

Bi-Galileon Gravity Theory and Accelerating Solution

水島 高志 (早稲田大学大学院 先進理工学研究科)

Abstract

宇宙論の分野において、2つの時期の加速膨張は盛んに議論されている。宇宙初期（インフレーション）と現在（ダークエネルギー）である。

これらの宇宙の加速膨張を説明する試みに、Generalized Galileon Gravity Theory という理論がある。本研究では、まず従来の Generalized Galileon Gravity Theory を拡張し、2つの独立なスカラー場を考え、宇宙の加速膨張が説明可能かどうか解析した。具体的には、「Inflation Driven by the Galileon Field」[1] において、安定な加速膨張解があるとわかっている作用を2スカラー場に拡張して解析をした。結果として安定な加速膨張解を得ることが出来たが、2つのスカラー場が相互作用している場合が特に興味深いので、今後も解析を続けていく。特に、高次元理論から導かれる結合定数には制限があるので、得られる理論にどのような特徴が現れるかを解析していく。

1 Introduction

現在の標準宇宙モデルは、一般相対論や素粒子・原子核理論などの現代物理学と宇宙原理（一様・等方）から構築されている。この標準モデルは多くの精密観測により検証されているが、近年のタイプ Ia 型超新星の観測などから現在の宇宙は加速膨張していることが明らかにされた。この加速膨張は、非常に奇妙な未知の物質（ダークエネルギー）を導入しないとアインシュタインの一般相対論では説明できない。また、宇宙の地平線問題や平坦性問題の解決策として、宇宙初期に加速膨張（インフレーション）があったと考えられている。これらの宇宙の2つの時期の加速膨張は現在盛んに議論がなされている。

ブレン宇宙論に基づき加速膨張宇宙の可能性を与えた DGP (Dvali-Gabadadze-Porrati) モデルでは、ゴースト場が必然的に現れて問題となった。そこで2009年、Alberto Nicolis、Riccardo Rattazzi 達は、同様の振舞いをするがゴースト場を含まないガリレオンスカラー場の導入を提唱した[2]。このガリレオン場は、作用がガリレイ変換 ($\pi \rightarrow \pi + b_\mu x^\mu$) をしても不変であることからそう呼ばれる。現在では、重力相互作用なども考慮に入れ、場の方程式においてスカラー場 π および計量 $g_{\mu\nu}$ の微分を2階以下しか含まないスカラー・テンソル重力理論を総称して「Generalized Galileon Gravity Theory」[3] という。

この理論では、Vainshtein 機構によりスカラー場の寄与が抑制され、太陽系近傍ではニュートン重力理論を再現することがわかっている。この理論では通常1つのスカラー場を考えるが、高次元素粒子統一理論から次元降下により同様の作用を導くと、スカラー場は複数存在すると考えるのが自然である。

本研究では、まず従来の Generalized Galileon Gravity Theory を拡張し、2つの独立なスカラー場を考え、宇宙の加速膨張が説明可能かどうか解析した。

2 Methods

本研究では Generalized Galileon Gravity Theory に特徴的な項のみを考え、それを2つのガリレオン場の場合に拡張する。具体的には、ガリレオン場 u を含む以下の作用(1)

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_{pl}^2}{2} R - X + \frac{C_1}{M^4} X^2 + \frac{C_2}{M^3} X \square u \right] \quad (1)$$

を 2 つのガリレオン場 u, v を含む次の作用 (2) に拡張する。

$$\begin{aligned}
 S = \int d^4x \sqrt{-g} & \left[\frac{M_{pl}^2}{2} R - (\epsilon_X X + \epsilon_Z Z) \right. \\
 & + \frac{1}{M^4} (C_X X^2 + C_Z Z^2 + D_Y Y^2 \\
 & + D_{XZ} XZ + D_{XY} XY + D_{YZ} YZ) \\
 & + \frac{1}{M^3} \{ C_{\square u} X \square u + C_{\square v} Z \square v \\
 & + D_{Y \square u} (Y \square u + X \square v) \\
 & \left. + D_{Z \square u} (Z \square u + Y \square v) \} \right] \quad (2)
 \end{aligned}$$

