

bigravity に対する高次元重力理論の埋め込みによるアプローチ

山下 泰穂 (京都大学 基礎物理学研究所)

Abstract

現在、重力理論そのものを修正する修正重力理論が盛んに研究されている。特に近年、これまでは ghost が現れると考えられていた bigravity と呼ばれる理論において ghost free な action が得られ、多くの研究者から注目されている。しかし、この ghost-free bigravity の特殊な相互作用のみが選ばれる機構は明らかになっていない。本発表は、高次元重力理論の四次元への埋め込みによってこの問題を解決する一つの機構を与えることを目標とし、特に DGP model と呼ばれる高次元モデルを考えることにより bigravity を再現し得ることを示す。

1 Introduction

現在、観測により宇宙は加速膨張していることが知られている。この加速膨張は、一般相対性理論においては宇宙項と呼ばれる定数によって説明されている。このような宇宙項入り一般相対性理論は観測結果を高い精度で再現することができるが、未解決問題も存在する。その一つが宇宙項問題と呼ばれる、実際に観測される宇宙項のエネルギー密度が理論から予言されるエネルギースケールに比べ非常に小さいという問題である。このような問題を解決するため、重力理論そのものを修正する修正重力理論と呼ばれる試みが多くの研究者によってなされている。

1.1 bigravity

上に述べたような修正重力理論のうち、近年注目を浴び、盛んに研究されているモデルとして、bigravity と呼ばれる理論が存在する。この理論は、我々の時空を記述する計量と別にもう一つの計量、つまり spin2 field が存在し、この二つが相互作用するという描像から導かれる。一般にこのような spin2 field 同士の相互作用を考えると、ghost と呼ばれる不安定な mode が出現することが知られていたが、近年に至りこのような困難のない healthy な相互作用の形が発見された (S. F. Hassan and R. A. Rosen. (2012))。このモデルの bigravity は、二つの計量の相互作用の存在によって、massless graviton と massive graviton が

それぞれ一つ存在することが知られている。この理論の action を次に記す。

$$S = \frac{1}{2\kappa_g^2} \int d^4x \sqrt{-g} R(g) + \frac{1}{2\kappa_f^2} \int d^4x \sqrt{-f} R(f) - m^2 \kappa^{-2} \int d^4x \sqrt{-g} U(g, f) \quad (1)$$

$$U = \sum_{n=0}^4 \alpha_n U_n(\gamma) \quad (2)$$

$$U_n(A) = \varepsilon^{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n} \varepsilon_{\nu_1 \nu_2 \dots \nu_n} A_{\mu_1}^{\nu_1} \dots A_{\mu_n}^{\nu_n} \quad (3)$$

$$\gamma_{\nu}^{\mu} = \sqrt{g^{\mu\alpha} f_{\alpha\nu}} \quad (4)$$

ここで $g_{\mu\nu}$, $f_{\mu\nu}$ はそれぞれ二つの計量、 κ_g , κ_f はそれぞれ二つの計量における重力定数に対応し、 $\kappa^2 = \kappa_g^2 + \kappa_f^2$ と定義する。 m^2 , α_n は相互作用の結合定数となり、これらは理論パラメータである。

この形の相互作用 U は、ghost が出現しないことを課すことによって導出された。しかしながら、このような相互作用に fine tune される機構はまったく示されていないという問題がある。また、このモデルは多くの理論パラメータを持つが、理論的にこれらのパラメータの値を決めることができないという問題も存在する。

1.2 braneworld model

一方で、素粒子理論における統一理論として、string theory が長く研究されている。この理論は我々

の世界が高次元であることを示唆しており、高次元中の brane と呼ばれる四次元の膜に我々が住んでいるという braneworld model と呼ばれるアイデアを宇宙論にもたらした。このモデルでは、観測の制限から、通常物質は brane 上に束縛され、重力のみが余剰次元方向へとはたらくことができるとされている。このモデルにおいては、特に余剰次元が 1 次元かつ brane について鏡像対称性を持ち、さらに現在の重力の測定と矛盾しないよう、重力が brane に局在化する何らかの機構を持つモデルが盛んに研究されている。

1.3 本研究の目的・手法

ghost の存在しない高次元重力理論が存在すれば、その有効四次元理論は ghost free であることが予想される。この有効四次元理論として二つの graviton を持つものを構成することができれば、これは ghost-free bigravity に帰着すると期待できる。本研究の目的は、bigravity を高次元重力理論の四次元への埋め込みによって導出し、上記のような bigravity の種々の問題を解決することにある。

1. 1 に述べたように、bigravity は massless graviton 一つと massive graviton 一つの計二つの graviton を持つ。一方で高次元重力理論の四次元有効理論では、その余剰次元のスケール l に対し、 $O(1/l)$ の質量差を持つ無限個の graviton が現れることが知られている。従って、高次元重力理論から bigravity を説明するためには、低エネルギー有効理論として、無限個の graviton のうち二つのみが現れるようなモデルを考える必要がある。このような階層性を graviton の mass に持たせるには、余剰次元のスケール l に加え、もう一つ異なる長さスケールを持つ高次元モデルを考えなければならない。以上の理由から、本発表では、DGP model (G. R. Dvali, G. Gabadadze and M. Porrati. (2001)) と呼ばれる brane model の二枚 brane が存在するモデルに着目すればよいことを示す。

DGP model の action は、余剰次元方向を y , brane の位置を $y = \pm l$ ととると、

$$S = \frac{1}{2\kappa^2} \left(\frac{1}{r_c} \int d^5x \sqrt{-g} R + \int_{y=\pm l} d^4x \sqrt{-g^{(4)}} R^{(4)} \right) \quad (5)$$

