

Inflation model による CMB 温度ゆらぎの理論値の補正

鈴木 亨昇 (名古屋大学大学院 理学研究科)

Abstract

inflation 理論は標準宇宙モデルの抱える問題を解決する有力な理論であると考えられており、現在様々な inflation モデルが提案されている。また、inflation 時に生成された初期ゆらぎはその後の構造形成の種になると考えられている。

観測できる最も古い電磁波である Cosmic Microwave Background (CMB) は初期宇宙の情報と伝搬した経路の情報を含んでおり、その温度ゆらぎを調べる事で宇宙の状況を知る事ができる。さらに CMB を観測する事は inflation の情報を得る良い方法である。しかし、現在考えられている CMB の温度ゆらぎの理論値と観測値の間には large scale でのずれが存在する。

本発表では、そのずれの補正を目的としたいくつかの inflation モデルについてレビューする。その中の一例として [1] をレビューする。[1] は inflation 前に宇宙が収縮する contracting phase が存在するモデルである。この phase は inflation のパワースペクトルの形を変え、CMB の温度ゆらぎの large scale に影響を与える。また、その他のモデルについても考察し、inflation モデルが CMB に与える影響を考える。

1 Introduction

標準宇宙論モデルの抱える問題であるホライズン問題、平坦性問題、残存粒子問題を解決するアイデアが inflation 理論である。inflation とは宇宙の加速膨張とその後の再加熱を表すアイデアである。その時のスケールファクターの振る舞いは圧力 p 、密度 ρ 、万有引力定数 G を用いて

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) > 0. \quad (1)$$

となる。ここから

$$p < -\frac{1}{3}\rho \quad (2)$$

という関係が得られる。

最も単純な inflation は単一スカラー場 ϕ のポテンシャル $V(\phi)$ によって引き起こされると考えられている。このときスカラー場のエネルギー密度と圧力は

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad (3)$$

$$p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (4)$$

となる。したがって場の速度 $\dot{\phi}^2$ が小さいとき式 (2) の関係を満たし inflation が起こる。そのためこれは

slow-roll inflation と呼ばれる。このとき、式 (3) および式 (4) は近似的に

$$\rho \simeq V(\phi), \quad (5)$$

$$p \simeq -V(\phi). \quad (6)$$

と表せる。密度と圧力の関係は

$$p = w\rho. \quad (7)$$

であるので今回 $w \simeq -1$ であり、密度と w の関係、およびフリードマン方程式は

$$\rho \propto a^{-3(1+w)}, \quad (8)$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho. \quad (9)$$

である。これよりスケールファクターは

$$a \propto e^t. \quad (10)$$

となる。つまり、宇宙は slow-roll inflation のもとでほとんど指数関数的に膨張する。

また、場に対する作用 S を変分する事で場の方程式を得る事ができる。さらに、その解 u の真空の期待値を取る事でゆらぎのパワースペクトルを得る事ができる。ホライズンの中では量子的なゆらぎだが、

inflation による加速膨張によりゆらぎがホライズンの外に出ると、ゆらぎが古典化し凍結する。その後ホライズンが拡大し凍結したゆらぎが再びホライズンの内側に入る。そして、凍結したゆらぎは密度ゆらぎの初期条件となる。

CMB は温度にして約 2.725K の観測できる最も古い電磁波である。全天でほぼ様な温度分布をしており、Planck 分布によく一致する。これはその昔、宇宙が熱平衡状態にあった事を示しており、Big Bang の直接的な証拠である。光子は Big Bang 直後の高温になった宇宙を満たしていたが、高温のために陽子と電子は結合できずイオン化していた。そのためそれら荷電粒子と光子は相互作用を起こし、光子は直進する事ができなかった。宇宙の膨張により温度が下がると陽子と電子が結合し、宇宙は中性になった。それにより光子は直進ができるようになった。これを宇宙の晴れ上がりと呼ぶ。我々が CMB として見ているものはこの光である。CMB は晴れ上がり当時の情報と、伝搬した経路の情報に加えて inflation 時の情報を含んでいる。したがって CMB の温度ゆらぎを調べる事は宇宙の構造を知る上で非常に有用だと考えられる。

inflation 時にホライズンの外に出たゆらぎはその後ホライズンの中に入ると密度ゆらぎの初期条件を与え、構造形成の種となる。そのため inflation のモデルを変えて初期のパワースペクトルの形をかえる事は CMB のゆらぎのスペクトルに直接影響を与える。よって large scale の初期のパワースペクトルを変えると CMB の large scale のパワースペクトルも変わると予測されるため、現在提案されている CMB の温度ゆらぎの large scale での理論値と観測値のずれを補正する事ができると考えられる。

今回、理論値と観測値のずれを補正する事を目的としたいくつかのモデルについてレビューを行う。さらにそのパワースペクトルが CMB の温度ゆらぎに与える影響について考察を与える。

2 Methods

今回 inflation の前に宇宙が収縮する contracting phase が存在する bouncing inflation モデルに注目す

る。contracting phase とは $\dot{a} < 0$ である phase である。曲率ゆらぎ \mathcal{R} の作用は

$$S \sim \int d\eta d^3x a^2 M_p^2 \epsilon (\mathcal{R}'^2 - (\partial \mathcal{R}^2)). \quad (11)$$

