

# 標準ビッグバン宇宙における軽元合成理論とその問題点 (Alpher, Follin & Herman 1953 のレビュー)

佐塚 達哉 (大阪大学大学院 宇宙地球科学専攻)

## Abstract

現代の宇宙論は精密科学として発展を遂げ、宇宙マイクロ波背景放射の存在やヘリウム、重水素などの軽元素の存在比を見事に説明する。我々は軽元素合成理論に注目し、Alpher, Follin & Herman (1953) をレビューする。この論文は宇宙論における史上最初の定量的な議論であるとされ (ワインバーグ「宇宙の最初の 3 分間」)、現代宇宙論を学ぶ上で非常に重要である。

現在の軽元素の存在比は、宇宙初期の陽子・中性子の存在比によって決められる。林 (1950) は、それまで曖昧に仮定されていた陽子・中性子比を見直し、物質と放射の相互転換を考慮したモデルを立てこの比を得た。レビューする論文では、その考えを基にして、より定量的に正確な計算を行ない、現代において広く支持されている軽元素合成理論を確立した。

この理論はヘリウム、重水素の軽元素比をうまく説明するが、リチウム 7 の量は期待されるよりも少なく、理論あるいは観測に対する問題点として残されている。その問題の解決策についても議論する。

## 1 導入

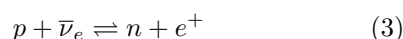
初期宇宙では宇宙は高温かつ高密度であり、様々な種類の粒子が相対論的に振る舞い、相互作用していた。宇宙が冷えるにつれ粒子種は次々と束縛され、やがて中性子が陽子に捕らえられて重水素  $D$  となり、原子核の状態に安定して存在するようになる。



この重水素がまた陽子、中性子と反応することにより次々と軽元素が合成される。これが宇宙における原始元素合成と呼ばれる過程である。この反応から現在の我々の宇宙の元素の存在比を知るためには陽子と中性子の比がどのように書かれるかが重要であることがわかる。

## 2 陽子・中性子比の時間依存性

宇宙初期に中性子と陽子は弱い相互作用を行い、主として次の反応



によって平衡状態となっている。弱い相互作用の現象論によれば、この 2 つの反応率は

$$\Gamma \sim \frac{G_f(1 + 3g_A^2)k_B^5 T^5}{\hbar^7 c^6} \quad (4)$$

で与えられる。ここで

$$G_f = 1.1664 \times 10^{-5} (\hbar c^3) \text{GeV}^{-2}$$

はフェルミ結合定数と呼ばれる弱い相互作用の大きさを特徴付ける量で、 $g_A = 1.26$  は核子の擬ベクトル結合定数と呼ばれる量である。また  $k_B$  はボルツマン定数である。ここで放射優勢期ハッブルパラメータと時間の関係式は全相対論的粒子の有効自由度の和  $g_*$ 、プランク質量  $m_{Pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2.1765 \times 10^{-8} \text{ kg}$  を用いて、

$$H = \sqrt{\frac{4\pi^3 g_*}{45} \frac{k_B^2 T^2}{\hbar c^2 m_{Pl}}} \quad (5)$$

と書けるので、ガモフの基準より (2),(3) 式の反応が起こらなくなる温度は

$$\frac{\Gamma}{H} \sim \left( \frac{T}{0.96 \times 10^{10} \text{ K}} \right)^3 \sim 1 \quad (6)$$

となる時なので、宇宙の温度が  $T \sim 0.96 \times 10^{10} \text{ K}$  において陽子が中性子へと変わる反応がなくなり、中性子数は増えなくなる。

宇宙の温度が  $1\text{MeV} (\sim 0.96 \times 10^{10}\text{K})$  より高く、 $1\text{GeV}$  より低い（すなわち陽子・中性子が非相対論的に振舞っている）時期にはこの反応は平衡を保つので、陽子・中性子の比は、量子統計力学に従う相対論的な粒子の密度の式

$$n = g \left( \frac{mk_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{mc^2 - \mu}{k_B T} \right) \quad (7)$$

で化学ポテンシャル  $\mu$  を無視することにより、

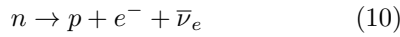
$$\frac{n_n}{n_p} = \exp \left[ -\frac{(m_n - m_p)c^2}{k_B T} \right] = \exp \left( -\frac{1.5 \times 10^{10}\text{K}}{T} \right) \quad (8)$$

