CMB と 21cm 線が再電離パラメターに与える制限について

星野 華子 (名古屋大学大学院 理学研究科)

Abstract

本発表では CMB と 21cm 線が再電離を記述するパラメターに与える制限について 2 本の論文 ([1], [2]) を読み, レビューする. 再電離により光学的厚みが揺らぎ, CMB がいくつかのメカニズムを通して偏光する. ここでは CMB の揺らぎの中で再電離によるものだけを取り出すことを考える. それを用いて偏光のパワースペクトルから光学的厚みを見積もる. また, 21cm 線と CMB を組み合わせることにより, CMB 単独の場合より再電離を記述するパラメターに強い制限を与えらえることが分かっている. ここでは再電離の進みの様子が光学的厚みによってどのように変わるかを調べた. その結果, 光学的厚みが小さいほど再電離が緩やかに進むということがわかった.

1 Introduction

生まれて間もない宇宙は高温・高密の状態にあり, 陽子と電子は分離していた. 時間が経つにつれて温度が下がってくると陽子と電子が結合して中性水素ができる. これが宇宙の晴れ上がりである. しかしその後再び水素原子が電離して今もその状態を保っていることが観測からわかっている.

再電離は一瞬の出来事ではなく複雑な過程であり, 非一様に電離が進むので CMB の温度揺らぎを引き起こす. 水素原子の吸収線 (Gunn-Peterson の谷) から $z \sim 6$ で再電離が終わることがわかる. また, 宇宙最初の星ができた時期と辻褄が合うようにシミュレーションを行うと $z \sim 30$ から再電離が始まったことがわかっている. 再電離は何らかの天体から発せられた高エネルギーの光子により導かれるため, 最初の星ができた時期と再電離には密接な関係がある.

2 再電離のモデル

ある z において, 全天で平均したイオン化率を次のように表すことにする:

$$\bar{x}_e(z) = \frac{1}{2}\left[1 - \tanh\left(\frac{y(z) - y_{\rm re}}{\Delta_y}\right)\right]. \qquad (1)$$

ここで $y(z) = (1+z)^{3/2}$, $y_{\rm re} = y(z_{\rm re})$, Δ_y は自由パラメターで, 視線方向に沿って積分した光学的厚みが $\tau = 0.084$ を満たすように設定される. これをもとにイオン化率と赤方偏移の関係を示すものが図 1 である [2].

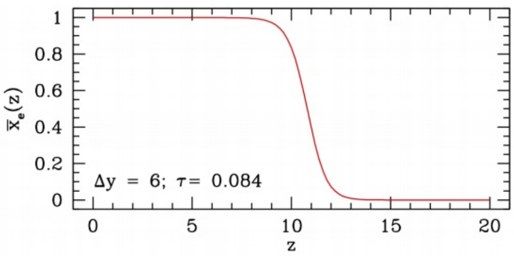

図 1: $\Delta_y = 6, \tau = 0.084$ としたときの平均イオン化率の変化の様子

再電離とは水素原子が陽子と電子に分離する現象であるが, この電離された領域をイオン化された球として見ることにし, バブルと呼ぶ. バブル半径の平均を $\bar{R}$ とし, 半径が次のように分布していると仮定する:

$$P(R) = \frac{1}{R}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2_{\ln R}}} e^{-[\ln(R/\bar{R})]^2/(2\sigma^2_{\ln R})}. \qquad (2)$$

ここで $\sigma_{\ln R}$ は分散である. この分布を図 2 に示す [1].

バブルの数密度は bubble bias という量 b により揺らぐ. 再電離の進みの緩やかさを表す量 Δ_y, bubble bias b, バブル半径の平均 $\bar{R}$, その分散 $\sigma_{\ln R}$ と CMB の光学的厚み τ を合わせた 5 つのパラメターの組で再電離の描像を表せるとし, 以後の節では τ と $\sigma_{\ln R}$ の関係を調べていく.

