

重力レンズを用いたエキゾチック物質及びエネルギーの探査法

北村 隆雄 (弘前大学大学院 理工学研究科)

Abstract

現在、重力レンズを用いた天体探査が盛んに行われている。本研究では重力レンズの中でも重力マイクロレンズについて特に議論する。我々は、レンズ天体がエキゾチックな場合の重力マイクロレンズについて一般的に議論するために、計量が距離の逆 n べき乗の項を持つような修正時空を仮定し、その時空での光の曲がり角及び増光率について、解析的及び数値的に調べた。この時空は、 $n = 1$ の時シュバルツシルト時空、 $n = 2$ の時エリスワームホール時空を再現する。その結果、減光の起こりうる条件が、光源の位置を β として、 $\beta > 2/(n - 1)$ であるという事が、近似的にわかった。さらに数値計算によって様々な n について光度曲線を得た (T. Kitamura and K. Nakajima and H. Asada 2013)。これによって、 $n = 2$ (エリスワームホール時空) の場合 (Fumio Abe 2010), (Y. Toki et al. 2011) 以外でも減光する可能性があることがわかった。この結果を用いれば、一般的にエキゾチック物質及びエネルギーについて議論することが可能で、エキゾチック天体探査の一助となると考えられる。

1 Introduction

重力レンズは一般相対論が予言した現象の中で初めて実際に観測されたもので、GR の正しさの保証となっている現象の一つである。現在、重力レンズは位置天文学及び宇宙論の研究において最も重要な観測ツールの一つであり、系外惑星、ダークマター、ダークエネルギー等に幅広く用いられている。重力レンズは重力場での光 (null) の測地線の振る舞いを知ることが重要であり、それは観測のみならず、理論的にも重要な意味を持つ。

ブラックホール周りの時空を扱う代表的な時空である Schwarzschild 時空での光の曲がり角は Frittelli et al. (S. Frittelli et al. 2000) 及び Virbhadra & Ellis (K. S. Virbhadra and G. F. R. Ellis 2000) らによって導かれた。その後、Virbhadra らは裸の特異点による光の曲がり角を導出 (K. S. Virbhadra and G. F. R. Ellis 2002), Eiroa et al. (E. F. Eiroa et al. 2002) は Reissner-Nordstrom 時空を扱うなど、近年様々な時空を使った重力レンズの研究が盛んに行われている。Dey & Sen (T. K. Dey and S. Sen 2008) 及び Nakajima (K. Nakajima and Hideki. Asada 2012) はレンズ天体が Ellis ワームホール (H. G. Ellis 1973) の場合の光の曲がり角を導出し、特に重力マイクロレンズを考えた時の光度曲線や光中心を Abe (Fumio.

Abe 2010) 及び Toki (Y. Toki et al. 2011) らが初めて得た。その中で光度曲線に時間対称な減光現象が発見 (通常の天体では増光のみ) され、減光現象とエキゾチック時空の関係性が指摘されることで、重力レンズ観測を用いたエキゾチック時空の探査が注目を集めている。しかし、時間対称な減光が Ellis ワームホールに限るのかという疑問が残る。Ellis ワームホール時空は Einstein 方程式の右辺のエネルギー運動量テンソルに修正を加えており、宇宙の加速膨張を説明するツールの一つであるダークエネルギーも同様である。さらに、Einstein 方程式の左辺も様々な修正が多様なモチベーションを元に加えられている ($f(R)$, 高次元等)。そこで、それらを修正理論を参考に、修正時空をより一般的に扱えるような時空による重力レンズを考えるために、弱場近似において漸近的平坦及び球対称静的で距離の逆 n 乗 ($n \geq 0$) に依存する時空計量を仮定した。 $n = 1$, $n = 2$ の時、それぞれ Schwarzschild 時空, Ellis ワームホール時空に一致する。一般に $n \neq 1$ の場合は真空解では無い (Birkoff の定理)。今回は、修正時空における減光する重力レンズについて、主に議論する。