ここで、 M_{pl} は Planck 質量、 R は Ricci スカラー、 M は典型的な質量パラメータ、 $\epsilon_A, C_A, D_A (A = X, Y, \dots, YZ)$ は結合定数である。また、 X, Y, Z は以下で定義される。

$$\begin{aligned}
 X &= -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu u \nabla_\nu u, \quad Y = -g^{\mu\nu} \nabla_\mu u \nabla_\nu v \\
 Z &= -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu v \nabla_\nu v \quad (3)
 \end{aligned}$$

また、平坦な一様等方宇宙を考える。

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (4)$$

$a(t)$ はスケールファクターである。

まず、準備段階として、一様・等方 Friedmann 宇宙を考え、de-Sitter 解を探索した。その後、力学系としての解の安定性を解析した。特に、1 スカラー場の場合と何が異なるかを詳細に検討し、2 スカラー場の場合の利点・困難などを明らかにした。これまでに、最も簡単な場合として、 u と v が結合していない場合 (結合定数 $C_X, C_Z, C_{\square u}, C_{\square v}$ 以外は 0 となる場合) を解析した。

3 Results

$\epsilon_X = 1, C_X = 1, C_{\square u} = 1, \epsilon_Z = 0, C_Z = 0, C_{\square v} = 0$ としたとき、de-Sitter 解は 4 個あり、 $h > 0$ である 2 つの膨張解は安定、 $h < 0$ である 2 つの収縮解は不安定であった。(図 1) 図 1 は、ハッブルパラメータ $h = \dot{a}/(Ma)$ と場の速度 $\xi = \dot{u}/M^2$ の関係を表している。青線が Hamiltonian Constraint であり、赤点が de-Sitter 解を表している。

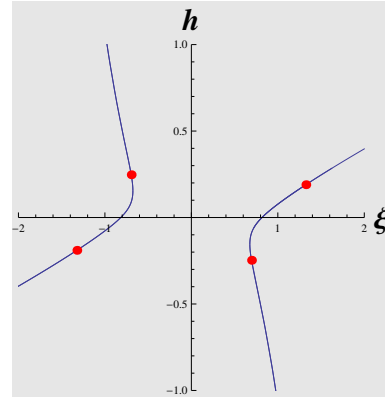


図 1: 1 スカラー場の場合の Hamiltonian Constraint と de-Sitter 解

それに対して、 $\epsilon_X = 1, C_X = 1, C_{\square u} = 1, \epsilon_Z = 1, C_Z = 1, C_{\square v} = 1$ としたときの図が図 2 である。図 2 において、 $\eta (= \dot{v}/M^2)$ はもう一つの場の速度で

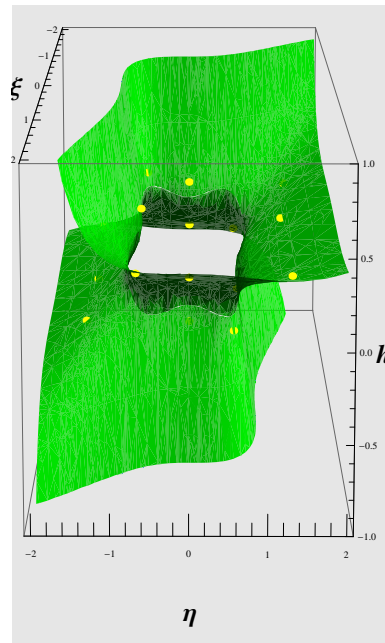


図 2: 2 スカラー場の場合の Hamiltonian Constraint と de-Sitter 解

ある。緑色の面が Hamiltonian Constraint であり、図 1 の青線を h 軸のまわりに回転させたような筒状の面になっている。また、黄色の点が de-Sitter 解を表していて、加速膨張解が 8 個、収縮解が 8 個あった。

図 2 の + ブランチを $\xi - \eta$ 平面に射影した図が図 3 で、図 2 の - ブランチを $\xi - \eta$ 平面に射影した図が図 4 である。図 3 において、青い面が Hamiltonian