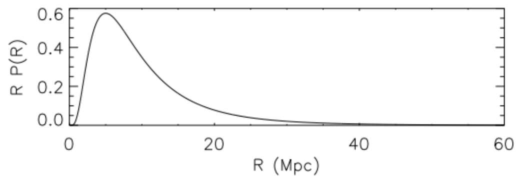

図 2: バブル半径の分布 ($\bar{R} = 5$ Mpc, $\sigma_{\ln R} = \ln 2$)

3 CMB と再電離

まず, CMB の光学的厚みは観測者からの共動距離 χ, トムソン散乱断面積 σ_T, 現在の陽子の数密度 $n_{p,0}$ を用いて

$$\tau(\hat{\mathbf{n}}, \chi) = \sigma_T n_{p,0} \int_0^{\chi} \frac{d\chi'}{a^2(\chi')} x_e(\hat{\mathbf{n}}, \chi') \tag{3}$$

と表すことができる. CMB の偏光から再電離のシグナルを読み取るために, 偏光 $[Q \pm iU]$ を次のように視線方向の積分で表す:

$$[Q \pm iU](\hat{\mathbf{n}}) = \int_0^{\infty} d\chi \dot{\tau} e^{-\tau(\hat{\mathbf{n}},\chi)} S^{\pm}_{\mathrm{pol}}(\hat{\mathbf{n}}, \chi). \tag{4}$$

ここで $S^{\pm}_{\mathrm{pol}}(\hat{\mathbf{n}}, \chi)$ は偏光を作るソースであり, スピン ± 2 の球面調和関数 ${}_{\pm 2}Y_{2m}(\hat{\mathbf{n}})$ を用いて

$$S^{\pm}_{\mathrm{pol}}(\hat{\mathbf{n}}, \chi) = -\frac{\sqrt{6}}{10} \sum_m ({}_{\pm 2}Y_{2m}(\hat{\mathbf{n}})) a^T_{2m}(\hat{\mathbf{n}}, \chi) \tag{5}$$

と書ける. $a^T_{2m}(\hat{\mathbf{n}}, \chi)$ は温度の四重極モーメントである.

次に観測される偏光 $[Q \pm iU]$ を変形し, 光学的厚みを再構築する estimator を求めていく. それにあたり, イオン化率を平均と揺らぎの成分に分解し,

$$x_e(\hat{\mathbf{n}}, \chi) = \bar{x}_e(\chi) + \Delta x_e(\hat{\mathbf{n}}, \chi). \tag{6}$$

とする. $\bar{x}e$ は共同距離を固定したとき天球で平均を取ったイオン化率, Δx_e は平均からのずれである. これを用いて偏光 $[Q \pm iU]$ を Δx_e で展開すると

$$\begin{aligned}[Q \pm iU](\hat{\mathbf{n}}) = [Q \pm iU]_0(\hat{\mathbf{n}}) \\ + \sigma_T n_{p,0} \int \frac{d\chi}{a^2} \Delta x_e(\hat{\mathbf{n}}, \chi) [Q \pm iU]_1(\hat{\mathbf{n}}, \chi)\end{aligned} \tag{7}$$

のように変形できる. $[Q \pm iU]$ は再結合と再電離の一様成分から来る偏光,

$$[Q \pm iU]_1(\hat{\mathbf{n}}, \chi) = \int_{\chi}^{\infty} d\chi' \frac{\delta [Q \pm iU](\hat{\mathbf{n}})}{\delta \tau(\chi')} \tag{8}$$

である.

計算の便宜上, 再電離の期間をビン分けする. すなわち再電離が始まる時刻と終わる時刻を N 個の区間に分け, α 番目の区間を $[z^{\alpha}_{\min}, z^{\alpha}_{\max}]$ と表現する. この赤方偏移に対応する共同距離の区間を同様に $[\chi^{\alpha}_{\min}, \chi^{\alpha}_{\max}]$ とすると, 式 (7) の偏光は

$$\begin{aligned}[Q \pm iU](\hat{\mathbf{n}}) =& [Q \pm iU]_0(\hat{\mathbf{n}}) \\ &+ \sum_{\alpha} \Delta\tau^{\alpha}(\hat{\mathbf{n}}) [Q \pm iU]^{\alpha}_1(\hat{\mathbf{n}})\end{aligned} \tag{9}$$

のように変形できる. $\Delta\tau^{\alpha}(\hat{\mathbf{n}})$ は α 番目の区間で視線方向に積分した光学的厚み, $[Q \pm iU]^{\alpha}_1(\hat{\mathbf{n}})$ は α 番目の区間の偏光を表している.

