21-cm 線の重力レンズ効果を用いた原始重力波の検出

橋本 一彦 (京都大学大学院 基礎物理学研究所)

Abstract

インフレーション理論は、インフレーションにより原始重力波（IGW:Inflationary Gravitational-Wave）が発生することを予言している。現在、宇宙背景放射（CMB）の B モード偏光を用いてこの IGW の検出を目指す研究が進んでいるものの、そもそもこの方法では IGW を検出できるほどの感度がない可能性がある。21cm 線の IGW による重力レンズ効果を用いれば、上の方法ではノイズに埋もれてしまうような弱い IGW のシグナルであっても、原理的には検出可能であることが指摘されている。本講演ではこの手法について紹介する。

1 Introduction

インフレーション理論は、宇宙の構造形成の起源を説明しうる優れた理論である。しかし、その発生機構には多くの謎が残され、数多くのモデルが提案されているものの、どのモデルが正しいのか、または全く別のモデルが存在するのか決めることは困難な状況にある。IGW を検出し、インフレーションによるテンソル摂動とスカラー摂動のパワースペクトルの比であるテンソル-スカラー比を決定する事ができれば、正しいインフレーションモデルを選択する重要な手がかりが得られることになり、初期宇宙の宇宙論を進展させていく大きな原動力となるだろう。

現在進められている CMB の B モード偏光を用いた検出方法の場合、IGW と重力レンズ効果の B モードへの寄与が区別できる理想的な場合においても、検出可能なテンソル-スカラー比は $r \sim 10^{-3}$ 程度とされている。しかし、21cm 線の IGW による重力レンズ効果を用いれば、原理的にはこの値は $r \sim 10^{-9}$ まで改善することが可能であると指摘されている。

弱い重力レンズ効果による銀河の像のゆがみは 2000 年に検出され (5)、今後の銀河サーベイの主要な目標となっている。このレンズ効果は大きなスケールの密度ゆらぎによるもので、最近同じ現象が CMB についても起こっている事が観測された (4)。密度ゆらぎと同様に、IGW もレンズ効果を引き起こすことが可能である (2)。

重力レンズ効果は、光子の軌跡を曲げる。一般に、弱い重力レンズ効果による光線の曲がりを特徴づける曲がり角は、curl 成分と curl-free 成分と呼ばれる二つの独立な成分に分解できる。密度ゆらぎによる重力レンズ効果の場合、線形領域では curl 成分を持たないので、曲がり角の curl 成分は、IGW の重力レンズ効果や、その他のテンソル・ベクトル摂動により与えられる。したがって IGW を重力レンズ効果を用いて検出する際には、curl 成分を取り出すことが重要になる。

しかし、CMB マップから重力レンズ効果を推定し、その curl 成分のシグナルを取り出したとしても、このシグナルは現在のサーベイ、さらには次世代の実験でさえノイズを大きく下回る。この原因は、CMB の小スケールでのゆらぎがシルク減衰によりならされてしまっていることである。ここで、21-cm 線を放出する中性水素のゆらぎに注目しよう。暗黒時代（再結合後で、最初の星や銀河ができる前の時代：$30 \lesssim z \lesssim 200$）での中性水素の小スケールのゆらぎは、ダークマターのゆらぎに引かれて成長するのでシルク減衰の効果が薄まり、その下限はバリオンのシーンズ長で決まる。したがって、中性水素のゆらぎは CMB のゆらぎよりも小スケールまで存在できるので、21-cm 線の輝度のゆらぎのレンズ効果を考えて得られるシグナル-ノイズ比は、CMB のものよりも大きくなる。これにより CMB を用いるよ

りも小さなテンソル-スカラー比を観測する事が可能となる。

2 Methods

天球上の光源の本来の観測者からの方向ベクトルを $\hat{n}$ とし、弱い重力レンズ効果により曲げられた光が、実際に観測される方向ベクトルを $\hat{n}+\overrightarrow{\Delta}$ とする。この時この曲がり角 $\overrightarrow{\Delta}$ は一般に、スカラー関数 $\phi(\hat{n}),\Omega(\hat{n})$ を用いて次のように分解することができる。

$$\overrightarrow{\Delta}=\overrightarrow{\nabla}_{\overrightarrow{\theta}}\phi(\hat{n})+\overrightarrow{\nabla}_{\overrightarrow{\theta}}\times\Omega(\hat{n}). \tag{1}$$

