エキゾチックな物質・エネルギーによる重力レンズの像の歪み

泉　洸次 (弘前大学大学院 理工学研究科)

Abstract

この収録では、シュバルツシルト、またはエリスワームホール等のエキゾチックな物質・エネルギーを持つ天体・時空構造を含んだ、一般的な計量により生ずる重力レンズと、負の質量を持った天体のように光を斥ける重力レンズによる像の歪みを議論した。
結果、上記の一般的な重力レンズでは像は方位角方向 (tangential) に、負の質量等による重力レンズでは像は動径方向 (radial) に、それぞれ歪むことが判明した。

1 Introduction

重力レンズとは、ある天体 (光源) から放出された光が観測者に届くまでに途中の銀河等の天体の重力によって曲げられることにより、光源の像の歪みや分離、光源の明るさの変化を引き起こす現象である。この現象は、系外惑星探査やダークマター・ダークエネルギーの探査等に利用されている。近年ではエリスワームホール等のエキゾチックな物質・エネルギーを持つ天体、またその探査に関する研究 ([F.Abe. (2010) 等) が盛んとなっている。

この収録では、北村論文 [T.Kitamura et all (2013)] を参考に、静的球対称かつ弱場近似中での、シュバルツシルト、またはエリスワームホール等のエキゾチックな物質・エネルギーを持つ天体・時空構造を含んだ一般的な計量により生ずる重力レンズについて議論した。

重力レンズは上記にもある通り、像の歪みや分離、明るさの変化を引き起こす現象である。しかし今回対象としている天体・時空構造では明るさの変化は観測しづらく、また像の分離は観測しやすいのだが、その天体・時空構造の判別は容易ではない。従ってこの収録では、明るさの変化と比べて観測しやすく、かつ像の分離と比べて天体・時空構造の判別が容易である、像の歪みについて議論する。

2 Modified lens equation

薄いレンズ近似の下では、レンズ方程式は以下のように表される [P.Schneider et all. (1992)]。

$$\beta = \frac{b}{D_L} - \frac{D_{LS}}{D_S}\alpha(b) \tag{1}$$

ここで、β は光源の位置角、b は光線のインパクトパラメータ、D_L, D_S, S_{LS} はそれぞれ、観測者からレンズまでの距離、観測者から光源までの距離、レンズから光源までの距離である。また、$\alpha(b)$ は光の曲がり角で、

$$\alpha = \frac{\epsilon}{b^n}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n \psi d\psi + O(\epsilon^2) \tag{2}$$

と表される [T.Kitamura et all (2013)]。ここで、光を曲げる重力源となる天体、これをレンズ天体というが、この天体を特徴付けるパラメータ（例えば質量や、ワームホールであればスロート半径など）を ϵ とおいた。この ϵ の正負によって、光がレンズ天体に引かれるのか、斥けられるのかが決定する。像の歪みを議論する際は ϵ の正負にわけて議論する。指数 n は正の数であり、例えば n=1 の時はシュバルツシルト時空に、$n > 1$ ではエキゾチックな物質もしくはエネルギーを持った天体・時空構造 (n=2 ではエリスワームホール等) に、それぞれ対応する。
以下では、ϵ に積分をおしこんでやって、曲がり角を $\alpha = \bar{\epsilon}/b^n$ と書き直している。

3 Gravitational lenging shear

3.1 $\epsilon > 0$ case

まず $\epsilon > 0$ の場合を考える。(1) を規格化してやると

$$\hat{\beta} = \hat{\theta} - \frac{1}{\hat{\theta}^n} \quad (\hat{\theta} > 0) \tag{3}$$

$$\hat{\beta} = \hat{\theta} + \frac{1}{(-\hat{\theta})^n} \quad (\hat{\theta} < 0) \tag{4}$$

となる。ここで $\hat{\beta}, \hat{\theta}$ は、それぞれ $\hat{\beta} = \beta/\theta_E, \hat{\theta} = \theta/\theta_E$ である。θ_E は、

$$\theta_E \equiv \left(\frac{\bar{\epsilon} D_{LS}}{D_S D_L^n} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tag{5}$$

で定義される、重力レンズの典型的な大きさを与える物理量である [P.Schneider et all. (1992)]。これはアインシュタインリング半径と呼ばれている。