また, 温度に関しても同様な形で表されるが, 場所と光学的厚みに依存する関数 S_T を用いて

$$T(\hat{\mathbf{n}}) = \int_0^{\infty} d\chi S_T(\hat{\mathbf{n}}, \chi, \tau(\hat{\mathbf{n}}, \chi)) \tag{10}$$

として, 偏光の場合と同様の手順で揺らぎで展開すると

$$T(\hat{\mathbf{n}}) = T_0(\hat{\mathbf{n}}) + \sum_{\alpha} \Delta\tau^{\alpha}(\hat{\mathbf{n}}) T^{\alpha}_1(\hat{\mathbf{n}}) \tag{11}$$

と書ける.

式 (9), (11) において $\Delta\tau^{\alpha}$, T^{α}_1, $[Q \pm iU]$ は直接観測可能な量ではないが, CMB に揺らぎを作る.

ここでさらに再電離期を示す全ての α, β 番目の赤方偏移のビンにおいて $[Q \pm iU]^{\alpha}_1 = [Q \pm iU]^{\beta}_1$ が成り立つと仮定して簡単化をする. このように置くことで式 (9) は

$$\begin{aligned}[Q \pm iU](\hat{\mathbf{n}}) =& [Q \pm iU]_0(\hat{\mathbf{n}}) \\ &+ \Delta\tau(\hat{\mathbf{n}}) [Q \pm iU]_1(\hat{\mathbf{n}})\end{aligned} \tag{12}$$

と書き直せる. ここで $\Delta\tau(\hat{\mathbf{n}}) = \sum_{\alpha} \Delta\tau^{\alpha}(\hat{\mathbf{n}})$ は光学的厚みの揺らぎの和である. この形は重力レンズ効果による偏光の表式と類似していることから, 光学的厚みを再構築する estimator を類似的に求めることができて ([1], [3]),

$$\begin{aligned}\hat{\tau}^*_{lm} =& N^{\tau\tau}_l \sum_{l_1 l_2} \sum_{m_1 m_2} \frac{\Gamma^{EB(\tau)*}_{l_1 l_2 l}}{(C^{EE}_{l_1} + N^{EE}_{l_1})(C^{BB}_{l_2} + N^{BB}_{l_2})} \\ &\times \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l \\ m_1 & m_2 & m \end{pmatrix} a^E_{l_1 m_1} a^B_{l_2 m_2}\end{aligned} \tag{13}$$

となる. $C_l^{X\bar{X}}$ は X と $\bar{X}$ のパワースペクトル, $N_l^{X\bar{X}}$ はノイズのパワースペクトルである. 2 行目の括弧の中は Wigner Symbol である.

4 21cm 線と再電離

再結合により宇宙が中性化された後, 最初の星ができるまでは光源となる天体が存在せず, 観測が困難であった. しかし宇宙が中性であった頃は中性水素原子がたくさん存在していた. 中性水素原子のスペクトルを観測できれば, 光源のない時代, すなわち再電離を見ることができる. 中性水素原子のスペクトルは超微細構造による 21cm 線である.

21cm 線の光学的厚みは以下のように表せる [2]:

$$\tau_{21}(z) \simeq 8.6\times10^{-3}(1+\delta_b)x_H\left[\frac{T_{cmb}}{T_S}\right]\left[\frac{1-Y_p}{1-0.248}\right] \times\left(\frac{\Omega_b}{0.044}\right)\left[\left(\frac{0.27}{\Omega_m}\right)\left(\frac{1+z}{10}\right)\right]^{1/2}. \tag{14}$$

ここで δ_b はバリオンの overdensity: $\delta_b = (\rho_b - \bar{\rho}_b)/\bar{\rho}_b$, x_H は中性水素比, スピン温度 T_S は水素原子の 2 つの量子状態の密度の比によって定義される励起温度, Y_p は宇宙に存在する陽子がヘリウム原子として存在している割合を示す.

この光学的厚みを用いて 21cm 線の輝度温度 T_b を表すと

$$T_b = T_{cmb}e^{-\tau_{21}(z)} + T_S(1-e^{-\tau_{21}(z)}) \tag{15}$$

となり, 光学的厚みが考えている全ての所で小さいとすると輝度温度の揺らぎは

$$\delta T_b(z) \equiv \frac{T_b - T_{cmb}}{1+z} \simeq \frac{T_S - T_{cmb}}{1+z}\tau_{21}(z) \tag{16}$$

と表すことができる.