この集録では、重力定数 G と高速度 c を [$G = c = 1$] と規格化して扱う。

2 修正時空モデルと光の曲がり角

修正時空をより一般的に扱えるような時空による重力レンズを考えるために、弱場近似において漸近的平坦及び球対称静的で距離の逆 n 乗 ($n \geq 0$) に依存する時空計量を仮定する。 $n = 1, n = 2$ の時、それぞれ Schwarzschild 時空, Ellis ワームホール時空に一致する。一般に $n \neq 1$ の場合は真空解では無い (Birkoff の定理)。高次元を含む様々な時空が考えられているが、我々は 4 次元時空での光の伝搬を考えている。4 次元時空での時空計量は

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{\epsilon_1}{r^n}\right)dt^2 + \left(1 + \frac{\epsilon_2}{r^n}\right)dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + O(\epsilon_1^2, \epsilon_2^2, \epsilon_1\epsilon_2), \quad (1)$$

で表される。 r は重力場の中心からの距離であり、 ϵ_1, ϵ_2 は任意の微小量である。ここでは $\epsilon_1, \epsilon_2 > 0$ を考える¹。なお、 $\epsilon_1, \epsilon_2 < 0$ で $n = 1$ の時は、Schwarzschild 時空計量の質量項の符号を反対にしたものに一致する。この時空における光の伝搬を調べるために、共形変換を用いて (1) 式を

$$ds^2 = -dt^2 + \left(1 + \frac{\epsilon}{R^n}\right)dR^2 + R^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + O(\epsilon^2), \quad (2)$$

と書きなおす。ここで ϵ と R を

$$\epsilon \equiv n\epsilon_1 + \epsilon_2 \quad R^2 \equiv \frac{r^2}{\left(1 - \frac{\epsilon_1}{r^n}\right)}, \quad (3)$$

と定義している。(2) 式から曲がり角を導出すると、

$$\alpha = \frac{\epsilon}{b^n} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right)} \quad (\text{実数 } n > 0), \quad (4)$$

$$= \frac{\bar{\epsilon}}{b^n}, \quad (5)$$

と書くことができる。ここで b は光とレンズ天体との最近接距離であり、 $\bar{\epsilon}$ は ϵ に定数部分を全て含んだものとして定義されている。 Γ はガンマ関数である。

3 修正レンズ方程式

薄いレンズ近似の元でのレンズ方程式は

$$\beta = \frac{b}{D_L} - \frac{D_{LS}}{D_S} \alpha(b), \quad (6)$$

¹つまり引力のみを考える

で与えられる (P. schneider et al. 1992)。ここで β は光源の角度位置、 D_L, D_S, D_{LS} はそれぞれ、観測者とレンズの距離、観測者と光源の距離、レンズと光源の距離である。

今我々は、Einstein リングより近い場所を光源が運動している時の増光率の振る舞いを知りたい。Einstein リングは、 $\beta = 0$ の時の像の位置で定義される (P. schneider et al. 1992)。(6) 式を Einstein リング角半径 θ_E で規格化して変形すると、

$$\hat{\beta} = \hat{\theta} - \frac{1}{\hat{\theta}^n} \quad (\hat{\theta} > 0), \quad (7)$$

$$\hat{\beta} = \hat{\theta} + \frac{1}{(-\hat{\theta})^n} \quad (\hat{\theta} < 0), \quad (8)$$

と書きなおせる。 $\hat{\beta} \equiv \beta/\theta_E, \hat{\theta} \equiv \theta/\theta_E$ でそれぞれ定義されており、 θ は像の角度位置である。

像の個数に関しては、 $Y - \hat{\theta}$ 面において、 $Y = 1/\hat{\theta}^n, Y = \hat{\theta} - \beta$ という 2 つの関数を定義する。 ($\theta > 0$) においてこの 2 つの関数の接点は 1 つしか無いため、像の個数は n の値によらず 1 つに決まる。 ($\theta < 0$) も同様に 1 つに決まるため、 n の値によらずに常に像は 2 つである事がわかる。

(7, 8) 式は n 次方程式となるため、一般の n について解くことは出来ない。数値計算によって光度曲線を得ることは出来るが、まずは n についてのパラメータ依存性を見るために解析的な解を得たい。重力マイクロレンズの効果は光源が Einstein リング周りに近づいた時に顕著に現れるという特性を持っている。そこで我々は光源が Einstein リング内にある場合 ($\beta < 1$) に焦点を当てた。(7, 8) 式を上記の条件を用いて β について Taylor 展開すると

$$\hat{\theta}_+ = 1 + \frac{1}{n+1}\hat{\beta} + \frac{1}{2}\frac{n}{(n+1)^2}\hat{\beta}^2 + O(\hat{\beta}^3) \quad (\hat{\theta} > 0), \quad (9)$$

$$\hat{\theta}_- = -1 + \frac{1}{n+1}\hat{\beta} - \frac{1}{2}\frac{n}{(n+1)^2}\hat{\beta}^2 + O(\hat{\beta}^3) \quad (\hat{\theta} < 0), \quad (10)$$

