

主成分分析を用いた修正重力理論への制限

浅羽 信介 (名古屋大学大学院 理学研究科)

Abstract

超新星の観測から宇宙は加速膨張をしていることがわかった。しかし、加速膨張の原因については未だわかっていない。加速膨張の理論を決める方法は、銀河分布と重力レンズ効果を観測し宇宙論スケールでの重力テストを行うことである。私は加速膨張の原因として考えられている修正重力理論に対して、欧州で計画されている Euclid という将来の銀河の撮像・分光観測からどの程度制限できるかの予測を行ってきた。本研究では修正重力の理論モデルを仮定せずに、主成分分析を行い S/N 比の高いモードを求めるという方法を用いた。この方法を用いることで観測情報を損なうことなく効率良く解析をすることができる。また、修正重力理論を制限する上で、赤方偏移変形の重要性を定量的に示した。

1 Introduction

1998 年の超新星の観測から、現在宇宙は加速膨張していることがわかった。ここで、質量を持つ物質は重力相互作用によって引き寄せられるため、加速膨張を説明することはできないという問題がある。この問題を解決するために、加速膨張を説明する理論モデルとして負の圧力をもつエネルギーを考える暗黒エネルギーモデルが考えられた。暗黒エネルギーモデルは超新星や宇宙背景放射、銀河分布の成長などの観測を良く説明するため、現在の標準モデルになっている。しかし、暗黒エネルギーを直接観測する方法はまだなく、物理的性質がほとんどわかっていない状態である。そのため、暗黒エネルギーを導入せずに、宇宙論スケールで重力理論を修正することで加速膨張を説明する理論モデルが考えられた。その理論モデルを修正重力理論という。宇宙の加速膨張を説明する理論モデルとして暗黒エネルギーと修正重力理論のどちらかが正しいかを決めることは宇宙物理学の大きなトピックである。

暗黒エネルギーと修正重力理論ではダークハローや銀河の成長が異なるため、詳細に宇宙論スケールでの物質分布を観測し重力のテストを行うことで加速膨張を説明する理論を決めることができる。現在、Baryon Oscillation Spectroscopic Survey (BOSS)(Dawson et al. 2013)、Subaru Measurement of Images and Redshift (SuMIRe)(Ellis et al. 2012)、Euclid(Amendola et al. 2012) といった加速膨張を説

明する理論を決めるための観測が世界中で計画されている。先行研究 (Hojjati et al. 2012) では、撮像観測のみを用いて計算していたが、本研究では分光観測から得られる赤方偏移空間での銀河の power spectra を加えた場合、制限がどの程度向上するかを計算した。

2 Method

計量として Newtonian gauge の Robertson-Walker metric を使う。

$$ds^2 = a(\tau)[-(1 + 2\Psi)d\tau^2 + (1 - 2\Phi)d\vec{x}^2], \quad (1)$$

ここで τ は conformal time、 Ψ は Gravity potential、 Φ は curvature perturbation である。修正重力理論を特徴づけるパラメーターとして、重力定数のずれ μ と計量の 2 つの摂動量の比 γ を考える。

$$k^2\Psi = 4\pi a^2 G\mu(k, z)\rho\delta, \quad (2)$$

$$\Phi/\Psi = \gamma(k, z), \quad (3)$$

今回は (k, z) 空間を格子状に分け、各格子点に μ と γ をパラメーターとして設定し、主成分分析を行い (k, z) 空間上で観測的に制限されやすい固有モードを求めた。また、この時の sub-horizon スケールでの物質の密度揺らぎ δ の発展方程式は

$$\ddot{\delta} + \mathcal{H}\dot{\delta} + 4\pi a^2 G\mu(k, z)\rho\delta = 0, \quad (4)$$

で与えられる。

本研究で用いる観測量は、撮像観測から得られる重力レンズ (WL) と銀河分布 (GC) の angular power spectra C_ℓ と、分光観測から得られる赤方偏移空間での銀河の power spectra である。angular power spectra を

$$C_\ell^{XY} = 4\pi \int \frac{dk}{k} \Delta_{\mathcal{R}}^2 I_\ell^X(k) I_\ell^Y(k), \quad (5)$$

$$I_\ell^{GC_i}(k) = b_i \int_0^{z_*} dz W_{G_i}(z) j_\ell[kr(z)] \delta(k, z), \quad (6)$$

$$I_\ell^{WL_i}(k) = \int_0^{z_*} dz W_{\kappa_i}(z) j_\ell[kr(z)] (\Psi + \Phi), \quad (7)$$