これより CMB の光学的厚みと 21cm 線の輝度温度揺らぎを関係づける. 光学的厚みを電子の数密度 n_e を用いて表すと

$$\tau(\hat{\mathbf{n}},\chi) = \sigma_T\int_0^{\chi} d\chi' n_e(\hat{\mathbf{n}},\chi')a(\chi') \tag{17}$$

となる. ヘリウム原子が 1 価にのみイオン化されているとすると, 電子の数密度の揺らぎは

$$n_e(\hat{\mathbf{n}},\chi) \simeq \frac{x_e\rho_b}{m_p}\left(1-\frac{3}{4}Y_p\right) \tag{18}$$

と表せる. これより, 光学的厚みの揺らぎと 21cm 線の輝度温度の揺らぎの関係を求めると以下が得られる:

$$\delta\tau(\hat{\mathbf{n}},z) = \left(1-\frac{3}{4}Y_p\right)\frac{\sigma_T\rho_{b,0}}{m_pH_0\Omega_m^{-1/2}} \times\int_0^z dz'\left[(1+z')^{1/2}\delta_b - \frac{\delta T_b(z')}{8.5\mathrm{mK}}\right]. \tag{19}$$

5 Simulations

再電離を記述するパラメターの組は $\{\bar{R},\ \sigma_{\ln R},\ b,\ \tau,\ \Delta_y\}$ であることを 2 節で述べた. ここでは 2 つのパラメター $\{\tau, \Delta_y\}$ の関係について述べる. 他の 3 つのパラメターは固定しておく. forecast するにあたって, フィッシャー行列から τ と Δ_y の分散を求める.

パラメターの組 $\{\lambda_\alpha\}$ があるとき, フィッシャー行列 F_{ij} はパワースペクトルを用いて [5]

$$F_{ij} = \sum_l \frac{1}{(\delta C_l)^2}\frac{\partial C_l}{\partial\lambda_i}\frac{\partial C_l}{\partial\lambda_j} \tag{20}$$

と表せる. $\{\lambda_\alpha\}$ がガウシアン型に分布していると仮定した上で, 他のパラメターが固定されていれば λ_α の分散は $\sigma(\lambda_\alpha) = 1/\sqrt{F_{\alpha\alpha}}$, 他のパラメターに関して何も制限がなければ $\sigma(\lambda_\alpha) = \sqrt{(F^{-1})_{\alpha\alpha}}$ となる.

以下の 2 つのシミュレーションでは, 再電離の進行が急なモデル (5.1 節) と緩やかなモデル (5.2 節) を紹介する.

5.1 CMB による結果

再電離パラメターの組を $\{\bar{R},\ \sigma_{\ln R},\ b,\ \tau,\ \Delta_y\} = \{5\ \mathrm{Mpc},\ \ln 2,\ 6.0,\ 0.084,\ 19.0\}$ として CMB のパワースペクトルからシミュレーションを行う. このときフィッシャー行列は

$$F_{ij} = \frac{f_{\rm sky}}{2}\sum_l(2l+1)\frac{(\partial C_l^{\tau\tau}/\partial\lambda_i)(\partial C_l^{\tau\tau}/\partial\lambda_j)}{(C_l^{\tau\tau}+N_l^{\tau\tau})^2} \tag{21}$$

で与えられる ($\lambda_1 = \tau,\ \lambda_2 = \sigma_{\ln R}$). $C_l^{\tau\tau}$ は式 (13) により求められる. $f_{\rm sky}$ は 1 を最大として視野の広さを表す数である. これを用いると図 3 のような結果が得られる [1]. この結果から τ と Δ_y の相関係数が -0.985 であり, 線形な関係にあることがわかる.

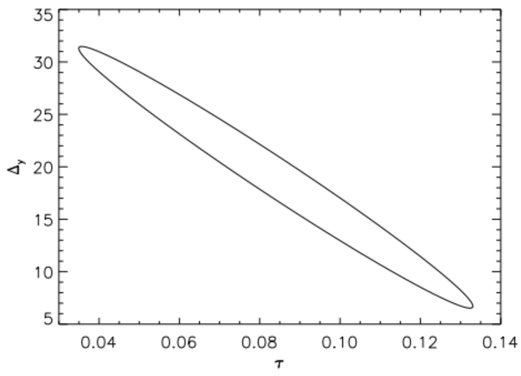

図 3: 光学的厚み τ と Δ_y の不確かさ.