4 減光条件及び光度曲線

増光率 A は $A = |(\beta/\theta)(d\beta/d\theta)|^{-1}$ で表され (P. schneider et al. 1992)、各像の増光率を A_+, A_- と

すると,

$$A_{\pm} = \frac{1}{\hat{\beta}(n+1)} + O(\beta^0), \quad (11)$$

と書くことができる. A_+ , A_- 間の違いは次の次数で現れるが, 1 次まででは現れない. 全体の増光率 A_{tot} は,

$$A_{tot} \equiv A_+ + A_- = \frac{2}{\hat{\beta}(n+1)} + O(\hat{\beta}^0), \quad (12)$$

となる. Schwarzschild 時空の場合 ($n = 1$) は $A_{tot} = 1/\hat{\beta}$ となり, $\hat{\beta} < 1$ の範囲では元の光源よりも大きくなるのがわかる. これはよく知られた結果と一致する. (12) 式より減光する条件は

$$\hat{\beta} > \frac{2}{n+1}, \quad (13)$$

であることが解った. この近似は (13) 式を見ても分かる通り, n の値が大きいほうが良い近似であることが分かる.

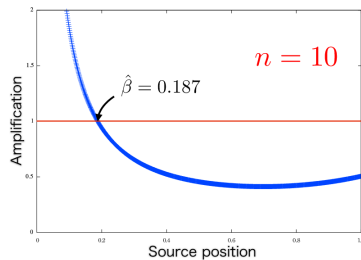


図 1: 横軸 $\hat{\beta}$ 及び $n = 10.0$ のとき

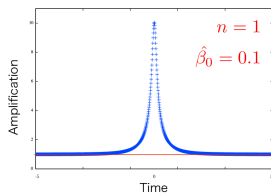


図 2: $n = 1$ の場合

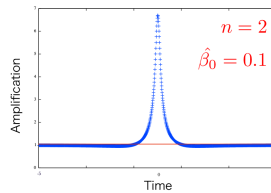


図 3: $n = 2$ の場合

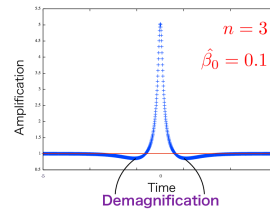


図 4: $n = 3$ の場合

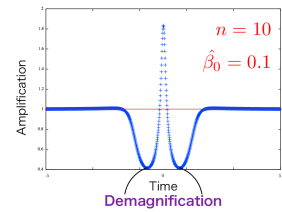


図 5: $n = 10$ の場合

図 5 は, 数値計算によって求めたグラフで, $n = 10$ の時の光源の位置と増光率のグラフである. 赤線が光源の明るさである ($A_{tot} = 1$). グラフでは, $\hat{\beta} > 0.187$ の点から減光が始まっており, (13) 式に ($n = 10$) を代入すると, $\hat{\beta} > 0.182$ という値が得られる. 2 つを比べてみると, 良い近似で値が得られていることがわかる.

図 1~4 は数値計算を用いて求めた光度曲線であり, $n = 1, 2, 3, 10$ のグラフである. n の値が大きいほど大きく減光していることがわかる. ここで興味深いのは, レンズ天体に近いほうが減光が大きくなることが予想される (特に $\hat{\beta} = 0$) が, 実際には $\hat{\beta} > 2/(n+1)$ の条件を満たしていないと減光が現れないという点である. さらに, n の値を変えることで様々な時空の光度曲線を得ることができる. $n = 3$ 及び $n = 10$ では, それぞれ最大 $\sim 10\%$ 及び $\sim 60\%$ の減光が確認された. また, その時の光源の位置 $\hat{\beta}$ は, $\hat{\beta} \sim 1.1$ 及び $\hat{\beta} \sim 0.7$ であった. 特に今回は, $n = 10$ までの計算を行った. 確かではないが, $n = 10$ はひも理論が予言する高次元モデルによる修正時空によるものかもしれない.