で表される。ちょうど (2), (3) 式の反応が平衡でなくなる  $T = 0.96 \times 10^{10}\text{K}$  の時の陽子・中性子比がそのまま凍結するものと近似的に考えると、その値は

$$\frac{n_n}{n_p}(t_n) \simeq e^{-1.5/0.96} \simeq 0.21 \quad (9)$$

となる。ここで  $t_n$  は反応が切れた時の宇宙の時刻であり、 $t_n \simeq 1\text{sec}$  である。

この様にして陽子・中性子比はほぼ固定されるが、自由中性子は  $\beta$  崩壊



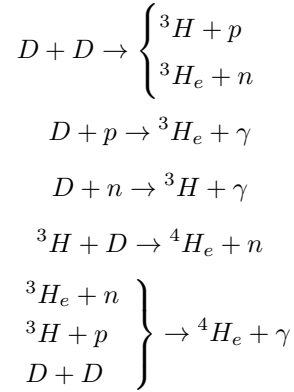
によって陽子へ転化してしまう。一方陽子は安定であるので、中性子の減少分だけ陽子が増加してしまう。 $\beta$  崩壊による中性子の平均寿命  $\tau_n = 886\text{sec}$  は  $t_n$  に比べて十分長く、(2), (3) の反応が平衡である間は陽子・中性子比への影響は無視でき、自由中性子の  $\beta$  崩壊が比への影響をもつ十分前に陽子・中性子比は固定されている。この比の凍結後に  $\beta$  崩壊が効いてくるとすると、時刻  $t > t_n$  における共動体積あたりの中性子数は因子  $e^{-(t-t_n)/\tau_n}$  に比例して徐々に減少する。したがって、全バリオン数あたりの中性子数の割合  $X_n$  の時間変化は

$$\begin{aligned} X_n(t) &\equiv \frac{n_n(t)}{n_n(t) + n_p(t)} = \frac{e^{-(t-t_n)/\tau_n}}{1 + n_p/n_n(t_n)} \\ &\simeq 0.17e^{-(t-t_n)/\tau_n} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、宇宙全体の全バリオン数が保存することを用いた。

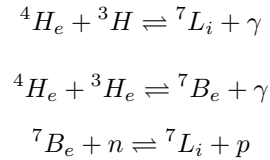
### 3 原始元素合成

さらに宇宙の温度が冷えると、式 (1) の反応により自由に飛び回っていた中性子は強い相互作用により陽子に捕獲され、重水素原子核  $D$  として安定する。その後様々な核反応を伴っている様々な元素の原子核が合成される。宇宙膨張に伴う温度変化の中で、それぞれの反応における反応率を用いて元素組成の進化を第一原理から計算することはほぼ不可能であるので、実験から求められた各反応率を用いて数値計算を行うと以下に述べるような原子核反応が進むことがわかっている。まず式 (1) の反応により重水素  $D$  が生まれる。この重水素や、まだ結合していない陽子や中性子は、比較的短い時間に以下のような反応を行う。



これによって重水素から 3 重水素  ${}^3\text{H}$ 、ヘリウム  ${}^3\text{He}$ 、 ${}^4\text{He}$  が作られる。しかし  ${}^3\text{H}$ 、 ${}^3\text{He}$  は束縛エネルギーが小さいため、それらの数は十分時間が経つと最終的には安定な元素である  ${}^4\text{He}$  に比べて非常に小さくなる。

更に次のような反応



によって  ${}^7\text{Li}$  や  ${}^7\text{Be}$  等も作られ、ここから更に重い元素が作られていくが、それらはすべて  ${}^4\text{He}$  に比べると微量である。以上の主な元素合成の核反応の関係は次ページの図 1 の様になる。

上に示した反応はビッグバン元素合成と呼ばれるが、この合成では軽元素しか作られず、重元素は恒星

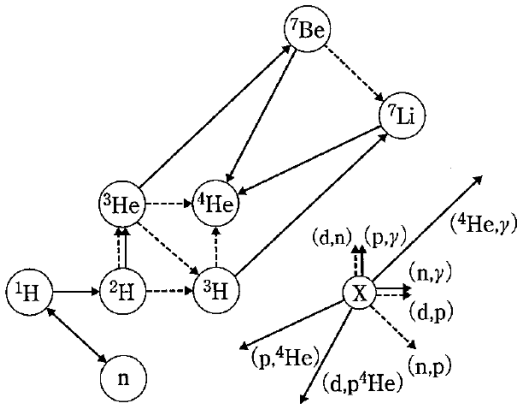


図 1: 元素合成における主な核反応の関係図. 右下の図は核反応の種類を表し, 記号  $(\alpha, \beta)$  は粒子  $\alpha$  と衝突して粒子  $\beta$  を放出することを表す.

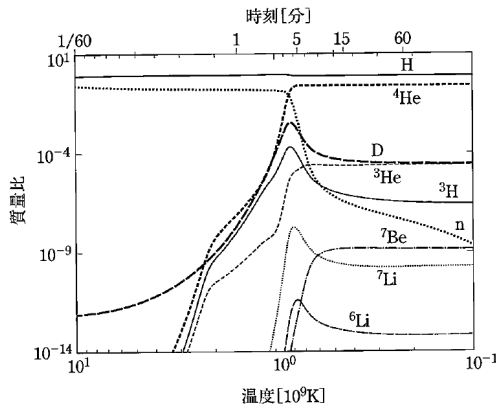


図 2: ビッグバン元素合成による質量比の時間変化

内部の核融合反応などによって作られる. 数値計算によるビッグバン元素合成で作られる元素組成の時間進化は次ページの図 2 のようになる.