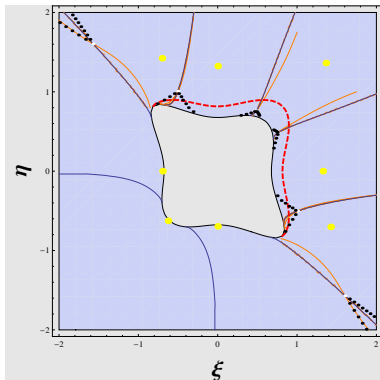


図 3: Hamiltonian Constraint の + ブランチを $\xi - \eta$ 平面に射影したもの

Constraint で、黄色の点が de-Sitter 解 (膨張解)、赤い点線が $h = 0$ の線を表している。de-Sitter 解を分ける青い境界線上は、曲率 R が発散する特異点になっている。オレンジの線は $R = 0$ を表す線であり、白点は青線と白線の交点である。黒い点線で囲われる内部の領域の点を初期値として時間発展させると、青線上的の特異点に突っ込む。そして、それ以外の点を初期値とすると、de-Sitter 解に収束する。

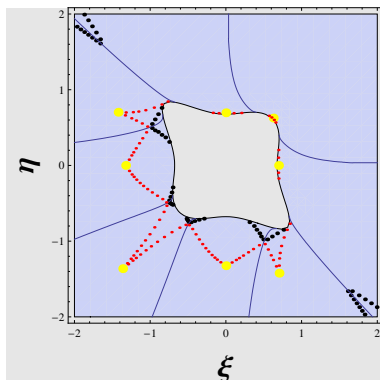


図 4: Hamiltonian Constraint の - ブランチを $\xi - \eta$ 平面に射影したもの

図 4 でも、黄色の点が de-Sitter 解 (収縮解) である。青い面、青線に関しては図 3 と同様。赤い点線の内部の領域の点を初期値とした場合、上方の de-Sitter 解 (膨張解) に収束した。黒い点線は、図 3 の黒い

点線を原点に関して対称移動したものであり、角にある黒い点線の内部の領域の点を初期値とした場合、 $h \rightarrow -\infty$ と発散する。その他の点を初期値とすると青線上的の特異点に突っ込んだ。

4 Discussion

結果を見ると、スカラー場を 2 つに増やすことにより、安定な加速膨張解の数は 4 倍になっている。相互作用しない 2 つのスカラー場を考えた場合、1 つの場合と定性的にはあまり変わらないと予想していたが、加速膨張解がアトラクターになると言う点では確かにそうであった。しかし、1 つの場合では、固定点に収束するか h が $-\infty$ に発散するか の 2 通りだったのに対し、2 つの場合では、初期値によっては特異点に突っ込む場合があることがわかった。これは 2 つにしたことにより出てきた結果の中で注目すべき点である。

5 Conclusion

今回の研究では、相互作用しない 2 つのガリレオン場を考えた場合の de-Sitter 解と、その安定性について解析した。de-Sitter 解の安定性について変化は見られなかったが、初期値によっては特異点に突っ込むケースが見られた。今後、相互作用項を考えた場合に、その点にどのような変化が見られるかに注目したい。また、高次元素粒子統一理論から導かれる結合定数には制限があるので、得られる理論にどのような特徴が現れるかを解析していきたい。

Acknowledgement

私は京都大学基礎物理学研究所に感謝申し上げます。基研研究会 WITP-W-13-07「天文・天体物理学若手 夏の学校」において、たくさんの方と自分の研究について議論することにより、大いに進展がありました。

Reference

- [1]T. Kobayashi, M. Yamaguchi and J. 'i. Yokoyama,
Phys. Rev. Lett. 105, 231302 (2010) [arXiv:1008.0603
[hep-th]].
- [2]A. Nicolis, R. Rattazzi and E. Trincherini, "The
Galileon as a local modification of gravity," Phys.
Rev. D 79, 064036 (2009) [arXiv:0811.2197 [hep-th]].
- [3]T. Kobayashi, M. Yamaguchi and J. 'i. Yokoyama,
" Generalized G-inflation: In flation with the most
general second-order field equations," Prog. Theor.
Phys. 126, 511 (2011) [arXiv:1105.5723 [hep-th]].