次に、増光行列によって定義される像の歪みについて述べる。増光行列を固有値 $\lambda_\pm$ を用いて対角化してやると、

$$(A_{ij}) = \begin{pmatrix} 1-\kappa-\gamma & 0 \\ 0 & 1-\kappa+\gamma \end{pmatrix} \tag{6}$$

$$\equiv \begin{pmatrix} \lambda_- & 0 \\ 0 & \lambda_+ \end{pmatrix} \tag{7}$$

となる。κ は像の相似拡大 (コンバージェンス)、γ は像の歪み (シェア) である。この行列は仮に光源が単位円であるとした場合、像は、radial に $1/\lambda_-$、tangential に $1/\lambda_+$ の楕円となることを示している。これら二つの固有値の具体的な表式は、$\hat{\theta} > 0$ の場合 (4) より

$$\lambda_+ = \frac{\hat{\beta}}{\hat{\theta}} = 1 - \frac{1}{\hat{\theta}^{n+1}} \tag{8}$$

$$\lambda_- = \frac{d\hat{\beta}}{d\hat{\theta}} = 1 + \frac{n}{\hat{\theta}^{n+1}} \tag{9}$$

となる。$n > -1$ の時、$\lambda_- > \lambda_+$ であるから、像は常に tangential に歪むことがわかる。また上記の式を用いると、κ と γ は

$$\kappa = 1 - \frac{\lambda_+ + \lambda_-}{2} = \frac{1-n}{2}\frac{1}{\hat{\theta}^{n+1}} \tag{10}$$

$$\gamma = \frac{\lambda_+ - \lambda_-}{2} = -\frac{1+n}{2}\frac{1}{\hat{\theta}^{n+1}} \tag{11}$$

となる。$\theta < 0$ の場合も同様に計算してやると、$\theta > 0$ の場合と同様、像は常に tangential に歪むことがわかる。

最後に、λ_+ と λ_- の指数 n の依存性について述べる。像がアインシュタインリング半径の近くにできる時 ($\hat{\theta} \sim 1$)、その像は著しく歪む。この時固有値は

$$\lambda_+ \simeq (n+1)(\hat{\theta}-1) - \frac{(n+1)(n+2)}{2}(\hat{\theta}-1)^2 \tag{12}$$

$$\lambda_- \simeq n+1-n(n+1)(\hat{\theta}-1) \tag{13}$$

のように展開できる。その際、恒等式 $\hat{\theta} = 1 + (\hat{\theta}-1)$ を用いた。radial と tangential の歪みの比は

$$\frac{\lambda_-}{\lambda_+} \simeq \frac{1}{\hat{\theta}-1} + \left(1 - \frac{n}{2}\right) \tag{14}$$

この比から、(θ を固定し)n を増加させると像の歪みは弱まることがわかる。

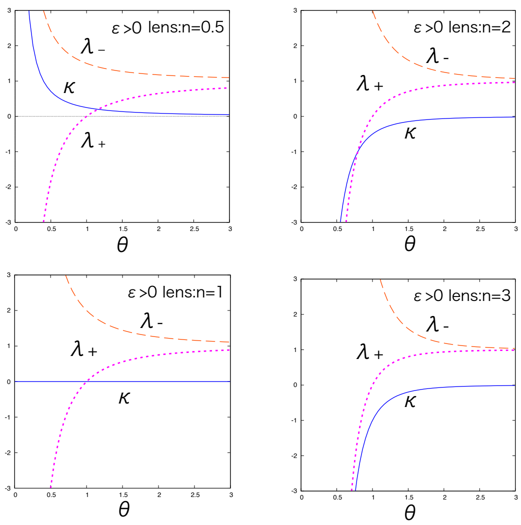

図 1: 引力型 ($\epsilon > 0$) の時の κ、λ_+、λ_-。それぞれ、実線、点線、破線で表している。横軸はアインシュタインリング半径で規格化した像の位置である。左上が n=0.5、左下が n=1、右上が n=2、右下が n=3 である。

3.2 $\epsilon < 0$ case

$\epsilon < 0$ の場合を考える。この時レンズ方程式は

$$\hat{\beta} = \hat{\theta} + \frac{1}{\hat{\theta}^n} \quad (\hat{\theta} > 0) \tag{15}$$

$$\hat{\beta} = \hat{\theta} - \frac{1}{(-\hat{\theta})^n} \quad (\hat{\theta} < 0) \tag{16}$$

となる。一般性を損なわず $\hat{\beta} > 0$ を仮定すると、式 (16) は $\hat{\theta} < 0$ を満たさない。よって以降では $\hat{\theta} > 0$ の場合のみ考える。
アインシュタインリング半径は

$$\theta_E \equiv \left(\frac{|\bar{\epsilon}| D_{LS}}{D_S D_L^n} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tag{17}$$

として定義される。
固有値は、 式 (15) を使うと、

$$\lambda_+ = \frac{\hat{\beta}}{\hat{\theta}} = 1 + \frac{1}{\hat{\theta}^{n+1}} \tag{18}$$

$$\lambda_- = \frac{d\hat{\beta}}{d\hat{\theta}} = 1 - \frac{n}{\hat{\theta}^{n+1}} \tag{19}$$