である。ここで ϵ は slow-roll parameter. $z \equiv a\sqrt{2M_p^2\epsilon}$, $u_k \equiv z\mathcal{R}_k$ として、conformal time $\eta = \int dt/a$ での微分を ' で表すとフーリエ空間での \mathcal{R} の方程式は

$$u_k'' + \left(k^2 - \frac{z''}{z}\right) u_k = 0. \quad (12)$$

となる。 $\eta < 0$ で contracting phase、 $\eta > 0$ で inflation phase とし、 $\eta = 0$ で phase が移り変わるとする。また、スカラー場の運動方程式は作用の変分により

$$\ddot{\phi} + 3h\dot{\phi} + \frac{dV(\phi)}{d\phi} = 0. \quad (13)$$

となる。 $\dot{a} < 0$ より $H = \dot{a}/a < 0$ なので、式 (13) の第二項目は反摩擦的に働く。つまり、 ϕ を加速させる方向に働く。この過程で

$$\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \gg V(\phi). \quad (14)$$

である。このとき、式 (3)、(4) より $\rho \simeq p$ となる。式 (7)、(8) より、 a の振る舞いは $\mathcal{H} = a'/a$ とすると

$$a \simeq \sqrt{1 - 2\mathcal{H}_0\eta}. \quad (15)$$

となる。ここで $\mathcal{H}_0 = \mathcal{H}(\eta = 0)$ である。たしかに $\eta < 0$ で $\dot{a} < 0$ である。

同様に、 $\eta > 0$ の inflation phase では

$$a \simeq \frac{1}{1 - \mathcal{H}_0\eta}. \quad (16)$$

これより式 (12) の解は解析的に解く事ができて

$$u_k(\eta) = \sqrt{-k\eta + \frac{k}{\mathcal{H}_0}} \left(C_1 H_{3/2}^{(1)}\left(-k\eta + \frac{k}{\mathcal{H}_0}\right) + C_2 H_{3/2}^{(2)}\left(-k\eta + \frac{k}{\mathcal{H}_0}\right) \right). \quad (17)$$

ただし C_1, C_2 は積分定数で、

$$C_1 = \sqrt{\frac{\pi}{32\mathcal{H}_0}} e^{\frac{-ik}{\mathcal{H}_0}} \left(\left(1 - \frac{2\mathcal{H}_0^2}{k^2} - \frac{2\mathcal{H}_0}{k}i\right) H_0^{(2)} \left(\frac{k}{2\mathcal{H}_0}\right) + \left(\frac{\mathcal{H}_0}{k} + i\right) H_1^{(2)} \left(\frac{k}{2\mathcal{H}_0}\right) \right), \quad (18)$$

$$C_2 = \sqrt{\frac{\pi}{32\mathcal{H}_0}} e^{\frac{ik}{\mathcal{H}_0}} \left(\left(1 - \frac{2\mathcal{H}_0^2}{k^2} + \frac{2\mathcal{H}_0}{k}i\right) H_0^{(2)} \left(\frac{k}{2\mathcal{H}_0}\right) + \left(\frac{\mathcal{H}_0}{k} - i\right) H_1^{(2)} \left(\frac{k}{2\mathcal{H}_0}\right) \right). \quad (19)$$

ここで $H_n^{(i)}$ は Hankel 関数。

曲率ゆらぎ \mathcal{R} のパワースペクトル $\mathcal{P}_{\mathcal{R}}$ は

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\mathcal{R}} &= \frac{k^3}{2\pi^2} \left| \frac{u_k}{a} \right|^2 \\ &= \frac{H_{\text{inf}}^2}{2\pi^3 M_{\text{P}}^2 \epsilon_{\text{inf}}} k |C_1 - C_2|^2 \\ &= \mathcal{P}_{\mathcal{R}}^{\text{inf}} \frac{2}{\pi} k |C_1 - C_2|^2. \end{aligned} \quad (20)$$

$\mathcal{P}_{\mathcal{R}}^{\text{inf}} = \frac{H_{\text{inf}}^2}{4\pi^2 M_{\text{P}}^2 \epsilon_{\text{inf}}}$ とした。このパワースペクトルと通常のモデルのパワースペクトルの比を描いたグラフは図 1 である。

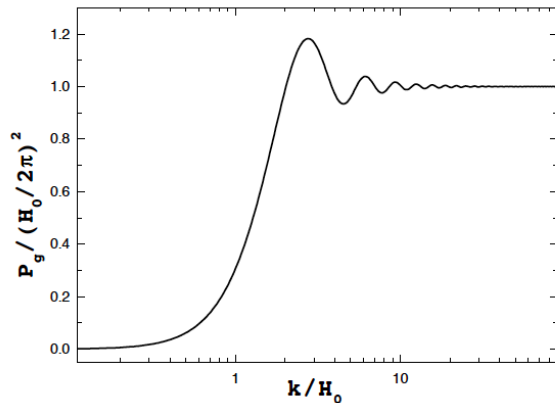


図 1: 通常の曲率ゆらぎと今回のモデルのパワースペクトルの比。[2]。

通常の inflation モデルでは、ホライズンの外に出たパワースペクトルは k によらず一定の値を取るが、今回のモデルでは k の値に依存し、large scale 側で減衰している。