ここで、球面座標の角度方向の基底ベクトルを $\hat{e}_\theta,\hat{e}_\varphi$ とすると、$\overrightarrow{\nabla}_{\overrightarrow{\theta}}=\hat{e}_\theta(\partial/\partial\theta)+(\hat{e}_\varphi/\sin\theta)(\partial/\partial\varphi)$ であり、$\overrightarrow{\Delta}$ を成分表示すると $\Delta_i=(\nabla_{\overrightarrow{\theta}})_i\phi(\hat{n})+\epsilon_{ij}(\nabla_{\overrightarrow{\theta}})_j\Omega(\hat{n})$ である（$i,j=\theta,\phi$）。式（1）の第一項目を curl-free 成分、第二項目を curl 成分と呼ぶ。スカラーゆらぎによる重力レンズ効果は、curl-free 成分しか生成しないので、重力レンズによる曲がり角の curl 成分の測定は、IGW を含めたテンソル・ベクトル摂動を生成する物理過程の存在を検証する有効な手段となる。球面調和関数により $\Omega(\hat{n})$ を展開すると、

$$\Omega(\hat{n})=\sum_{L=1}^{\infty}\sum_{M=-L}^{L}Y_{LM}(\hat{n})\Omega_{LM} \tag{2}$$

となる。

この Ω_{LM} は、以下のようにして 21-cm 線の輝度温度ゆらぎ δT_b で表す事ができる。δT_b の球面調和関数による展開係数 a_{lm} は

$$a_{lm}=\int d^2\hat{n}\,\delta T_b(\hat{n})Y^*_{lm}(\hat{n}) \tag{3}$$

である。$\delta T_b(\hat{n})$ のゆらぎが等方的でガウス分布に従うなら、展開係数の積のアンサンブル平均は角度パワースペクトル C_l を用いて

$$\langle a_{lm}a^*_{l'm'}\rangle=C_l\delta_{ll'}\delta_{mm'} \tag{4}$$

と書ける。今、弱い重力レンズ効果により $\delta T_b(\hat{n})$ は本来の、ゆらぎが等方的でガウス分布に従う $\delta T_{bg}(\hat{n})$ から、

$$\delta T_b(\hat{n})=\delta T_{bg}(\hat{n}+\overrightarrow{\Delta})\simeq\delta T_{bg}(\hat{n})+\overrightarrow{\Delta}\cdot\overrightarrow{\nabla}_{\overrightarrow{\theta}}\delta T_{bg}(\hat{n}) \tag{5}$$

だけずれているとする。この場合展開係数の積のアンサンブル平均は一般に、弱い重力レンズ効果による a_{lm} のずれ δa_{lm} を含めた $a'_{lm}=a_{lm}+\delta a_{lm}$ を用いて次のようになる。

$$\langle a'_{lm}a'^*_{l'm'}\rangle_\Omega=C_l\delta_{ll'}\delta_{mm'}+\sum_{LM;L>0}(-1)^{m'}\langle lm,l'-m'|LM\rangle A^{LM}_{ll'}. \tag{6}$$

ここで、$\langle lm,l'-m'|LM\rangle$ は Clebsh-Gordan 係数である。$A^{LM}_{ll'}$ は、重力レンズ効果により a_{lm} の異なるモード同士が混ざることで生じる。ただし、ここでのアンサンブル平均 $\langle\rangle_\Omega$ は、輝度温度ゆらぎ δT_{bg} についてのみアンサンブルをとる特別な操作を意味している。重力レンズ効果まで含めてアンサンブルをとると、その効果がならされて 0 になってしまうからである。

δa_{lm} は、

$$\delta a_{lm}=\int d^2\hat{n}Y^*_{lm}(\hat{n})[(\overrightarrow{\nabla}_{\overrightarrow{\theta}}\phi)\cdot(\overrightarrow{\nabla}_{\overrightarrow{\theta}}\delta T_b(\hat{n}))+(\overrightarrow{\nabla}_{\overrightarrow{\theta}}\Omega(\hat{n}))\times((\overrightarrow{\nabla}_{\overrightarrow{\theta}}\delta T_b(\hat{n}))] \tag{7}$$

となる。これを計算して整理すると次のようになる。

$$\delta a_{lm}=\sum_{LM;L>0}\sum_{l'm'}\frac{(-1)^{M+m}a_{l'm'}G^L_{ll'}}{\sqrt{(2L+1)l(l+1)}}\times\left[\frac{\phi_{LM}[1+(-1)^{l+l'+L}]}{2}-i\frac{\Omega_{LM}[1-(-1)^{l+l'+L}]}{2}\right]\times\langle lm,l'-m'|LM\rangle. \tag{8}$$

ただし、

$$G^L_{ll'}\equiv\sqrt{\frac{L(L+1)l(l+1)l'(l'+1)(2l+1)(2l'+1)}{4\pi}}\times\langle l0,l'1|L1\rangle \tag{9}$$