5.2 21cm 線と CMB を組み合わせた結果

一方で, $\{\bar{R},\ \sigma_{\ln R},\ b,\ \tau,\ \Delta_y\} = \{5\ \mathrm{Mpc},\ 0.5,\ 6.0,\ 0.084,\ 6\}$ としてフィッシャー行列を

$$F_{ij} = f_{\rm sky}\sum_l (2l+1) \times \int dz \frac{(\partial C_l^{\tau,21}/\partial\lambda_i)(\partial C_l^{\tau,21})}{(C_l^{\tau\tau}+N_l^{\tau\tau})(C_l^{21,21}+N_l^{21,21}+C_l^f)} \tag{22}$$

として 21cm 線と CMB を組み合わせてシミュレーションを行うと, 図 4 のような結果が得られる [2]. 図

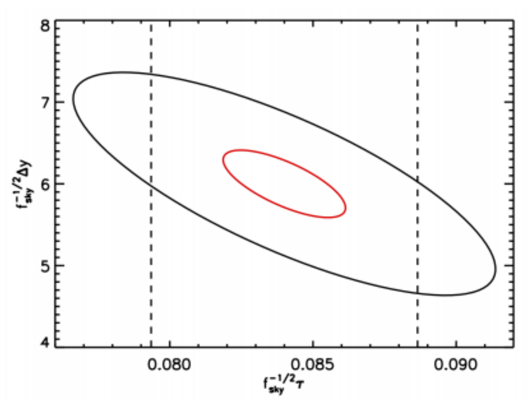

図 4: 光学的厚み τ と Δ_y の不確かさ. 黒線は LOFAR, 赤線は SKA による予測.

3, 図 4 を比べると, CMB だけから分かる結果より CMB と 21cm 線を組み合わせた方がパラメターの不確かさが小さく制限が厳しくなっていることが確かめられる.

6 Discussion and Summary

図 3, 図 4 から τ と Δ_y の不確かさは表 1 のようになることがわかる.

表 1: τ と Δ_y の不確かさの比較

	$\sigma(\tau)/\sqrt{f_{\rm sky}}$	$\sigma(\Delta_y)/\sqrt{f_{\rm sky}}$
CMB から	0.118	29.9
21cm 線 & CMB (LOFAR)	0.007	1.3
21cm 線 & CMB (SKA)	0.002	0.4

これにより, 光学的厚みと Δ_y の誤差が 21cm 線を使ったときの方が遥かに小さくなり, 再電離パラメターにより強い制限が得られることが確かめられる.

また, バブル半径の揺らぎの大きい図 3 の方が Δ_y の値が大きい, つまり再電離の進みが緩やかになっていることが読み取れる. これはバブルの大きさにばらつきが大きい方が, バブルが全て平均の大きさとして存在していると見たときに電離が中途半端な領域が大きくなるため, ある地点から再電離を見ようとすると電離の様子が緩やかになると解釈できる.

本発表ではまず再電離のモデルを設定し, そこから CMB の光学的厚みを見積もる estimator を導出した. 次に CMB の光学的厚みの揺らぎを 21cm 線の輝度温度の揺らぎで表した. これらを用いて再電離パラメターの組 $\{\tau,\ \Delta_y\}$ の誤差についてシミュレーションの結果を見た. その結果, CMB 単独を用いるより CMB と 21cm 線を組み合わせた方がパラメターに与える制限がより良くなっていることが確かめられた.

Reference

[1] C. Dvorkin and K. M. Smith, Phys.Rev. D79, 043003 (2009), arxiv:0812.1566

[2] P. D. Meerburg, C. Dvorkin, and D. N. Spergel, 2013, arxiv:1303.3887

[3] W. Hu and T. Okamoto, Mass Reconstruction with CMB Polarization, 2002, astro-ph/0111606

[4] J. R. Pritchard and Abraham Loeb, 2012, arxiv:1109.6012

[5] S. Dodelson, *Modern Cosmology*, Academic Press, 2003