$k/\mathcal{H}_0 \ll 1$ のとき、

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}} \sim k^3. \quad (21)$$

と近似できる。これは large scale での k^3 の suppress を与える。

$k/\mathcal{H}_0 \gg 1$ のとき

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}} \sim k^0. \quad (22)$$

と近似できる。このときパワースペクトルが k に依存しなくなり、通常の inflation モデルのパワースペクトルと同じ形になる。 $k/\mathcal{H}_0 \sim 1$ の時は振動する振る舞いを見せる。

したがって今回のモデルのパワースペクトルは large scale で suppress し、small scale で通常のモデルのパワースペクトルになる。

3 Results

式 (20) で得られるパワースペクトルでの CMB の温度ゆらぎのパワースペクトルは図 2 の通りである。

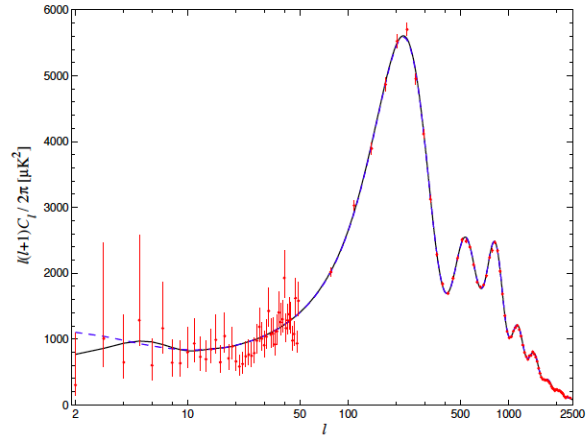


図 2: CMB の温度ゆらぎのパワースペクトル。点線は通常のモデル。実線は WMAP と Planck のデータを使用した今回のモデル。赤い点は 1σ の誤差での Planck の観測値。 l が小さいと large scale、大きいと small scale。極めて良い一致をしているがいくつかの l でずれが見られる。[1]。

CMB の温度ゆらぎが large scale で suppress されている。これは通常のモデルではホライズンの外で u_k の値は一定だが、今回のモデルでは contracting phase において $k \rightarrow 0$ で $u_k \rightarrow 0$ であるため、large scale で suppress されたためだと考えられる。さらに $l = 6$ の周りで小さく上昇しているのは、large scale での

初期パワースペクトルの振動のためであると考えられる。

また、式 (20) 内の $\mathcal{P}_{\mathcal{R}}^{\text{inf}}$ を

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}}^{\text{inf}} = \mathcal{A}_{\text{inf}} \left(\frac{k}{k_0} \right)^{n_{\text{inf}} - 1}. \quad (23)$$

とおく。これをもとに \mathcal{H}_0 と \mathcal{A}_{inf} および n_{inf} に制限を与える。結果は図 3。

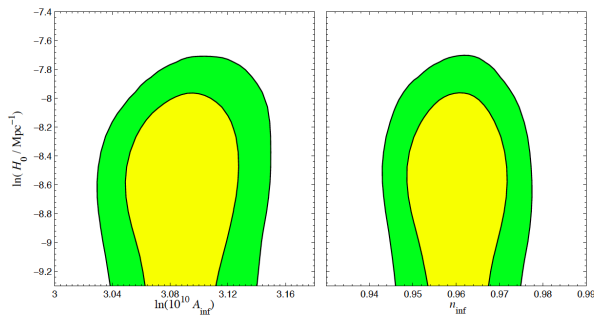


図 3: Planck および WP による信頼性 68%、95% での \mathcal{H}_0 、 \mathcal{A}_{inf} 、 n_{inf} の制限。[1]。

4 Conclusion

今回 CMB の温度ゆらぎを補正するモデルとして bouncing inflation モデルを考えた。これは inflation 前に宇宙が収縮する contracting phase が存在するモデルであるが、contracting phase の large scale でパワースペクトルが suppress する事から、CMB の温度ゆらぎの large scale 側を suppress する事ができた。それにより理論値に良い補正を与えられたと言える。

このように、初期のパワースペクトルを変更すると CMB に非常に大きな影響を与える。初期のパワースペクトルは inflation モデルによって決まるため、CMB の観測は inflation モデルを制限する可能性がある。CMB の観測から inflation モデルの制限を得るためには、CMB の温度ゆらぎのスペクトルに対応する inflation モデルを知る必要がある。よって、今後の観測にそなえて、様々な inflation モデルについ

て CMB の温度ゆらぎのスペクトルに与える影響を精査する事は重要であると考えられる。

Reference

- [1] Z.-G. Liu, Z.-K. Guo and Y.-S. Piao, arXiv:1304.6527 [astro-ph.CO].
- [2] Y.-S.Piao, B.Feng and X.-m. Zhang, Phys. Rev. D **69**, 13520 (2004) [hep-th/0310206].