ここで、 κ , g_{ab} , $g_{ab}^{(4)}$, $R^{(4)}$ はそれぞれ、四次元の重力定数、五次元の metric、五次元の Ricci scalar、brane 上の四次元 induced metric、四次元 induced metric による Ricci scalar である。 r_c は五次元重力定数と四次元重力定数の比となっており、これは理論パラメータである。

DGP model では、brane 上の induced metric による Einstein-Hilbert action を加えることによって重力を局在化している。また、この作用からわかるように、理論パラメータ r_c は高次元重力の効果による一般相対性理論からのズレが現れる長さスケールに対応する。すなわち、修正重力理論の文脈から、 r_c は cosmological なスケールとなることが期待される。

2 Analysis

ここでは、DGP model における graviton mass の mass scale の大きさやパラメータ依存性を order 評価する。簡単のため、ここでは metric の代わりに五次元の massless scalar 場 ϕ を用いた toy model を考える。action は次のような形をとる。

$$S = \frac{1}{r_c} \int d^5x \sqrt{-g} (\nabla\phi)^2 + \int_{y=\pm l} d^4x \sqrt{-g^{(4)}} (\nabla^{(4)}\phi)^2 \quad (6)$$

これより運動方程式と brane 上での接続条件は

$$\nabla^a \nabla_a \phi = 0 \quad (7)$$

$$\pm \frac{1}{r_c} [\partial_y \phi]_{y=\pm l} = [\square^{(4)} \phi]_{y=\pm l} \quad (8)$$

運動方程式から、

$$\partial_y^2 \phi = -\square^{(4)} \phi = -m^2 \phi \quad (9)$$

$$\phi = A \cos my + B \sin my \quad (10)$$

ここで m は五次元 scalar 場 ϕ を四次元に射影したときの effective な mass である。

接続条件から、

(1) even mode $\phi = A \cos my$ のとき

$$\tan ml = -mr_c \quad (11)$$

この解を図示すると、図 1 のようになる。横軸 m , \tan 関数の周期は $2\pi/l$ である。

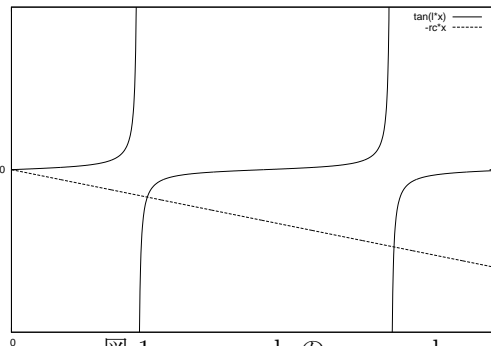


図 1: even mode の mass scale m の解

図 1 より、massless graviton が一つと、 $O(1/l)$ の質量差を持つ無限個の graviton が存在することがわかる。

(2) odd mode $\phi = B \sin my$ のとき

$$\cot ml = mr_c \quad (12)$$

この解を図示すると、図 2 のようになる。横軸 m , \cot 関数の周期は同じく $2\pi/l$ である。

図 2 より、小さな mass を持つ graviton 一つと、この massive graviton の質量から $O(1/l)$ の質量差を持つ無限個の graviton が存在することがわかる。さらに、 l を r_c に比べて小さくすることによって、この小さな mass を持つ graviton の mass scale を他の graviton のそれと比べて小さくすることができる。

以上の解析より、十分余剰次元のスケールが小さい場合を考えると、二枚の brane をもつ DGP model の四次元有効理論は、低エネルギー領域で massless graviton と massive graviton をそれぞれ一つずつ持つ理論となることがわかる。したがって、二枚の十

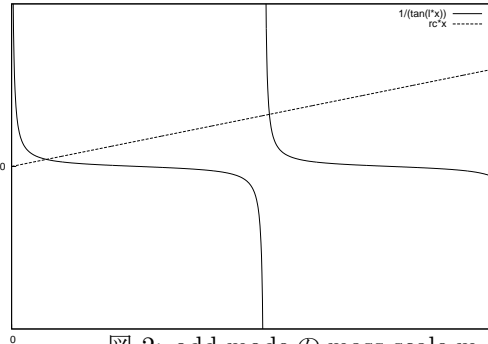


図 2: odd mode の mass scale m の解

分近い距離にある DGP brane model は、その理論に ghost が存在しなければ、ghost-free bigravity と一致することが期待される。

3 Discussion

本 section では、本研究の展望について述べる。

上の解析から、DGP model を用いることでその四次元有効理論として bigravity を得ることが可能だと考えられる。しかし、実際に DGP model の低エネルギー有効理論から ghost-free bigravity を導出することは、ghost-free bigravity の相互作用の形の複雑さゆえに非常に難しいものとなる。したがって、本研究ではまず簡単な解、つまり brane 上で一様等方または球対称を課した解について考え、二つの理論でのこれらの解の比較と安定性の解析を行う予定である。また、bigravity の見地から、球対称解についてはあるエネルギー領域で不安定となることが示されている (E. Babichev and A. Fabbri. (2013))。このような不安定性が高次元モデルにおいてどのような意味を持つかは、非常に興味深い問題である。

Reference

- S. F. Hassan and R. A. Rosen. 2012. JHEP 1202, 126
- G. R. Dvali, G. Gabadadze and M. Porrati. 2001. Phys. Lett. B485, 208
- E. Babichev, A. Fabbri. 2013. arXiv 1304.5992v2