

# 超相対論的流体における衝撃波中の輻射輸送シミュレーション

石井 彩子 (東北大学大学院 工学研究科)

## Abstract

宇宙最大級の爆発現象であるガンマ線バースト (GRB) は、発見以来数十年が経過している現在もその発生メカニズムが解明されておらず、宇宙物理学の重要なテーマの 1 つである。GRB の起源となる天体現象として、大質量天体周辺で形成される相対論的ジェットが挙げられている。相対論的ジェットを起源とする GRB の可能性を探るには、相対論的流体と輻射輸送のカップリング計算が必要である。しかし、カップリング計算を行うにあたり、背景が相対論的流体である場合に放射、吸収、散乱などを評価する共動系と観測者系の間の変換を矛盾なく行う手法は確立されていない。そこで本研究では、同一の衝撃波について衝撃波が静止している系と衝撃波が相対論的速度で動いている系でそれぞれ輻射輸送計算を行い、結果を同一の系で比較・検討し、相対論的流体を背景場とする輻射輸送計算中での異なる系の間の変換手法を構築する。

## 1 はじめに

宇宙最大級の爆発現象であるガンマ線バースト (GRB) は、発見から既に 40 年以上経過しているが未だにその発生メカニズムが明らかにされていない。観測結果から、大質量星がその進化の最終過程で起こす超新星爆発が GRB の起源として有力な候補とされている。しかし、超新星爆発のような等方的なエネルギー放出を仮定すると膨大なエネルギーが必要となり、エネルギー生成の観点から説明が難しい (1)。

近年、大質量天体の重力エネルギーの解放に伴って形成され、極めて光速に近い流速を持ち空間的に集束したプラズマの流れ (相対論的ジェット) が GRB の起源となる可能性が指摘されている。相対論的ジェットのような狭い領域に絞られたエネルギー放出を起源と考えると、エネルギー生成についての説明が比較的容易になる。また、極めて光速に近い流速を持つ超相対論的ジェットでは、物質の温度があまり高くない場合でも高エネルギー光子が放射される可能性がある。

本研究では相対論的ジェットを GRB の起源と考え、ジェット中のガンマ線の輻射輸送を数値的に計算する。先行研究より、ジェットの空間的構造が観測される放射スペクトルに影響を与えることが指摘されており (2)(3)、より精密に実際の現象を再現する計算を行うためには、相対論的流体シミュレーションと輻射輸送シミュレーションをカップリングし、時間発展す

る相対論的流体場を背景に輻射輸送計算を行う必要がある。しかしカップリング計算を行うにあたって、背景場が相対論的流体である場合、放射、吸収、散乱を評価する共動系と、流体計算における慣性系の間の変換を矛盾なく行う必要がある。

本研究では、同一の衝撃波について衝撃波が静止している系と衝撃波が動いている系でそれぞれ輻射輸送計算を行い、結果を同一の系で比較したときに同等のものになるかを評価する。

## 2 数値計算法

本研究では数値計算法としてモンテカルロ法を用いる。輻射輸送を評価するには次の式 (1) のような輸送方程式を解く必要がある。

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla\right) I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, \nu, t) = j(\nu, T) + \frac{\rho(\mathbf{r}, t)}{4\pi} \int \int \sigma(\nu) I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', \nu', t) \phi(\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{\Omega}, \nu', \nu) d\nu' d\boldsymbol{\Omega}' - [k(\nu) + \sigma(\nu)] \rho(\mathbf{r}, t) I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, \nu, t), \quad (1)$$

ここで、 $I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, \nu, t)$  は光の強度であり、位置ベクトル  $\mathbf{r}$ 、光の進む方向ベクトル  $\boldsymbol{\Omega}$ 、光の振動数  $\nu$ 、時刻  $t$  の関数である。また、 $c$  は光速であり、 $j$ 、 $k$ 、 $\rho$ 、そして  $\sigma$  はそれぞれ単位時間単位体積当たりのエネルギー放出率、吸収断面積、質量密度、そして散乱断面積を表している。散乱カーネル  $\phi(\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{\Omega}, \nu', \nu)$  は、光の入射

方向  $\Omega'$ , 入射光の振動数  $\nu'$ , 光の散乱方向  $\Omega$ , そして散乱光の振動数  $\nu$  によって定義される.

散乱を考慮しながら輻射輸送方程式を取り扱うには, この微分積分方程式を  $I$  について解く必要がある. しかしながら,  $I$  は空間 3 次元, 方向 2 次元, 振動数 1 次元, 時間 1 次元の合計 7 つの独立変数に依存する変数であるため, 解析解を得ることが難しいばかりか, このままの形で数値計算しようとしても膨大な計算コストを消費してしまうことになる. そこで本研究では, 散乱を含んだ輻射輸送方程式を解く手段として比較的容易なモンテカルロ法を用いた. モンテカルロ法は多数のサンプル粒子を追跡し, 一様乱数を用いて確率的に方程式を解く手法であり, 散乱を含む輻射輸送方程式のような多変数の式について現実的な計算コストで解の概形を得る手段として有用である. モンテカルロ法は扱う粒子数が多ければ多いほど解の精度を上げることが可能であり, その一方で少量の粒子では統計誤差が大きくなってしまうため, 多数の粒子を扱うことが重要である. しかし, 粒子数の増加によって長い計算時間を必要とするため, 本研究では並列化を施したモンテカルロコードを用いる (4). モンテカルロ法では粒子それぞれについて軌道を追うため, 粒子分割の並列計算に向いている.