である。$a'_{lm}=a_{lm}+\delta a_{lm}$ を式（6）の左辺に代入

し、δa_{lm} の一次の項までを残して右辺と比べると、

$$A^{\ominus LM}_{ll'} = Q^{\ominus L}_{ll'}\Omega_{LM} \tag{10}$$

$$Q^{\ominus L}_{ll'} = \frac{i}{\sqrt{2L+1}}\left[\frac{C_l G^L_{ll'}}{\sqrt{l'(l'+1)}} - \frac{C_{l'} G^L_{ll'}}{\sqrt{l(l+1)}}\right] \tag{11}$$

という関係が得られる。ここで $A^{\ominus LM}_{ll'}$ は、

$$A^{LM}_{ll'} = A^{\oplus LM}_{ll'}\frac{[1+(-1)^{l+l'+L}]}{2} + A^{\ominus LM}_{ll'}\frac{[1-(-1)^{l+l'+L}]}{2} \tag{12}$$

というように、$A^{LM}_{ll'}$ を $l+l'+L$ について偶、奇のパリティに分けたときの奇パリティに対応する。Ω_{LM} を求めるには、式 (6) を Ω_{LM} についてとけばよい。ただし実際の観測においては我々の宇宙しか観測する事ができないので、アンサンブル平均を取った量により与えられる Ω_{LM} そのものを得る事はできず、推定量しか得られない。このような場合の推定量は、推定したい量をバイアスなく推定でき、かつ、最も統計による誤差が少ないという二つの条件を満たさなければならない。この条件を満たす Ω_{LM} の推定量 $\widehat{\Omega_{LM}}$ は、

$$\widehat{\Omega_{LM}} = \frac{\sum_{ll'} Q^{\ominus L*}_{ll'}\widehat{A^{\ominus LM}_{ll'}}/(C^{map}_l C^{map}_{l'})}{\sum_{ll'}|Q^{\ominus L}_{ll'}|^2/(C^{map}_l C^{map}_{l'})} \tag{13}$$

となる。ここで、

$$C^{map}_l = C_l + C^{noise}_l \tag{14}$$

$$a^{map}_{lm} = a_{lm} + a^{noise}_{lm} \tag{15}$$

$$\widehat{A^{\ominus LM}_{ll'}} = \sum_{mm'} a^{map}_{lm} a^{*map}_{l'm'}(-1)^{m'}\langle lm, l'-m'|LM\rangle \tag{16}$$

である。また、curl 成分の角度パワースペクトルは、

$$\widehat{C^{\Omega}_L} = \sum_m |\widehat{\Omega_{LM}}|^2/(2L+1) \tag{17}$$

であり、$\widehat{C^{\Omega}_L}$ の分散は

$$(\sigma^{\Omega}_L)^2 \equiv \sqrt{\langle(\hat{C}^{\Omega}_L - \langle\hat{C}^{\Omega}_L\rangle)^2\rangle} \simeq 2\left[\sum_{ll'}|Q^{L\ominus}_{ll'}|^2/(C^{map}_l C^{map}_{l'})\right]^{-1} \tag{18}$$

と与えられる。これらの値により得られるシグナル-ノイズ比は、次のようになる。

$$(S/N)^2 = \sum_L (L+1/2)(C^{\Omega}_L)^2/(\sigma^{\Omega}_L)^4. \tag{19}$$

3 Results

今、十分小さな領域を考えて、その領域が天球面の曲率が無視できる二次元平面であると近似すると、

$$(\sigma^{\Omega}_L)^{-2} = \int\frac{ldl}{(2\pi)^2}\int_0^{2\pi} d\alpha\frac{1}{2}L^4\sin^2\alpha\cos^2\alpha\left(\frac{\partial\ln C_l}{\partial\ln l}\right)^2 \tag{20}$$

が得られ、$C_l \propto l^n$ ならば、これは $(\sigma^{\Omega}_L)^{-2} \simeq L^4 n^2 l^2_{max}/(64\pi)$ となる。テンソル-スカラー比 r が、現在 CMB の B モード偏光から観測可能な値の最小値である $r = 0.2$ のとき、$C^{\Omega}_L \simeq 10^{-11}(L/2)^{-6}$ であるので、この時のシグナル-ノイズ比は、

$$S/N \simeq 4.5\times 10^2(l_{max}/10^7)^2(n/2)^2(L_{min}/2)^{-1} \tag{21}$$

となる。ただし、$l > l_{max}$ となるとノイズの影響が無視できなくなるとし、

$$C^{noise}_l = \begin{cases} 0 & (l < l_{max}) \\ \infty & (l > l_{max}) \end{cases} \tag{22}$$