として与えられる。$n > -1$ の時、$\lambda_- < \lambda_+$ となることがわかる。これは像が radial に歪むことを示す。式 (18) と式 (19) を使うと κ と γ は、

$$\begin{aligned} \kappa &= 1 - \frac{\lambda_+ + \lambda_-}{2} \\ &= -\frac{1-n}{2} \frac{1}{\hat{\theta}^{n+1}} \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\lambda_+ - \lambda_-}{2} \\ &= \frac{1+n}{2} \frac{1}{\hat{\theta}^{n+1}} \end{aligned} \tag{21}$$

となる。

最後に、$\epsilon > 0$ の重力レンズと $\epsilon < 0$ の重力レンズの違いを述べる。図 (3.2) をみると、$\epsilon > 0$ と $\epsilon < 0$ のレンズでは像の位置と歪み方が全く異なる。これは $\epsilon < 0$ のレンズが $\epsilon > 0$ のような通常のレンズ (レンズ天体に光が引かれることによって曲がるようなレンズ) とは違い、光がレンズ天体に斥けられることによって曲がっているためと考えられる。このような重力レンズを起こす天体・時空構造として、負の質量を持った天体やヴォイドが考えられる。特にヴォイドは、その性質上研究が困難であるため、ヴォイド他による重力レンズの像の歪み方を計算した今回の研究結果は、ヴォイド研究の一助となることが期待される。

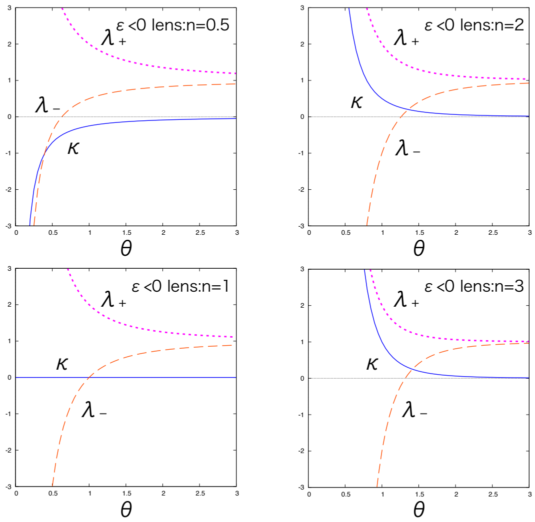

図 2: 斥力型 ($\epsilon < 0$) の時の κ、λ_+、λ_-。それぞれ、実線、点線、破線で表している。横軸はアインシュタインリング半径で規格化した像の位置である。左上が n=0.5、左下が n=1、右上が n=2、右下が n=3 である。

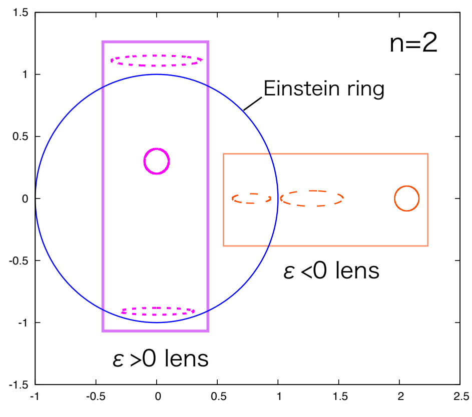

図 3: 引力型 ($\epsilon > 0$)、斥力型 ($\epsilon < 0$)、それぞれの重力レンズによって得られる像を破線で図示した。ここでは n=2 としている。光源は実線で図示されており、それぞれ縦軸、横軸上に配置している。

4 Discussion and Conclusion

この収録では、静的球対称かつ弱場近似中の、シュバルツシルト、またはワームホール等のエキゾチックな物質・エネルギーを持つ天体・時空構造を含んだ一般的な計量による重力レンズの像の歪みを議論した。結果、像はレンズパラメータ ϵ が正の時 tangential に、負の時 radial に、それぞれ歪むことがわかった。これは光がレンズ天体に引かれるか斥かれるかによって像の歪み方が違うことを表していると考えられる。また、radial と tangential の比は n に依存するため、この比と像の歪み方 (tangential 型か radial 型か) をみることによって、観測した重力レンズがどのような天体・時空構造によって引き起こされたのかが判別できる。

Reference

F.Abe. 2010. Astrophys.J.**725**, 787 (2010).

T.Kitamura et all. 2010. Phys. Rev. D **87**, 027501 (2013).

P.Schneider et all. *Gravitational lenses* (1992).

K.Izumi et all. arXiv.1305.5037