この標準レンズ理論では, 曲がり角からコンバージェンス (質量面密度) が得られる (P. schneider et al. 1992). コンバージェンスは,

$$\kappa(b) = \frac{\bar{\varepsilon}(1-n)}{2} \frac{1}{b^{n+1}}, \quad (14)$$

で与えられ, (14) 式を見ると, $n > 1$ の場合レンズ天体の質量面密度が負になる事がわかる. つまり, $n > 1$ の場合はエキゾチック物質, もしくはエネルギーが必要となることを示している.

5 Discussion and Conclusion

我々は、エキゾチック物質及びエネルギー、そして修正重力による重力レンズを調べるために、それらをより一般的に扱える時空計量を仮定した。その時空は、漸近的平坦及び球対称静的であり、距離の逆 n 乗に依存する形をしており、弱場近似及び薄いレンズ近似を用いてその時空での重力マイクロレンズについて調べた。その結果、減光する重力マイクロレンズ効果は、光の最近接距離である $\hat{\beta}$ とパラメーター n の関係が、 $\hat{\beta} > 2/(n+1)$ を満たす範囲のみ起こるとい事がわかった。ただし、 $\hat{\beta} < 1$ という近似を用いており、 n が大きな値を持つほど良い近似となる。

従って、重力マイクロレンズによる光度曲線において、時間対称な減光部分は Ellis ワームホールの証拠になる (Fumio. Abe 2010) が、いつでもそれが成り立つわけではないことがわかった。本研究の結果は重力レンズによる減光がエキゾチック時空の探査に有用であるという事を、Ellis ワームホール時空の場合に比べより一般的に議論することに成功した。また、 n を変化させることで様々な時空における光度曲線を得ることができた。具体的には、 $n = 3, n = 10$ の場合、 $\sim 10\%, \sim 60\%$ の減光部分が確認され、その時の $\hat{\beta}$ は $\hat{\beta} \sim 1.1, \hat{\beta} \sim 0.7$ であった。

6 Future Work

今回 n 次方程式は一般に解けないため、近似的に解を求めたが、より厳密に解を求めることでパラメーター n と減光 (光度曲線) の関係を詳しく知ることは、本研究を発展させる上で重要な課題であると考えている。さらに、 n が様々な値をとった場合の具体例を調べることで、より前述の結果が有用なものになると共に、重力レンズについて理解を深めるために必要である。標準レンズ理論では曲がり角からコンバージェンスが求められることを本文中に紹介したが、シアと呼ばれる像の変形に関する量も計算可能であり、Izumi(K. Izumi et al. 2013) らによってシアとパラメーター n の関係が導出されている。また、我々は増光率 A について $1/\hat{\beta}$ のオーダーでの計算を行ったが、Tsukamoto & Harada(N. Tsukamoto and

T. Harada 2013) では $1/\hat{\beta}$ の次のオーダーまでの計算を行なっている。

Reference

- H. G. Ellis 1973. J. Math, Phys, (N.Y.) 14, 104
- T. K. Dey and S. Sen 2008. Mod. Phys. Lett. A 23, 953
- K. Nakajima and Hideki. Asada 2012. Phys. Rev. D 85, 107501
- Fumio. Abe 2010. Astrophys. J. 725, 787
- Y. Toki and T.K. and H. Asada and F. Abe 2011. Astrophys. J. 740, 121
- T. K. and K. Nakajima and H. asada 2013. Phys. Rev. D 87, 027501
- S. Schneider, J. Ehler, and E. E. Falco, *Gravitational Lenses*(Springer, New York, 1992)
- N. Tsukamoto and T. Harada 2013 Phys. Rev. D 87, 024024
- S. Frittelli, T. P. Kling, and E. T. Newman 2000. Phys. Rev. D 61, 064021
- K. S. Virbhadra and G. F. R. Ellis 2000. Phys. Rev. D 62, 084003
- K. S. Virbhadra and G. F. R. Ellis 2002. Phys. Rev. D 65, 103004
- E. F. Eiroa, G. E. Romero, and D. F. Torres 2002. Phys. Rev. D 66, 024010
- K. Izumi and C. Hagiwara and K. Nakajima and T. Kitamura and H. Asada 2013. arxiv, 1305. 5037