

銀河風研究のための流体シミュレーションコード開発

村田 貴紀 (筑波大学大学院 数理物質科学研究科)

Abstract

本研究では、将来的に銀河の形成進化過程における銀河風の影響について調べることを目的としている。現在は銀河風の数値流体シミュレーションを行うため、リーマン近似解法の一つである HLLC 法のコードの開発を行っている。本発表では HLLC 法の概念と空間時間一次精度で実装したシミュレーションコードのテストについて報告する。

1 はじめに

銀河風とは銀河内から銀河外へ放出されるガスのことを指す。例として、図 1 に銀河風の $H\alpha$ 輝線で観測された銀河風を載せた。赤色で示されている部分が $H\alpha$ 輝線で観測された銀河風である。この銀河風の発生に深く関わっているのは超新星爆発であると考えられている。超新星爆発とは大質量星の進化の最終段階で起こる爆発現象であり、爆風が衝撃波を伴いながら星間空間を伝播する現象である。この衝撃波には星間空間のガスを加熱する効果がある。また、加熱されたガスは様々な過程により冷却される。もし、星間ガスの内部エネルギーが銀河の重力ポテンシャルエネルギーを超えていれば銀河風として銀河外に噴出する。一方、重力ポテンシャルエネルギーを超えられないと銀河内部にとどまることになる。従って、銀河の形成進化過程において銀河風が強い影響を及ぼすことが示唆される。

通常、星間ガスのダイナミクスを考えるときには流体近似が非常に良い近似となっている。本研究では、通常の流体力学計算に加え放射冷却や超新星爆発による加熱および質量放出、さらに、ダークマターや星、ガスの自己重力等を考慮した数値流体シミュレーションを行う。

星間ガスのダイナミクスを数値流体シミュレーションするためには、圧縮性を考慮した流体を考える必要がある。すなわち、圧縮性流体特有の現象である衝撃波を正確かつ安定に解くことが要求される。今回は質量放出などが一切存在しない、流体の基本方程式であるオイラー方程式を圧縮性を考慮して解くことを考える。オイラー方程式を解くための手法の

ひとつとして、Toro et al(1994) で提案された HLLC 法がある。この方法はリーマン問題 (衝撃波管問題) と呼ばれる初期値問題を近似的に解くことによりオイラー方程式を解くため、近似リーマン解法と呼ばれる。

(近似) リーマン解法では各セル表面におけるリーマン問題を計算することにより、オイラー方程式を解く。(近似) リーマン解法の特徴としては衝撃波の鋭い捕獲がある。このリーマン問題には解析解が存在するが、解析解を直接用いると計算コストが大きいので、近似リーマン解法が採用されることが多い。今回、HLLC 法を用いて数値流体シミュレーションを行った。この方法を採用した理由としては、計算量が小さな割に精度良く解を求めることができるからである。また、従来の方法であった HLL 法において無視をしていた接触不連続面を考慮することで、衝撃波だけでなく、接触不連続面もさらに鋭く捉えることができるからである。

今回は、第二章で流体力学について基本的な事柄の説明を行う。第三章、第四章でそれぞれ、HLL 法、HLLC 法の概念について説明する。第五章でテスト計算を行い、HLL 法と HLLC 法と厳密解との比較を行う。第六章ではまとめと今後の計画について議論する。

2 流体の基本方程式

銀河風を記述する方程式は、超新星爆発による質量放出を無視した場合



図 1: M82 における銀河風

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(p \delta_{ik} + \rho v_i v_k) = \rho g_i, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho H v_i) = \rho v_i g_i + G - \Lambda, \quad (3)$$

で表される。それぞれ、連続の式、運動方程式、エネルギー保存則である。ここで、 ρ 、 v 、 p 、 t 、 x 、 E 、 H は、流体の密度、速度、受ける圧力、時間、空間の位置、単位質量あたりのエネルギー、単位質量あたりのエンタルピーを表す。また、外場の影響として g 、 G 、 Λ は単位質量あたりの重力、単位質量あたりの加熱率、単位体積あたりの冷却率を表す。今回簡単のためデカルト座標 1 次元非粘性圧縮性流体を解くことを考える。また、(1)、(2)、(3)において右辺=0 である場合を今回は考える。すなわち

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

とまとめて書くことができる。(4)の各成分は

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v \\ \rho E \end{pmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v^2 + p \\ \rho H v \end{pmatrix}, \quad (5)$$

となる。(4)を積分形で表すと以下のようになる。

$$\oint_c (\mathbf{U} dx + \mathbf{F} dt) = 0. \quad (6)$$

(6)は時間方向と空間方向が保存することを表している。数値計算を行うため(4)をセルを用いて差分化する。

$$U_L^{n+1} = U_L^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{F}_{*L+\frac{1}{2}} - \mathbf{F}_{*L-\frac{1}{2}}). \quad (7)$$

