

Mixed Dark Matter and Substructure Problem

原田 了 (東京大学大学院 理学系研究科)

Abstract

構造形成の理論は密度などの平均からのずれの量 (密度ゆらぎなど) を線型化したものについては解析的に取り扱えて比較的良好にわかっている (松原 2010) が、ゆらぎが大きくなって線型化した取り扱いができない場合はシミュレーションなどを用いることになる。しかしながら、現在標準的な仮定である Λ CDM モデルにおけるシミュレーションでは、小スケールの構造について累積回転速度関数や質量関数を考えると、観測から得られるものと食い違ってしまうという Substructure 問題が指摘されている (Kravtsov 2010)。それに対する解の一つとして Warm Dark Matter (Bode et al. 2001) モデルが提案されている。本講演ではその拡張として Mixed Dark Matter (Cold + Warm Dark Matter) モデルを取り上げ、シミュレーションを実行して Substructure 問題の解として妥当なのは Dark Matter 全体に対して Warm Dark Matter が何割の場合なのかを議論する。

1 構造形成

まず、Substructure 問題の背景にある構造形成について、その概要を述べる。以下の議論の詳細については松原 (2010) を参照されたい。

宇宙にある各エネルギー成分は、大局的にみれば空間的に一様かつ等方的に分布していると近似できる (宇宙原理)。そのような宇宙に対して一般相対論を適用すると、宇宙が膨張する解が得られる。すなわち、物理的な空間座標 \mathbf{r} が時間に依存する量 $a(t)$ (スケール因子) と依存しない座標 \mathbf{x} (共動座標) の積 $\mathbf{r} = a(t)\mathbf{x}$ で書くことができ、 $a(t)$ として時間とともに増大する解が得られる。この宇宙膨張は、観測からも確かめられている。

しかしながら、特に小スケールを見ていくと、宇宙には銀河や銀河団などの構造が存在し、厳密には一様等方ではない。これらの構造はエネルギー密度の空間平均からのずれ (密度ゆらぎ) が重力によって成長することでできたと考えられている。すなわち、エネルギー密度のより大きいところはより強い引力が働くため、周囲の物質を多く集めてより密度が大きくなるという重力不安定性理論で説明される。

以下、この理論の概要を見ていく。物質が流体力学的に記述できるとして、その方程式を共動座標を用いて表現する。その際、エネルギー密度場 $\rho(\mathbf{x}, t)$ と平均エネルギー密度 $\bar{\rho}(t)$ とを用いて密度ゆらぎ $\delta(\mathbf{x}, t)$

を

$$\delta(\mathbf{x}, t) = \frac{\rho(\mathbf{x}, t) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)} \quad (1)$$

で定義する。宇宙初期はゆらぎが非常に小さいため、ゆらぎについて方程式を線型化することができる。さらに Fourier 変換することで、各 mode ごとの時間発展を記述する方程式にできる。ここで、線型化した方程式の特徴として、各 mode は互いに独立に時間発展する。このような場合に、エントロピーのゆらぎがないと仮定すれば、密度ゆらぎの時間変化を記述する方程式は

$$\frac{\partial^2 \delta(\mathbf{k}, t)}{\partial t^2} + 2\frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial \delta(\mathbf{k}, t)}{\partial t} - k^2 \left(\frac{4\pi G \bar{\rho}}{k^2} - \frac{c_s^2}{a^2} \right) \delta(\mathbf{k}, t) = 0 \quad (2)$$

となる。ただし、 $\dot{}$ は時間微分を表し、物質の音速を c_s 、平均質量密度を $\bar{\rho}$ 、着目している mode の波数ベクトルを \mathbf{k} とし、Fourier 変換前後の量は同じ記号で表した。

式 (2) より、小スケールで典型的な長さスケールに内包される物質が少なく、圧力の効果 (式 (2) 括弧内第二項) が重力の効果 (第一項) に打ち勝つような mode であれば、密度揺らぎが振動する。これを音響振動という。逆に言えば、ある程度以上スケールが大きくなると音響振動せずにゆらぎは成長する。この境目となる長さスケールのことを Jeans 長という。Jeans 長よりも小スケールの構造はできない。

