_\alpha$$

であり、 $\bar{h}_{xx}^{TT}$  を重力波のプラスモード、 $\bar{h}_{xy}^{TT}$  をクロスモードと呼ぶ。

### 3 Discussion

かにパルサーのパラメータを質量  $M=2 \times 10^{30}$  (kg)、半径  $A=10^4$  (m)、振動数  $w/2\pi=30$  (Hz)、楕円率  $\epsilon = 1 \times 10^{-3}$  として計算すると、まず重力波放出によるエネルギー損失は、今の状況では

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle &= \frac{1}{5} \langle 2|\ddot{I}_{xx}|^2 + 2|\ddot{I}_{xy}|^2 \rangle \\ &= \frac{128}{125} \frac{G}{c^5} w^6 M^2 \epsilon^2 A^4 \\ &= 5.0 \times 10^{31} \text{ (W)} \end{aligned}$$

である。これより振動数変化は

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{w}{2\pi} \right) &= -\frac{64}{25} \frac{G}{c^5} w^5 M^2 \epsilon^2 A^2 \times \frac{1}{2\pi} \\ &= -5.3 \times 10^{-10} \text{ (Hz/s)} \end{aligned}$$

となる。

また重力波の波形及び角度依存性は以下の様なグラフになる。

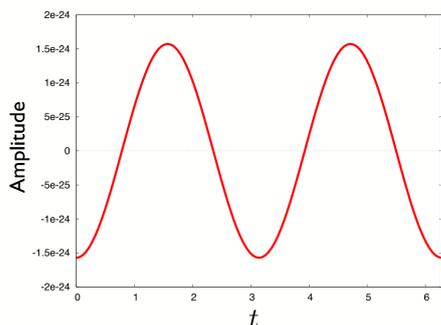


図 2:  $z$  方向に TT ゲージを取ったときの重力波 (プラスモード)。横軸  $t$  は時間の経過、縦軸は重力波の振幅、青い線は重力波の波形を表している。

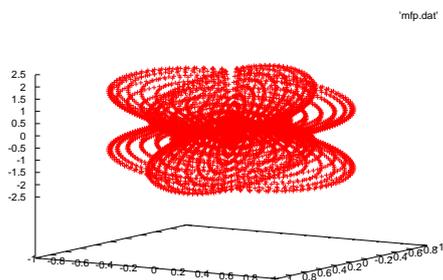


図 3: プラスモードの角度依存性 ( $t = 0$ )。原点からの絶対値が大きいほど、その方向に重力波が強く放出している事を意味する。

重力波の振幅は  $10^{-24}$  というオーダーであった。これは検出可能だろうか。現在、世界最高精度の重力波検出器である LIGO は  $10^{-22}$  のオーダーまで達成している。これは確かに驚異的ではあるが、今回の重力波を検出するには 2 桁及ばない。更なる検出精度の上昇や、新たに建設が計画されている重力波検出器に期待が寄せられる。また、より振幅の大きい重力波を放出している重力波源の新たな発見や、今回の場合とは違って星の密度が一様でなかった場合には更に大きな重力波が放出されているかもしれない。また、角度依存性のグラフから重力波がどの方向に強く放出されているか見て取れる。今回の場合、重力波は  $z$  軸方向、つまり回転軸方向に最も強く放

出されている事が分かった。

## 4 Conclusion

回転する楕円体においては重力波が放出されるという結果が得られた。特にパルサーは全て楕円体であると考えられ、この事から理論的には、全てのパルサーから重力波が放出されていると推測できる。実際に「かにパルサー」の重力波を計算した結果、その振幅は  $10^{-24}$  のオーダーとなった。これは現在最高精度の検出器をもってしても検出不可能な振幅であるが、検出精度の上昇や、建設が計画されている新たな重力波検出機に期待がもたれる。

今後の課題としては、放出される重力波の振幅が大きい星の理論的予測である。超新星爆発や中性子性の衝突などは有力な重力波源として第一に考えられ、今も盛んに研究対象とされている。しかしワームホールやエキゾチックな質量を持った星などがもしあれば、そういった天体からも重力波が放出されているかもしれない。それがもし強い振幅を持つようであれば、重力波の直接検出という偉業に繋がる可能性があるだけでなく、物理学的に興味深い、更なる発見が得られるかもしれない。

## Reference

- [1]BERNARD F.SCHUTZ(江里口良治・二間瀬敏史共訳) シュッツ 相対性理論上 特殊相対論、丸善株式会社、1988
- [2]BERNARD F.SCHUTZ(江里口良治・二間瀬敏史共訳) シュッツ 相対性理論下 特殊相対論、丸善株式会社、1988
- [3] 中村卓史・三尾典克・大橋正健 編著、重力波をとらえる存在の証明から検出へ、京都大学学術出版会、1998
- [4] 佐々木節、一般相対論、産業株式会社、1966
- [5] 須藤靖、一般相対論入門、日本評論社、2005
- [6] 須藤靖、もうひとつの一般相対論入門、日本評論社、2010
- [7] 平川浩正、相対論 | 第 2 版 |、共立出版株式会社、1986
- [8] 米国 LIGO 実験の現状と国際協力、<http://www.ligo.caltech.edu/docs/G/G060164-00.pdf>
- [9] 「かにパルサー」からの超高エネルギーガンマ線放射 <http://www.icrr.u-tokyo.ac.jp/infomation/info/h24/magic120328.pdf>

2013 年度 第 43 回 天文・天体物理若手夏の学校

[10] パルサー

<http://www.astro.sci.yamaguchi-u.ac.jp/kenta/radioastro/radioastro-8.pdf>

[11] 副島雄児・杉山忠男 著、力学、講談社、2009

[12] 楕円体 ( 楕円体-体積 楕円体-表面積 )

<http://www.asahi-net.or.jp/bk/NaturalSci/math/daenmen.htm> jb2y-

[13] 一様な球の慣性モーメント

<http://www14.plala.or.jp/phys/mechanics/35.html>

[14] 和達三樹、物理のための数学、岩波書店、1983