

初期磁場による構造形成モデル

渋沢 雄希 (名古屋大学大学院 理学研究科 M2)

Abstract

宇宙空間には星や銀河、銀河団などの様々なスケールにおいて磁場が存在する。磁場は宇宙の構造形成において大きな影響を及ぼしていると考えられているが、その詳細は未だに十分な理解がなされていない。本研究では球対称崩壊モデルにローレンツ力を取り入れ、宇宙論的な磁場を含めた構造形成モデルを構築した。さらに、先行研究 [Tashiro & Sugiyama (2011)] に基づいて初期磁場による構造形成について計算を行った。このモデルから求められる臨界過密度 δ_c とパワースペクトルを用いて、Press-Schechter 質量関数を計算した。その結果、初期磁場による構造形成モデルでは重力のみによる構造形成モデルよりも δ_c が増大し、質量関数において大スケールでの構造の形成を抑制することがわかった。このモデルをさらに発展させ、Sunyaev-Zel'dovich 効果や cosmic shear の観測を組み合わせることで、宇宙磁場の起源に対してより強い制限を与えることができると期待される [Fedeli & Moscardini (2012)]。

1 Introduction

今日観測される宇宙には銀河や銀河団などの様々なスケールの構造が存在し、これらに付随する磁場の存在も示唆されている。しかし、この磁場の起源や進化過程についてはまだ十分な理解がなされていない。また、磁場は宇宙の構造形成において大きな影響を及ぼしていると考えられており、様々な天体現象を解明する上で重要な手がかりとなっている。

我々は構造形成における磁場の影響について着目した。本研究では、構造形成を考える際に非常に有用である球対称崩壊モデルを考える。このモデルは、一様な密度を持つ球対称の過密度領域が自身の重力によって密度を無限大へと増大させ、重力的に束縛された天体を形成する重力崩壊モデルである。

我々はこのモデルにローレンツ力を取り入れることで、膨張宇宙での磁場を含めた構造形成モデルを構築する。このモデルを用いて、Tashiro & Sugiyama(2006) に基づいて初期磁場による構造形成について考える。このモデルより、構造形成における閾値となる臨界過密度 δ_c と密度ゆらぎのパワースペクトルを求め、これらを用いてハローの質量関数を計算する。質量関数とは、形成される天体の質量に対するそれらの存在量を示す関数である。これを用いて構造形成における磁場の影響について議論する。

2 Model & Method

球対称崩壊モデルでは、球対称な過密度領域とその背景の一様な密度場の進化を考える。過密度領域は初期の物理的半径 R_{ini} と、一様な初期エネルギー密度

$$\rho_m(t_{\text{ini}}) = \bar{\rho}_m(t_{\text{ini}})(1 + \delta_{m,\text{ini}}) \quad (2.1)$$

で特徴づけることができる。ここで $\bar{\rho}_m(t)$ は背景の物質のエネルギー密度、 δ は密度コントラストを表す。また、球殻内では質量が保存されるため、次の式が成り立つ。

$$M = \frac{4\pi R^3}{3} \bar{\rho}(1 + \delta) = \frac{4\pi R_{\text{ini}}^3}{3} \bar{\rho}_{\text{ini}} = \text{constant} \quad (2.2)$$

本研究では物質の成分としてコールドダークマター (CDM) と磁場の影響を受けるバリオンを2つを考える。これらの成分の非線形進化は連続の式、オイラー方程式、ポアソン方程式より、次の式で記述できる。

$$\ddot{\delta}_d + 2H\dot{\delta}_d - \frac{4}{3} \frac{\dot{\delta}_d^2}{1 + \delta_d} = 4\pi G(1 + \delta_d) \left[\bar{\rho}_d \delta_d + \frac{1 + \delta_d}{1 + \delta_b} \bar{\rho}_b \delta_b \right] \quad (2.3)$$

$$\ddot{\delta}_b + 2H\dot{\delta}_b - \frac{4}{3} \frac{\dot{\delta}_b^2}{1 + \delta_b} = 4\pi G(1 + \delta_b) \left[\bar{\rho}_d \delta_d + \bar{\rho}_b \delta_b \right] + 3 \frac{\langle F_m \rangle}{\bar{\rho}_b R_b} \quad (2.4)$$