十分大きなスケールでは式 (2) において括弧内第二項を無視することができる。このとき、この二階線型微分方程式の基本解には時間に対して増加する成長モード解と減少する減衰モード解が存在し、

$$\delta(\mathbf{k}, t) = D(t)\delta_0(\mathbf{k}) + \text{減衰モード} \quad (3)$$

と書くことができる。ただし、添字 0 は現在での値を表し、 $D(t)$ は括弧内第二項を無視した式 (2) の成長解を適切に規格化したものである。また、 D は k によらないのでこれを Fourier 変換して k を x とおき直してもよい。これが重力不安定性による密度ゆらぎの線型成長である。

ここで、もし宇宙のエネルギー成分としてバリオンと光子だけを考えると、光子の脱結合前はバリオンと光子は一体となって圧力の大きい流体としてふるまい、音響振動を起こして構造が成長しない。脱結合の前後でバリオンとの結合が弱くなると光子はある程度拡散してそのスケールのゆらぎを均すが、バリオンとの結合が完全になくなる訳ではないので、バリオンもその均された光子のゆらぎの影響を受けて構造を均される。これを拡散減衰という。その後完全に脱結合することで、バリオンはすべてのスケールで密度ゆらぎを成長させる。このようにバリオンは光子と脱結合するまで構造を成長させないが、そうすると現在までに構造ができるには時間が足りなくなってしまう。そこで、脱結合の前から構造を成長させることのできるダークマター (DM) を考える必要がある。DM によってある程度構造が成長していれば、バリオンは脱結合時に構造を持たなくても DM の深い重力ポテンシャルによって密度ゆらぎを成長させて DM のゆらぎに追いつき、現在までに構造を成長させることができる。

しかしながら、DM 粒子として無衝突なものを考えると、速度分散が大きい場合に自由運動によってゆらぎは減衰する (自由流減衰)。この速度分散の程度によって DM は分類できる。速度分散が大きい DM は Hot Dark Matter (HDM) と呼ばれる。この場合は自由流減衰長が大きく、銀河団よりも小さい構造はすべて均される。よって、線型解の範囲では大スケールの構造しかできない。この場合、小スケールの構造ができるのはゆらぎが非線形領域にまで成長し、Fourier 変換したときの mode coupling によって大ス

ケールの構造が小スケールのゆらぎを増幅させることによるが (トップダウンシナリオという)、実際の観測によれば銀河団などの大スケール構造よりも銀河などの小スケール構造のほうが先にできたということがわかっており、極端なトップダウンシナリオは現実的ではない。これに対して、速度分散が小さい DM は Cold Dark Matter (CDM) と呼ばれる。この場合は自由流減衰長が小さく、小スケールの構造からできていき、あとから大スケールの構造ができるというシナリオになるが (ボトムアップシナリオ)、これは観測結果を比較的良好に説明し、特に宇宙定数 Λ を含む宇宙モデルで CDM による構造形成を考える Λ CDM モデルが現在の標準的な構造形成理論になっている。

以上のようにゆらぎの線型成長を得ても、時間が経つにつれゆらぎは増幅し、非線形方程式を考えなければならない状況になってくる。これは一般的な場合には解析的な取り扱いが難しく、何らかの近似を行うことになる。そのような方法の一つとして、これまで Euler 的な描像で扱っていた流体方程式の解を Lagrange 的な描像に焼き直し、その場合の解を非線形領域まで外挿する Zel'dovich 近似がある。また、非線形領域を調べるほかの方法として、シミュレーションによる構造形成がある。このシミュレーションについては、重力以外の相互作用がない DM 粒子だけ考えるのであれば、比較的簡単に実行できる。

シミュレーションにおいては、DM を計算機上で粒子の集まりとして表現し (ここで粒子の数を N と表現することが多いので、 N 体シミュレーションという)、それらを互いに重力相互作用で運動させ、系を時間発展させる。初期条件は、与えられた初期線型重力ポテンシャルから Zel'dovich 近似を用いて導く。このとき、重力を直接計算すると計算量は $O(N^2)$ と非常に大きくなるので、時間発展を解くにあたっては、P3M 法やツリー法など、効率よく精度よく解くアルゴリズムがいくつか開発されている。

前述の Λ CDM モデルにこうしたシミュレーションを適用した結果は、観測された宇宙の大スケールの構造はよく説明することから、 Λ CDM モデルは標準的な構造形成モデルとして受け入れられている。しかしながら、小スケールの構造についてはシミュレーションの結果と観測との間に食い違いが発生してお