ここで、L,R は考えているセル中心を基準として左右の差分化された点の物理量を表す。ただし、 $\Delta x = x_{L+1/2} - x_{L-1/2}$ 、 $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ である。また、セル内の平均値をそれぞれ、 U_L 、 $\mathbf{F}_{*L+\frac{1}{2}}$ とした。ここで、 $\mathbf{F}_{*L+\frac{1}{2}}$ は数値流束と呼ばれる。

3 HLL 法

HLL 法はリーマン問題を近似的に解く、リーマン近似解法のひとつである。リーマン問題とは初期値問題のひとつで、セルの境界で二状態を考え、それを初期条件とすることによりオイラー方程式を解く問題であり、衝撃波管問題とも呼ばれる(図2)。この問題には解析解が存在する。そのため、数値計算のテストとして用いられる。HLL 法の名前は手法の考案者である Harten Lax van Leer の頭文字の一部をとったものである

HLL 法は、各セル表面でリーマン問題を考える

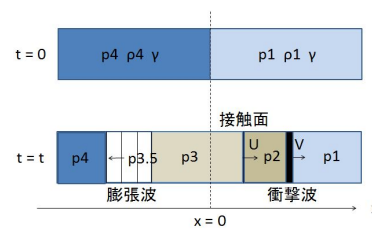


図 2: リーマン問題 (衝撃波管問題)

ことによって、流束を求める。今、例として $0 \geq S_L$ 、 $0 \leq S_R$ である場合を考える。この方法ではリーマン問題を考える際に表れる波(特性速度)の内、最大、最小の特性速度 S_L 、 S_R のみに注目し、最大、最小特性速度で囲まれた区間(図3)を一様の物理状態 U_* 、 \mathbf{F}_* であると考え。その他の領域は物理量の情報が伝わっていないので初期状態の U 、 \mathbf{F} である。このときの中間状態は以下のように与えられる。

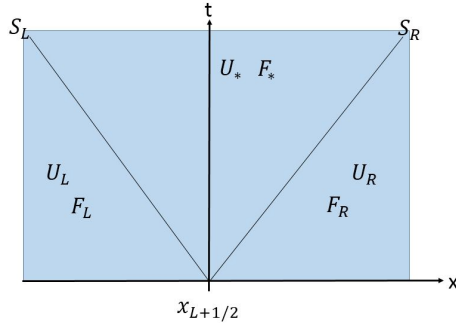


図 3: HLL 法

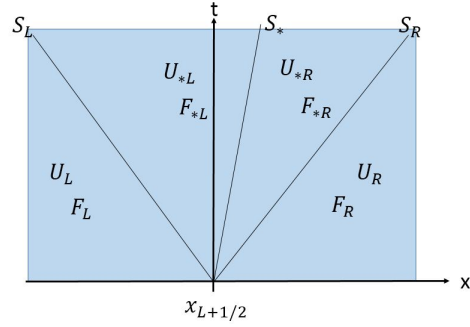


図 4: HLLC 法

$$U_* = \frac{S_R U_R - S_L U_L + F_L - F_R}{S_R - S_L}, \quad (8)$$

$$U_{L+1/2}^{hll} = \begin{cases} U_L & 0 \leq S_L \\ U_* & S_L \leq 0 \leq S_R \\ U_R & 0 \geq S_R \end{cases}, \quad (9)$$

$$F_{*L+1/2}^{hll} = \begin{cases} F_L & 0 \leq S_L \\ F_L + S_L(U_* - U_L) & S_L \leq 0 \leq S_R \\ F_R & 0 \geq S_R \end{cases}, \quad (10)$$

(8)、(9)、(10) により数値流束を計算し、(7) を用いて物理量の時間発展を考える。

4 HLLC 法

HLL 法では最大、最小特性速度のみを考えたため、中間の特性速度 S_* を考慮していない。そのため、中間特性速度に沿って発生する接触不連続面を良く捕らえることができない。そこで、中間状態を中間の特性速度に沿って二分割することにより HLL 法を改良する方法が Toro et al(1994) により提案された。この方法の構造は図 4 となる。

このときの中間状態は以下のように与えられる。

$$U_{*k} = \rho_k \left(\frac{S_k - v_k}{S_k - S_*} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ S_* \\ \frac{E_k}{\rho_k} + \left(S_* + \frac{p_k}{\rho_k(S_k - v_k)} \right) \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$U_{L+1/2}^{hllc} = \begin{cases} U_L & 0 \leq S_L \\ U_{*L} & S_L \leq 0 \leq S_* \\ U_{*R} & S_* \leq 0 \leq S_R \\ U_R & 0 \geq S_R \end{cases}, \quad (12)$$

$$F_{*k} = F_k + S_k(U_{*k} - U_k), \quad (13)$$

$$F_{*L+1/2}^{hllc} = \begin{cases} F_L & 0 \leq S_L \\ F_{*L} & S_L \leq 0 \leq S_* \\ F_{*R} & S_* \leq 0 \leq S_R \\ F_R & 0 \geq S_R \end{cases}, \quad (14)$$