ここで添字の b, d はそれぞれバリオンと CDM を表し、 $\langle F_m \rangle$ はローレンツ力である。今回、ローレンツ力は重力と同様のスケージングで向心力として働くと仮定し、

$$\langle F_m \rangle = -\frac{d}{dr} \langle B^2 \rangle = -\frac{4B_0^2}{R_b} \left(\frac{R_{b,ini}}{R_b} \right)^4 \quad (2.5)$$

とした。これは球対称崩壊モデルにおいてトップハットを保つために必要な条件である。

過密度領域内の密度ゆらぎは時間と共に成長し、やがてビリアル平衡に達する。この時の半径を求めるために、ビリアル定理を考える。系の持つ運動エネルギーを T 、重力ポテンシャルを U 、磁気エネルギーを M とすると、ビリアル定理より、

$$2T + U + M = 0 \quad (2.6)$$

となる。ビリアル平衡に達する半径は、過密度領域の半径が最大になり収縮を始める時刻とビリアル平衡となる時刻間でのエネルギー保存を考えることで得ることができる、

$$R_{vir} = \frac{1}{2} R_{max} \quad (2.7)$$

という関係がある。

式 (2.3)、(2.4) を解くことで、 δ_c と密度ゆらぎのパワースペクトルを求めることができ、これらを用いてハローの質量関数を計算する。Press-Schechter formalism において、質量関数は

$$\frac{dn(M, z)}{dM} = \sqrt{\frac{\rho_m}{M}} \frac{\delta_c}{\sigma^2(M, z)} \left| \frac{d\sigma}{dM} \right| \times \exp \left(-\frac{\delta_c}{2\sigma^2(M, z)} \right) \quad (2.8)$$

と表される。 σ は質量分散を表し、パワースペクトルから次のように求められる。

$$\sigma^2(M) = \int dk k^2 P(k) W(kR) \quad (2.9)$$

ここで R は質量 M に対応するスケールであり、 $W(x)$ はトップハット型の窓関数である。

本研究で用いるパワースペクトルには、初期磁場によって生成される密度ゆらぎも考慮する必要がある。初期磁場と初期密度ゆらぎに相関が無いと仮定

すると、パワースペクトルは 2 つに分けることができる [Tashiro & Sugiyama (2011)]。

$$P(k, t) = P_P(k, t) + P_M(k, t) \quad (2.10)$$

$P_P(k, t)$ は初期密度ゆらぎによるパワースペクトル、 $P_M(k, t)$ は初期磁場によって生成された密度ゆらぎのパワースペクトルであり、 $P_M(k, t)$ は次のように表すことができる。

$$P_M(k, t) = \left(\frac{\Omega_b}{\Omega_m} \right)^2 \left(\frac{t_{ini}^2}{4\pi\Omega_b\rho_{c0}a^3(t_{ini})} \right)^2 D_M^2(t) I^2(k) \quad (2.11)$$

ここで ρ_{c0} は現在の臨界密度、 t_{ini} は初期時刻 (本研究では再結合の時刻)、 $D_M(t)$ は成長率、

$$I^2(k) \equiv \langle |\nabla \cdot (\nabla \times \vec{B}_0(\vec{x})) \times \vec{B}_0(\vec{x})|^2 \rangle \sim \alpha \langle B_0^2 \rangle^2 \frac{k^{2n+7}}{k_c^{2n+6}} + \beta \langle B_0^2 \rangle^2 \frac{k^4}{k_c^3} \quad (2.12)$$

である。 α と β はスペクトルインデックス n に依存する係数であり、 k_c はパワースペクトルのカットオフスケールを表しており、物質優勢期において次のように書ける。

$$k_c = \left[143 \left(\frac{B_0}{1\text{ nG}} \right)^{-1} \left(\frac{h}{0.7} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{h^2\Omega_b}{0.021} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{2}{n+5}} \text{ Mpc}^{-1} \quad (2.13)$$