り、Substructure 問題と呼ばれている。

2 Substructure 問題

以下では Kravtsov (2010) に基づいて Substructure 問題を定義し、その解決法について述べる。

Λ CDM モデルによる DM 構造形成シミュレーションでは、はじめに小スケールの構造が成長し、それがだんだん大スケールの構造に取り込まれていく様子が見て取れる。このとき、シミュレーションの領域内にはハローと呼ばれる重力的に束縛された系 (天の川銀河などに対応) ができる。ハローの中にはサブハローと呼ばれる、物質がまとまって存在している領域がいくつか存在している。

また、実際の天の川銀河やアンドロメダ銀河を観測してみると、それらの周辺には矮小銀河と呼ばれる小規模構造が存在していることがわかっている。

これらの間の関係を見るには、DM シミュレーションに何らかのモデルを併用して光度などの観測を間接的に求めるか、それらが直接計算できるバリオン入りシミュレーションコードを開発して実行することが必要となる。しかし、前者には銀河形成の理論を介さなければならないが、それは現在まだ不確定な部分が多い。また、後者は現在のところ実現不可能である。従って、シミュレーションからも観測からも求められる、小構造の重力ポテンシャルの指標となるような量を用いて比較することを考える。

そのような量の一つは最大回転速度 V_{\max} であり、

$$V_{\max} = \max \left(\frac{Gm(< r)}{r} \right)^{1/2} \quad (4)$$

で与えられる (ただし、 r はサブハロー中心からの距離で、 $m(< r)$ は中心から半径 r 内に存在する質量)。この量は重力ポテンシャル W に対し $W \propto V_{\max}^2$ という関係があるので、小構造の重力ポテンシャルを見積もることができる。

これはシミュレーションからは容易に計算できるが、観測においては銀河を構成する恒星の視線方向の速度分散 σ_r を用いて $V_{\max} = \eta \sigma_r$ で求める。 η は質量分布の詳細や観測できる銀河の大きさとそれを内包する DM の大きさの比などで決まる量ではあるが、もっとも単純には $\eta = \sqrt{3}$ である。

こうして得られた V_{\max} に対し、累積回転速度関数 (Cumulative circular Velocity Function, CVF) を図 1 に示した。これは横軸に V_{\max} をとり、縦軸には横軸で指定された V_{\max} よりも大きい V_{\max} をもつサブハロー/矮小銀河の総数をプロットしたものである。どちらもベキ乗則に従っており、その絶対数だけでなく傾きが異なっていることがわかる。

また、サブハロー/矮小銀河の中心からある定め

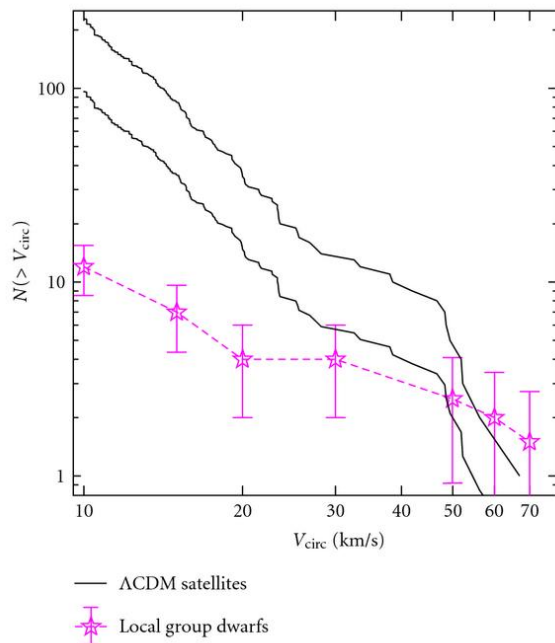


図 1: CVF: 実線は Λ CDM シミュレーションで計算したもの、二本あるのはそれぞれホストハロー (天の川銀河のハローに対応) の V_{\max} が 208km/s と 160km/s のものに対応。エラーバー付きの星印は矮小銀河のもの。どちらもホストハローの中心から 286kpc 以内のものを選んだ。出典は Kravtsov (2010)

た半径内にある質量も重力ポテンシャルの指標となる。観測では、光る物質が存在する範囲でないと質量を決めることができないので、質量を求める半径としては矮小銀河の光る物質の広がりである 600pc 程度以下を採用しなければならない。 600pc 以下の範囲の質量のことを $m_{0.6}$ とする。