ここで、 $k = L, R$ である。(11)、(12)、(13)、(14) により数値流束を計算する。これが HLLC 法である。因みに、HLLC 法の C は接触不連続面を意味する contact surface の C をとったものである。

5 結果

今回、衝撃波管問題を HLL 法と HLLC 法を用いて数値計算を行った。初期条件は図 2 において $p_1 = 0.05, \rho_1 = 0.1, v_1 = 0, p_4 = 1.0, \rho_4 = 1.0, v_4 = 0$ とし、 $\gamma = 5/3$ を用いた。図 5 は格子間隔の空間方向 0.05、メッシュ数 200、 $t = 1.12$ の密度分布を厳密解、HLL 法、HLLC 法を比較している。厳密解、HLL 法、HLLC 法は実線、緑のシンボル、赤のシンボルで表されている。図 5 は厳密解との比較であり、膨張波、衝撃波が良く捕らえられていることが分かる。すなわち、接触不連続面を除いて厳密解に良く一致していることが分かる。すなわち、HLL 法、HLLC 法で

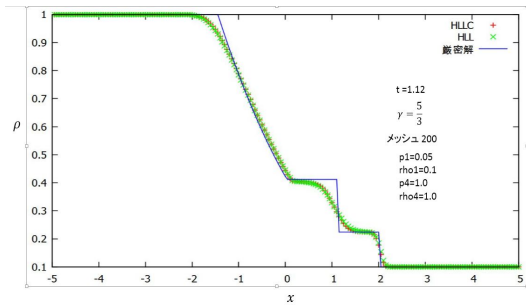


図 5: 密度分布における衝撃波管厳密解との比較

コードが正しく書けていると言える。

次に、HLL 法と HLLC 法の違いを詳しく見るために、初期条件として $p_1 = 0.01, \rho_1 = 1.0, v_1 = -19.59745, p_4 = 1000.0, \rho_4 = 1.0, v_4 = -19.59745$ 考える。今、図 6 は $t = 0.41$ における密度分布を表している。HLL 法、HLLC 法は赤のシンボル、緑のシンボルで表されている。

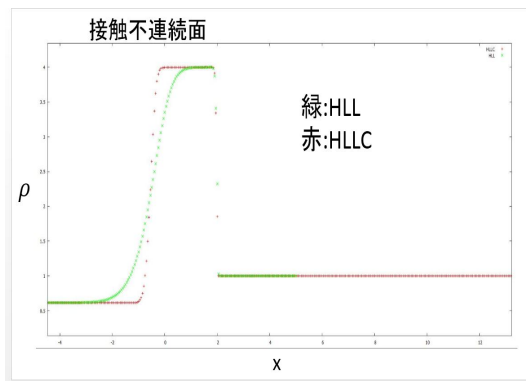


図 6: 密度分布における HLL 法、HLLC 法比較

図 6 を見ると、HLL 法より、HLLC 法の方が接触不連続面を上手く捕らえていることが分かる。よって、HLLC 法で接触不連続面を考慮したことにより、接触不連続面を HLL 法より正しく表すことができることが分かる。

6 結論とこれからの計画

HLLC 法でコードを実装することができた。また、HLL 法よりも HLLC 法の方が厳密解を上手く表し、接触不連続面をより鋭く捉えることができることが分かった。

これからの計画としては、まずは今回実装した HLLC 法のコードを用いて一次元球座標における超新星爆発のテスト問題を行いたい。その後、三次元球座標に拡張し、ソース項を取り入れることにより銀河風の多次元シミュレーションを行いたい。そして、その後は輻射輸送の影響も取り入れて行きたい。

Reference

- [1] E.F.Toro, M.Spruce, W.Speares. Restoration of contact surface in the HLL Riemann solver. Shock Waves (1994) p25-p34
- [2] 三好隆博、草野完也 高速プラズマ流を伴う計算機シミュレーションの基礎 (2007) J.Plasma Fusion Res.Vol83, No3(2007) p228-p240
- [3] 三好隆博 磁気流体力学方程式に対する近似リーマン解法
- [4] 水田晃 相対論的流体方程式の数値解法 (2011) 原子核研究, vol.56, No.1, (2011), pp. p59-p78
- [5] E.F.Toro Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics A Practical Introduction Third Edition (2009) Springer
- [6] 富阪幸治他 シミュレーション天文学 シリーズ現代の天文学 第 14 巻 (2007) 日本評論社
- [7] 藤井孝蔵 流体力学の数値計算法 (1994) 東京大学出版会
- [8] CHANDRA X-RAY OBSERVATORY HP Hubble Optical Image of M82
<http://chandra.harvard.edu/photo/2006/m82/more.html>