3 Numerical Results

今回は 2 つのモデルを考える。1 つめは初期の CDM の密度ゆらぎにより構造形成が起きる Standard model である。このモデルには磁場を含めず、物質の重力のみでゆらぎが成長し構造が形成される過程を考える。2 つめは初期磁場によって構造形成が起きる Primordial Magnetic Field (PMF) model である。このモデルでは磁場によって密度ゆらぎを生成する過程を考える。磁場によって生成されるゆらぎはバリオンのゆらぎであり、バリオンの重力を通じて CDM のゆらぎが生成される。

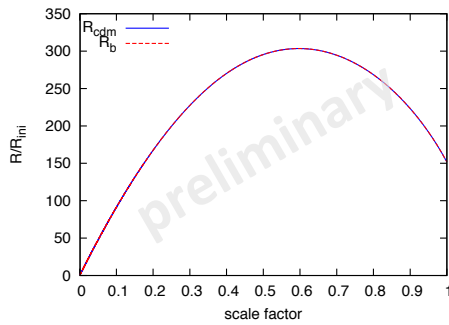


図 3.1: R の時間進化 (Standard model)

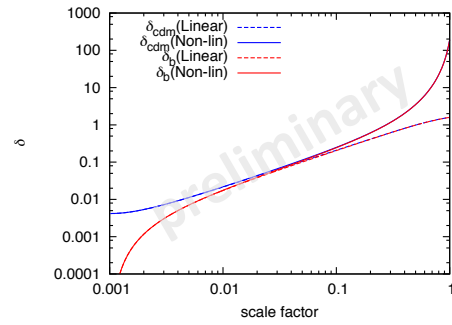


図 3.3: δ の時間進化 (Standard model)

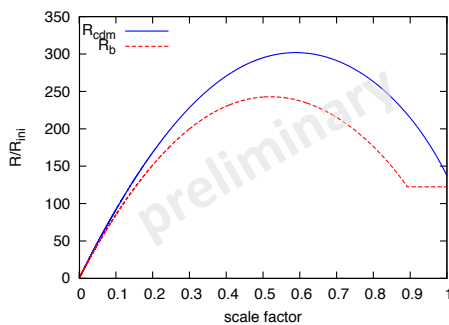


図 3.2: R の時間進化 (PMF model)

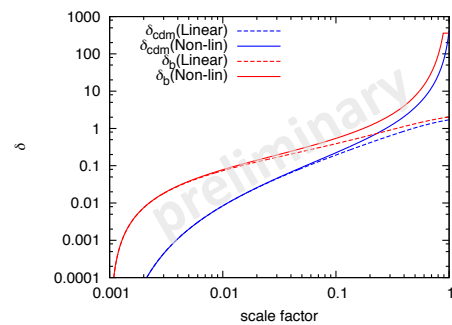


図 3.4: δ の時間進化 (PMF model)

3.1 The collapse

ここではビリアル平衡に達する時の密度コントラスト δ_{vir} を求める。

図 3.1 に Standard model における過密度領域の半径 R の時間進化を示した。青線が CDM、赤線がバリオンの半径を表す。ここでは R を初期の半径 R_{ini} で規格化し、現在の時刻においてビリアル平衡に達するように初期条件を設定している。これより式 (2.7) を満たす R_{vir} を求め、式 (2.2) を用いて δ_{vir} を計算した。その結果、 $\delta_{\text{vir}} = 270$ となった。

図 3.2 に PMF model における半径 R の時間進化を示した。初期磁場によりバリオンのゆらぎが最初に成長するため、バリオンの方が CDM よりも早い時期に収縮を始め、先にビリアル平衡に達する。このモデルにおける崩壊が完了する時刻は、CDM がビリアル平衡に達する時刻とした。この結果から、 $\delta_{\text{vir}} = 358$ であると求められた。

3.2 Critical over-density

次に δ_c を計算する。これは球対称崩壊の線形、非線形の方程式を同時に解くことで得ることができる。

図 3.3 に Standard model での δ をスケールファクターの関数として示した。青線が CDM、赤線がバリオンの δ であり、破線が線形、実線が非線形の成長を示している。非線形成長の δ が前節で求めた δ_{vir} に達した時、崩壊が完了する。この時の線形成長の δ の値が臨界過密度 δ_c である。この場合、 $\delta_c \simeq 1.61$ となった。一般的な球対称崩壊モデルで求められる値は $\delta_c \simeq 1.69$ であるが、この値は非線形成長での δ が無限大に発散した時の値を考えているため、我々の結果よりも大きく見積もられている。