で与えた。ここで $\Delta_{\mathcal{R}}$ は primordial curvature power spectrum、 $I_\ell^X(k)$ は遷移関数、 $W(z)$ は窓関数である。また、 $\Psi + \Phi$ はレンズポテンシャルである。さらに、赤方偏移空間での銀河の power spectra を

$$\begin{aligned} P_g^{\text{obs}}(\mathbf{k}, z) &= [P_{gg}(\mathbf{k}, z) + 2c^2 P_{g\Theta}(\mathbf{k}, z) + c^4 P_{\Theta\Theta}(\mathbf{k}, z)] \\ &= (b(z) + f(z)c^2) P_{\delta\delta}(\mathbf{k}, z), \end{aligned} \quad (8)$$

で与えた (Kaiser 1987)。ここで g は実空間での銀河密度、 Θ は銀河の固有速度、 δ は物質密度を表す。また、 $b(z)$ は銀河バイアス、 $f(z)$ は線形成長率である。

本研究では、まずフィッシャー解析を行い分散共分散行列を求めた。それぞれの観測量からのフィッシャー行列は

$$F_{ab}^{2D} = f_{\text{sky}} \sum_{\ell=\ell_{\min}}^{\ell_{\max}} \frac{2\ell+1}{2} \text{Tr} \left(\frac{\partial \mathbf{C}_\ell}{\partial p_a} \tilde{\mathbf{C}}_\ell^{-1} \frac{\partial \mathbf{C}_\ell}{\partial p_b} \tilde{\mathbf{C}}_\ell^{-1} \right), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} F_{ab}^{3D} &= \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} \frac{k^2 dk}{2(2\pi)^2} \int_{-1}^1 dc V_{\text{eff}}(k, c, z) \\ &\times \frac{\partial \ln P_g^{\text{obs}}(k, c, z)}{\partial p_a} \frac{\partial \ln P_g^{\text{obs}}(k, c, z)}{\partial p_b}, \end{aligned} \quad (10)$$

で与えられる。その後、分散共分散行列を対角化することで固有モードを求めた。

3 Experiment

今回は、Euclid の観測を想定して計算した。撮像観測の銀河密度分布を

$$n(z) = z^2 \exp(-(z/z_0)^{3/2}), \quad (11)$$

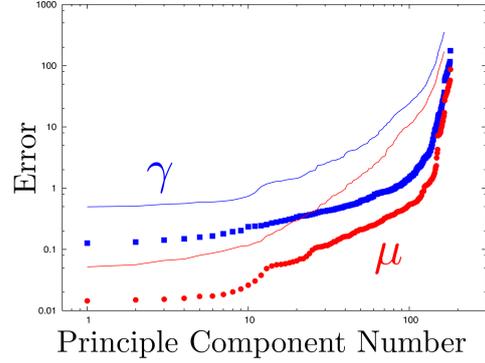


図 1: μ (赤) と γ (青) の固有モードのエラーを小さいものから並べた結果。各線は撮像観測のみから求めた結果であり、各点は撮像観測に分光観測を加えた場合の結果である。

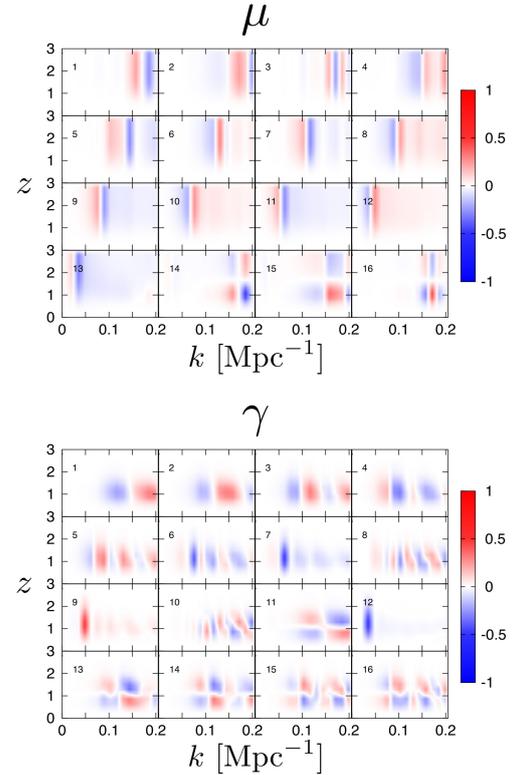


図 2: μ (上図) と γ (下図) の固有モード。各図の右上の数字は Principle Component Number である。

で与え、 $z_0 = z_{\text{mean}}/1.412 = 0.6374$ 、全銀河密度を $N_G = 30 \text{ gal/arcmin}^2$ とした。また、photometric redshift error を $\Delta z = 0.05(1+z)$ とした。分光観