## 4 元素比

重水素が作られ始める時刻  $t_D$  に存在した中性子のほとんどが最終的には  ${}^4\text{He}$  の原子核へと取り込まれる. このことから, 最終的に合成される  ${}^4\text{He}$  の量は比較的簡単に見積もることができる. 初期に存在する 2 つの中性子が 1 つの  ${}^4\text{He}$  を作るのだから, 全バリオンに対する  ${}^4\text{He}$  の質量比  $Y$  は  $m_n \simeq m_p$  として

$$Y({}^4\text{He}) = \frac{{}^4\text{Heの総質量}}{\text{バリオンの総質量}} = \frac{n_n/2 \cdot 4m_p}{n_p m_p + n_n m_n} \simeq \frac{2X_n(t_D)}{1 + X_n(t_D)} \quad (12)$$

となる. ここで重水素のでき始める時刻  $t_D$  が与えられればこの比を求めることができる. ここで注意しなければならないのは, 重水素の束縛エネルギーは約  $2.2\text{MeV}$  で, 一見このエネルギーに対応する温度で重水素の組成が始まると思われるが, バリオン数よりも光子数のほうがあまりに多いために, 典型的温度のエネルギーよりも大きなエネルギーを持つ光子の数が無視できず, 重水素の組成は宇宙の温度が  $2.2\text{MeV}$  よりずっと低くならなければ進まないということである. 実際に重水素の先へ核反応が進むのは  $T \sim 0.06\text{MeV}/k_B$  程度までに温度が下がってからである. その時刻は  $t_D \simeq 200\text{sec}$  となるので, 式 (11) より  $X_D \simeq 0.14$  となる. したがって

$$Y({}^4\text{He}) \simeq 0.25 \quad (13)$$

つまり,  ${}^4\text{He}$  は全元素の 25% を占めている. このおおまかな見積もりは詳しい数値計算によって求められた正確な値とほぼ一致している.

## 5 モデルの整合性と問題点

最終的に合成される元素の存在比を実際に数値計算で求めてバリオン量の関数としたものを図 3 に示す.

またこれらの原始的な比は星や星間ガス, クエーサーなどのスペクトル吸収線を用いて観測的にも求められており, その値はそれぞれ

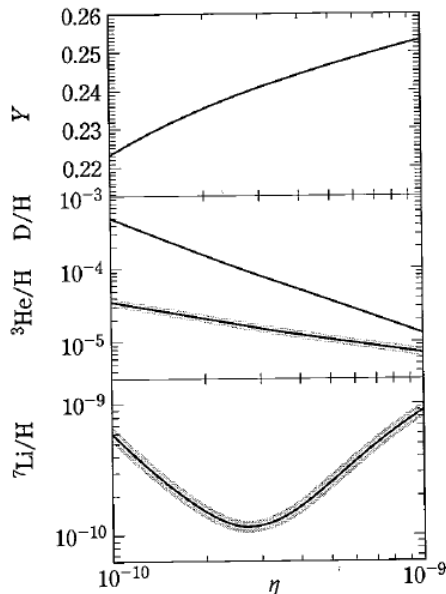


図 3: ビッグバン元素合成によって最終的に合成された元素の存在比と宇宙のバリオン量  $\eta$  の関係.

$$D/H|_P = (2.68 \pm 0.26) \times 10^{-5} \quad (14)$$

$$Y_P = 0.25 \pm 0.01 \quad (15)$$

$${}^3H_e/H|_P = (1.1 \pm 0.2) \times 10^{-5} \quad (16)$$

$${}^7L_i/H|_P = (2.19 \pm 0.28) \times 10^{-10} \quad (17)$$

ここで  ${}^4H_e$  の存在量だけは数の比ではなくバリオン量に対する質量比で表すことになっている. この観測結果はモデルから理論的に求められた値とおおむね合っている. この比は, 宇宙が時間と共に変化しないという定常宇宙モデルから求めることは非常に困難で, ビッグバン宇宙論を支える証拠となっている.

定量的にも  ${}^7L_i$  以外は誤差の範囲でバリオン量  $\eta$  1 つを使って説明することができるが,  ${}^7L_i$  の観測値は期待されるよりも多少小さく, 理論と観測の両面にまだ不定性があることも指摘されている. たとえば

${}^7L_i$  の存在比は星の大気で観測され, その値は星が誕生してから変わっていないと考えられているが, 星の進化過程でいくらか  $L_i$  の存在量が減ってしまう可能性が指摘されている.

## 謝辞

今回の論文のレビューにあたって宇宙論のゼミを開いて頂いた研究室の皆様, ありがとうございます. 特に PD の当真さんと上野さんにはゼミだけでなく個人的な質問にも応えて頂きました他, サブゼミまで開いて頂き, 理解を助けて頂いたことを誠に感謝致します.

## Reference

R. A. Alpher, J. W. Follin, & R. C. Herman, Phys. Rev., 92, 1347 (1953)

C. Hayashi, Progr. Theoret. Phys. 5, 224 (1950)

松原隆彦 「現代宇宙論」 東京大学出版会 (2012)

S, ワインバーグ 「宇宙創成はじめての 3 分間」 ちくま学芸文庫 (2008)