図 3.4 には PMF model での δ の時間発展を示した。線の種類は図 3.3 と同様である。この場合 $\delta_c \simeq 1.75$ となり、Standard model での値よりも大きくなることがわかった。

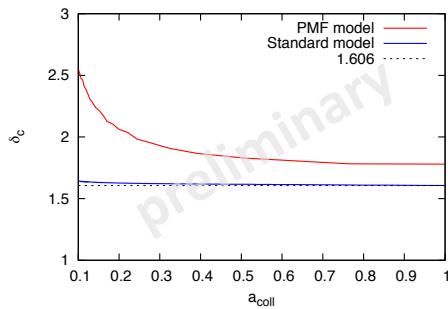


図 3.5: 崩壊時刻 a_{coll} と δ_c の関係

今までは崩壊が完了する時刻が現在となるように初期条件を合わせていた。次に、様々な時刻で崩壊するように初期条件を設定し、 δ_c がどのように変化するかを調べた。変更する初期条件は、Standard model では CDM の密度ゆらぎ、PMF model では磁場の強さである。図 3.5 にこの結果を示した。赤線が PMF model、青線が Standard model、比較として Standard model での現在の時刻で崩壊した時の δ_c の値を黒の点線で示した。Standard model での δ_c は崩壊する時刻によらずほぼ一定であるのに対し、PMF model では早い時刻に崩壊するにつれて δ_c が大きくなっていくことがわかる。

3.3 Mass function

前節で求めた δ_c は構造形成における閾値を表す。つまり、構造が形成されたと見なす値である。この値の変化の影響を質量関数において考える。

図 3.6 には、Press-Schechter 質量関数を示した。実線が Standard model、破線が PMF model であり、赤、緑、青、紫線はそれぞれ赤方偏移 $z=0, 1, 2, 3$ である。PMF model の方が Standard model よりも質量の重い星の数が少なく、高赤方偏移ほどその差が大きくなっている。これが δ_c の変化の影響であり、 δ_c が大きくなるほど構造が形成されにくいことがわかる。また、質量の小さい星の数は増加していることがわかる。これは磁場によって生成される密度ゆらぎのパワースペクトルにより、小スケール側のゆらぎが増大されるためである。

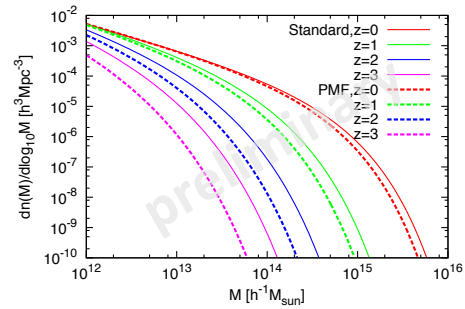


図 3.6: Press-Schechter 質量関数

4 Summary

今回、我々は球対称崩壊モデルにおいてローレンツ力を導入し、宇宙論的な磁場を含めた構造形成モデルを構築した。このモデルを用いて初期磁場による構造形成について考え、構造形成の閾値となる δ_c を求めた。その結果、PMF model では Standard model よりもこの値が大きく、崩壊する時刻が早いほど大きくなることがわかった。これを用いて Press-Schechter 質量関数を計算すると、PMF model では大スケールの構造形成が抑制されることがわかった。しかし、磁場のより厳密な取り扱いをするためには PMF を導入した数値シミュレーションが必須である。シミュレーション結果と比較し、我々の理論モデルをより強固なものにしていくことが今後の課題である。我々のモデルをより発展させ、Sunyaev-Zel'dovich 効果や cosmic shear の観測を組み合わせることで、宇宙磁場の起源に対してより強い制限を与えることができると期待される [Fedeli & Moscardini (2012)]。

Reference

- [1] Fedeli C., Moscardini L., 2012, JCAP
- [2] Gopal R., Roychowdhury S., 2010, JCAP
- [3] Tashiro H., Sugiyama N., 2011, MNRAS