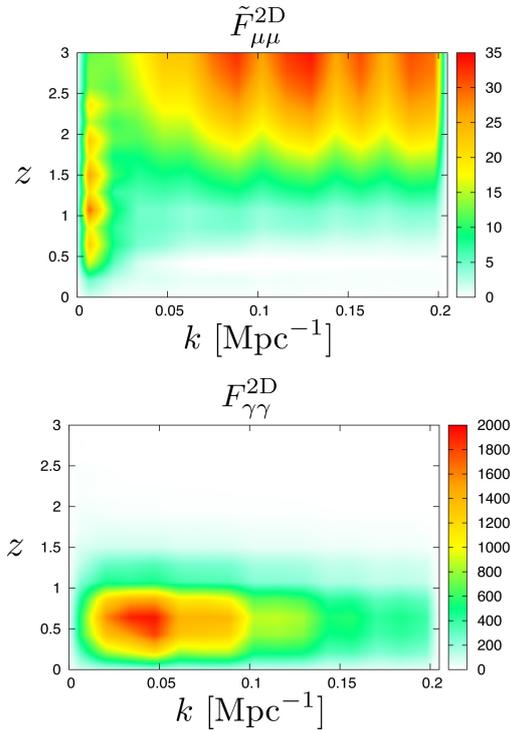


図 3: 2D のみを使って計算した (k, z) 空間でのフィッシャー行列 $\tilde{F}_{\mu\mu}$ (上図)、 $F_{\gamma\gamma}$ (下図)。

測の銀河密度は (Amendola et al. 2012) の reference case の値を使った。また、Euclid の分光観測の範囲が $0.65 \leq z \leq 2.05$ なので、low- z の観測として BOSS を想定して、 $0.35 \leq z \leq 0.65$ で銀河密度を $0.3 \times 10^{-3} [\text{h}/\text{Mpc}]^3$ として計算した。

4 Results

まず、図 1 に撮像観測 (2D) のみを想定した場合と分光観測から得られる赤方偏移空間での銀河の power spectra の情報 (3D) を加えた場合の固有モードの 1σ エラーを示す。今回計算した波数の範囲は $0 < k[\text{Mpc}^{-1}] < 0.205$ で、赤方偏移の範囲は 2D のみのときは $0.8 < z < 3.0$ 、3D を加えた場合は $0.4 < z < 2.8$ である。図 1 から 3D を加えた場合、制限が全体的に 3~10 倍程度よくなることわかる。さらに S/N 比が 1 以上のモードの数が、 μ の場合 40 から 123 に、 γ の場合 11 から 81 に増えることがわかった。図 2 に μ と γ の固有モードを示す。色が濃

いところが各モードで制限される領域を表しており、振動はその方向の感度を表している。図 2 から μ と γ それぞれにおいて小スケールの方が制限されやすく、また、 k 方向の変化の方が制限されやすいことがわかる。

5 Discussion

ここでは修正重力理論を制限する上で分光観測の重要性を定性的に示す。まず、観測量として 2D だけを使った場合を考える。レンズポテンシャルと密度揺らぎの関係は

$$k^2(\Phi + \Psi) = -8\pi a^2 G \Sigma \rho \delta, \quad (12)$$

($\Sigma = \mu(1 + \gamma)/2$) で与えられる。よって、観測量で WL に関係ある部分は、

$$\frac{\partial C_\ell^{\text{WL}}}{\partial \mu} = 2 \frac{\partial C_\ell^{\text{WL}}}{\partial \gamma}, \quad (13)$$

が成り立つ。つまり、WL が持つ情報量はフィッシャー行列において $F_{\mu\mu}^{\text{WL}} = 4F_{\gamma\gamma}^{\text{WL}}$ となる。また、GC は γ の変化は影響しないので $F_{\gamma\gamma}^{\text{GC}} = 0$ である。

以下では、パラメーターが同じ格子点上の μ と γ の 2 つだけである場合を考える。ここで、 $\tilde{F}_{\mu\mu} \equiv F_{\mu\mu} - 4F_{\gamma\gamma}$ とするとフィッシャー行列は

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_{\gamma\gamma} & F_{\gamma\mu} \\ F_{\mu\gamma} & F_{\mu\mu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{\gamma\gamma} & 2F_{\gamma\gamma} \\ 2F_{\gamma\gamma} & 4F_{\gamma\gamma} + \tilde{F}_{\mu\mu} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

とかける。このとき、行列式は $\det \mathbf{F} = F_{\gamma\gamma} \tilde{F}_{\mu\mu}$ である。よって、分散共分散行列は

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^{-1} = \frac{1}{F_{\gamma\gamma} \tilde{F}_{\mu\mu}} \begin{pmatrix} 4F_{\gamma\gamma} + \tilde{F}_{\mu\mu} & -2F_{\gamma\gamma} \\ -2F_{\gamma\gamma} & F_{\gamma\gamma} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