ここで、質量関数 (Mass Function, MF) を図 2 に示す。MF とは、横軸に $m_{0.6}$ 、縦軸に横軸で指定された $m_{0.6}$ をもつサブハロー/矮小銀河の個数をプロッ

トしたものである。これを見ると、やはりその傾きが異なっていることがわかる。

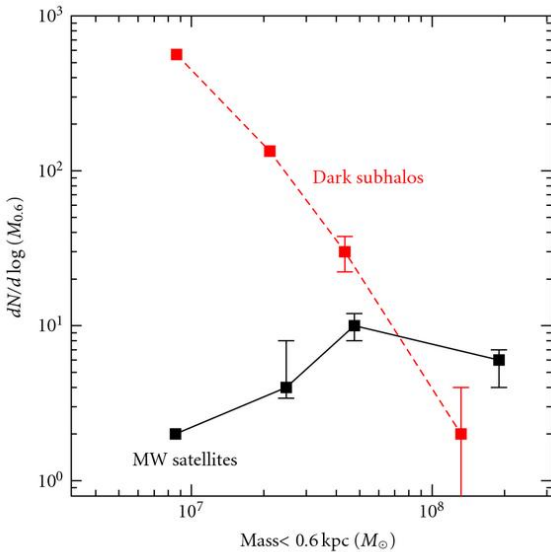


図 2: $m_{0.6}$ による MF: “Dark subhalos” は Λ CDM シミュレーションで計算したもので、“MW satellites” は観測された天の川銀河周辺の矮小銀河のもの。出典は Kravtsov (2010); Strigari et al. (2007)

Substructure 問題とは、以上に示した観測とシミュレーションの矛盾である。すなわち、

Substructure 問題 矮小銀河の観測から考えられる CVF および MF の傾きが、 Λ CDM モデルを用いたシミュレーションにおいて、天の川銀河スケールのハロー中のサブハローから得られるそれらの関数の傾きと異なっているという問題

と述べられる。

3 Warm Dark Matter

前節で述べた Substructure 問題への解決策としては、もっともらしいものとして二つ挙げられる。まず一つとして銀河形成モデルを見直すというものがある。前節ではシミュレーションで得られたサブハ

ローはすべて銀河として現れるはずであるということが暗に仮定されていたが、この解決策では多くのサブハローのうちの一部しか光る銀河を内包しないことにより、観測される CVF/MF は小さくなるというシナリオ (Brooks et al. 2013) を考える。銀河形成モデルはまだ確立されている訳ではなく、むしろこのシナリオが正しければ観測とシミュレーションの差異から銀河形成モデルに制限を加えることができる。

もう一つとしては、DM サブハローはすべて観測される矮小銀河に対応するが、サブハローの数自体が標準的な Λ CDM シミュレーションで形成されるものよりも少ない可能性を考えるというものがある。この場合は、方策としては Λ CDM シミュレーションにおけるパラメータ (規格化や初期条件など) を変えるというもののほかに、CDM ではない DM を考えるというものがある。後者の場合、第 1 節で述べたように、HDM はあまり現実的ではないため、HDM と CDM の中間的な性質を持つ DM を考える。これを Warm Dark Matter (WDM) (Bode et al. 2001) という。WDM モデルにおいては、自由流減衰がある程度のスケールまで効き、それ以下のスケールの構造は均される。この効果によって形成されるサブハローの数が少なくなり、Substructure 問題が解決されるというシナリオを考える。

本講演の目的はこの WDM と CDM を組み合わせた Mixed Dark Matter (MDM) モデルを用いたシミュレーションをおこない、全 DM に対して WDM が何割以上であれば Substructure 問題を解決できるかを考察する。

Reference

松原隆彦.2010.「現代宇宙論 時空と物質の共進化」(東京大学出版会)

Kravtsov, A. 2010, *Advances in Astronomy*, 2010,

Strigari, L. E., Bullock, J. S., Kaplinghat, M., et al. 2007, *ApJ*, 669, 676

Brooks, A. M., Kuhlen, M., Zolotov, A., & Hooper, D. 2013, *ApJ*, 765, 22

Bode, P., Ostriker, J. P., & Turok, N. 2001, *ApJ*, 556, 93