となるとした。

ここであたえられた S/N は、l_{max} を大きくすること以外にも、次のような方法で改善する事ができる。異なる周波数の 21-cm 線の分布を観測する事は、異なる赤方偏移の球殻上の中性水素の分布を観測する事に対応する。今、観測により二つの周波数の 21-cm 線の分布が得られたとし、対応する二つの球殻が視線方向に沿って共動距離で δR 離れていたとする。もしこの δR が l_{max} に対して $\delta R/R \gtrsim l_{max}$ を満たせば、二つの分布は独立なものと近似的に見なす事ができる。従って、$30 \lesssim z \lesssim 200$ の間の共動距離を ΔR とすれば、この範囲を観測することで得られる独立な分布は $N_z \simeq (\Delta R/\delta R) \simeq l_{max}(\Delta R/R) \simeq 0.15 l_{max}$ 個で

ある事がわかる。ここで、レンズ効果の大部分の寄与が $z \gtrsim 30$ で生じていると仮定すると、$30 \lesssim z \lesssim 200$ の範囲にある球殻上の分布が受ける重力レンズ効果のパターンは、どの球殻でも同じになるので、全ての球殻からの Ω_{LM} への寄与は、コヒーレントに重ね合わせることができる。従って、$30 \lesssim z \lesssim 200$ の範囲を観測すれば、$\widehat{\Omega_{LM}}$ についての N_z 回の独立な測定が得られることになるので、$(\sigma_L^\Omega)^2$ が N_z^{-1} に比例して減少することになり、S/N は N_z 倍となる。つまり、$30 \lesssim z \lesssim 200$ に対応する周波数の範囲全てで観測を行えば、式（21）は

$$(S/N)_{tot} \simeq 6.8 \times 10^7 (l_{max}/10^7)^3 (n/2)^2 (L_{min}/2)^{-1} \tag{23}$$

に改善される。角度パワースペクトル C_L^Ω はテンソル-スカラー比に比例するので、一般の r についての (S/N) は、式（23）の S/N に $r/0.2$ をかけたものとなる。従って 3σ レベルで検出できる最小のテンソル-スカラー比は

$$r \simeq 10^{-9} (L_{min}/2)(l_{max}/10^7)^{-3}(n/2)^{-2} \tag{24}$$

となる。

4 Conclusion

式（24）からわかるように、r は l_{max} に大きく依存する。21-cm 線のパワースペクトルは、図（1）に見られるように、$l \gtrsim 10^7$ では急激に減衰するためノイズによる影響が大きくなる。したがって、最大で $l_{max} \simeq 10^7$ ととれる。この時 3σ レベルで観測可能なテンソル-スカラー比は $r \simeq 10^{-9}$ となる。

現在、21-cm 線ではなく CMB の B モード偏光を用いて IGW の検出をめざす研究が進められている。しかしこの方法では、IGW と重力レンズ効果の B モードへの寄与が区別できる理想的な場合においても、検出可能なテンソル-スカラー比は $r \sim 10^{-3}$ 程度とされている。従って、ここで紹介した 21-cm 線を用いた方法は従来の方法と比べて、IGW の検出においてかなり強力であることがわかる。

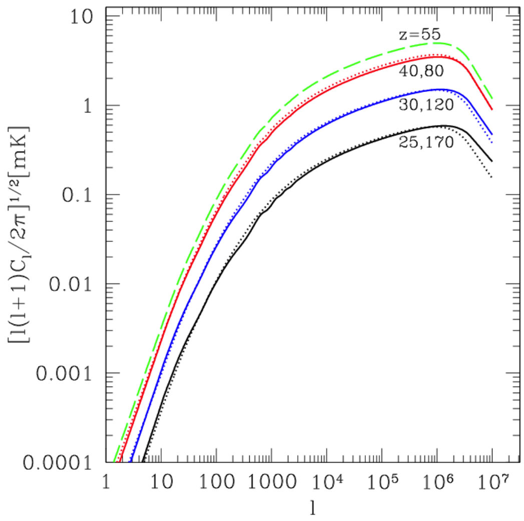

図 1: いろいろな赤方偏移における 21-cm 線の角度パワースペクトル。上から、$z = 55, 40, 80, 30, 120, 25, 170$ となっている。(3)

Reference

[1] Laura Book, Mark Kamionkowski and Fabian Schmidt, Phys.Rev. Lett.108, 211301 (2011)

[2] L.G.Book, M.Kamionkowski and T.Souradeep, Phys.Rev. D, in press (2011)

[3] Abraham Loeb and Matias Zaldarriage, Phys.Rev. Lett. 92, 211301 (2008)

[4] K.M.Smith, O.Zahn and O.Dore,Phys. Rev.D 78, 043520 (2011)

[5] D.J.Bacon, A.R.Refregier and R.S.Ellis, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 318, 625 (2000)