であり、 μ と γ の分散の 2 乗は

$$\sigma_\gamma^2 = 4\tilde{F}_{\mu\mu}^{-1} + F_{\gamma\gamma}^{-1}, \quad (16)$$

$$\sigma_\mu^2 = \tilde{F}_{\mu\mu}^{-1}, \quad (17)$$

となる。

つまり、 μ と γ の縮退を解きながら S/N 比の大きい制限を行うためには $F_{\gamma\gamma}$ と $\tilde{F}_{\mu\mu}$ が共に大きい必要

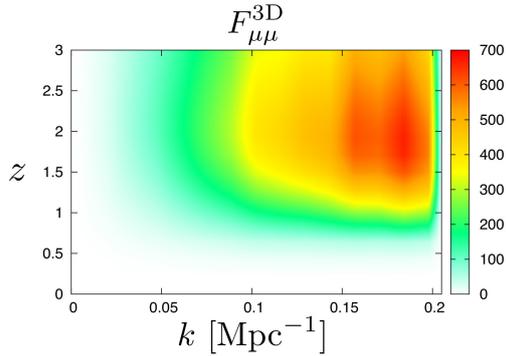


図 4: 赤方偏移空間の銀河の power spectra から計算されるフィッシャー行列 $F_{\mu\mu}^{3D}$ 。

がある。図 3 に (k, z) 空間での $\tilde{F}_{\mu\mu}$ と $F_{\gamma\gamma}$ を示す。high- z で $\tilde{F}_{\mu\mu}$ が大きく、low- z で $F_{\gamma\gamma}$ が大きいことがわかる。銀河の分布は銀河が存在するレッドシフトよりも high- z の密度揺らぎの成長で決定されるため、見ている銀河よりも low- z での重力ポテンシャルの GR からのずれを制限することができない。つまり、low- z での $\tilde{F}_{\mu\mu}$ が小さくなる。逆に、WL は見ている銀河と観測者との間のレンズポテンシャルの変化をトレースしているものであるため、見ている銀河よりも high- z でのレンズポテンシャルの GR からのずれを制限することはできない。つまり、high- z での $F_{\gamma\gamma}$ は小さくなる。

撮像観測だけでは γ をほとんど制限することができなかった。それは、 $\tilde{F}_{\mu\mu}$ が全体的に小さく、また、 $\tilde{F}_{\mu\mu}$ の値が大ききところでは $F_{\gamma\gamma}$ が小さいためである。

そこで、3D の情報を加えた場合を考える。power spectra から得られるフィッシャー行列を F^{3D} とする。ここで $F_{\gamma\gamma}^{3D} = F_{\mu\gamma}^{3D} = 0$ である。先ほどと同様に 1 つの光子を考え場合、

$$\det \mathbf{F} = (\tilde{F}_{\mu\mu} + F_{\mu\mu}^{3D})F_{\gamma\gamma}, \quad (18)$$

$$\sigma_\gamma^2 = 4(\tilde{F}_{\mu\mu} + F_{\mu\mu}^{3D})^{-1} + F_{\gamma\gamma}^{-1}, \quad (19)$$

$$\sigma_\mu^2 = (\tilde{F}_{\mu\mu} + F_{\mu\mu}^{3D})^{-1}, \quad (20)$$

となる。つまり、 $F_{\mu\mu}^{3D}$ は $\tilde{F}_{\mu\mu}$ と同じ役割をする。図 4 に (k, z) 空間での $F_{\mu\mu}^{3D}$ の値を示す。全体的に $F_{\mu\mu}^{3D} > \tilde{F}_{\mu\mu}$ であるため、 μ と γ の制限が向上した。

6 Conclusion

本研究では Euclid という将来観測から修正重力理論がどの程度制限できるかを計算した。主成分分析を用いて、観測的に制限しやすい固有モードを求めた。そして、制限が強い固有モードの性質を示した。修正重力理論を制限する上で重要だと考えられている赤方偏移変形の情報に加えた場合、 μ と γ の制限が 3~10 倍程度よくなることがわかった。これは修正重力理論の制限において、銀河の分光観測の重要性を示した結果である。また、実際の観測から今回求めた固有モードを制限することで加速膨張の理論の性質をより詳細に決めることができる。

Reference

- Dawson, K. S., Schlegel, D. J., Ahn, C. P., et al. 2013, AJ, 145, 10
- Ellis, R., Takada, M., Aihara, H., et al. 2012, arXiv:1206.0737
- Amendola, L., Appleby, S., Bacon, D., et al. 2012, arXiv:1206.1225
- Hojjati, A., Zhao, G.-B., Pogosian, L., et al. 2012, Phys. Rev. D, 85, 043508
- Kaiser, N. 1987, MNRAS, 227, 1