### 3 シミュレーション条件

#### 3.1 計算条件

衝撃波が形成されている背景の流体場中に多数のサンプル光子を放出し, 確率的に散乱や吸収を発生させることによってガンマ線輸送を再現し, 流体場から放出される光のエネルギーと放射方向を調べる. 放射過程は次の式 (2) で表されるような制動放射を仮定する (7).

$$j(\nu, T) d\nu = \frac{32\pi}{3} \left( \frac{2\pi}{3k_B T m_e} \right)^{1/2} \frac{Z^2 e^6}{m_e c^3 h} N_+ N_e, \quad (2)$$

ここで,  $k_B$ ,  $m_e$ ,  $Z$ ,  $e$ ,  $N_+$ ,  $N_e$ , そして  $h$  はそれぞれボルツマン定数, 電子質量, イオン価, 素電荷, イオン数密度, 電子数密度, そしてプランク定数である. また, 吸収過程, トムソン散乱に加え, コンプトン散乱も考慮に入れて計算を行う.

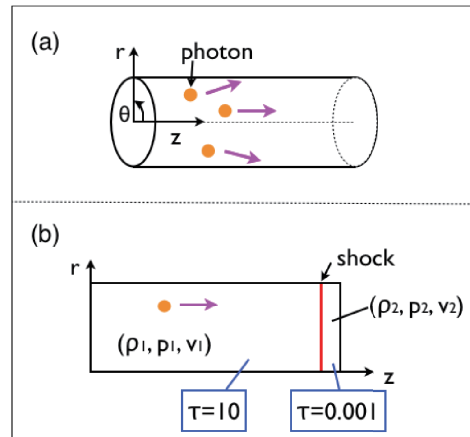


図 1: 計算条件.

計算領域は図 1(a) のような円筒座標系で考える.  $r, \theta$  方向に 1 つ,  $z$  方向に 2 つのセルに分割し, 図 1(b) のように衝撃波上流側のセルに物理量  $(\rho_2, p_2, v_2)$ , 下流側のセルに  $(\rho_1, p_1, v_1)$  を設定し, セル境界を衝撃波面と仮定して, 上流と下流が Rankine-Hugoniot (R-H) の関係式を満たすように決定する. また,  $z$  方向の計算領域の大きさについては, 衝撃波下流側の領域の光学的厚さを  $\tau = 10$ , 下流側の領域で  $\tau = 0.001$  とし,  $\tau = (\text{散乱断面積}) \times \rho dz$  から決定する.  $r$  方向の計算領域の大きさは,  $z$  方向計算領域の大きさと同じになるようにする. また, 計算時間の上限は 300 s とし, 衝撃波静止系における初期時間ステップは  $\Delta t = 1$  s とする. 時間の進み方は固有時間 (5) を考慮し, ローレンツファクター  $\Gamma$  で動いている系に対しては,  $\Delta \bar{t} = \Delta t / \Gamma$  とする.

#### 3.2 衝撃波形成

背景場の衝撃波については, 以下の相対論的流体に対する R-H 関係式を用いて波面前後の物理量を設定する (6).

$$[\rho u^z] = 0 \quad (\text{質量保存則}) \quad (3)$$

$$[\rho h (u^z)^2 + p] = 0 \quad (\text{運動量保存則}) \quad (4)$$

$$[\rho h u^0 u^z] = 0 \quad (\text{エネルギー保存則}) \quad (5)$$

ここで,  $u$  は四元速度,  $h$  は比エンタルピー,  $p$  は圧力である. これらの関係式より, 衝撃波上流側の

物理量  $(\rho_2, p_2, v_2)$  を決めると衝撃波下流側の物理量  $(\rho_1, p_1, v_1)$  が計算できる。まず衝撃波静止系については、衝撃波上流側の物理量を  $(\rho_2, p_2, v_2) = (1 \times 10^{-11} \text{g/cm}^3, 1 \times 10^7 \text{dyn/cm}^2, -0.99999 \text{cm/s})$  と与える。この時の流速  $v_2$  の値は、ローレンツファクター 220 程度に相当する。この条件における衝撃波上流側および下流側の物理量を表 1 に示す。

表 1: 衝撃波前後の物理量変化.

	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$p$ [dyn/cm <sup>2</sup> ]	$v$ [cm/s]
上流側	$1 \times 10^{-11}$	$1 \times 10^7$	$-0.999c$
下流側	$2.49 \times 10^{-9}$	$4.16 \times 10^{11}$	$-0.666c$

### 3.3 慣性系の変換

同一の衝撃波で慣性系の異なる場合を考えるために、以下の式を用いて衝撃波上流および下流側の流速を変換する (5)。

$$W' = \frac{W + v}{1 + Wv}, \quad (6)$$

ここで、 $W$  は衝撃波静止系での流速、 $W'$  は変換後の流速、 $v$  は 2 つの系の相対速度を表している。本稿では、衝撃波静止系、衝撃波がローレンツファクター  $\Gamma = 10$ 、および  $\Gamma = 100$  で動いている系について比較する。衝撃波が動いている系については、上式中の  $v$  に衝撃波が動いている速度を代入する。

## 4 計算結果と考察

上記のように設定された衝撃波の背景場中で輻射輸送のモンテカルロ計算を行い、放出される光子の方向分布を調べる。慣性系の異なる場合についてそれぞれ計算し、それらの結果を同一の系にて比較することで、計算の妥当性を評価するとともに、超相対論的な流体場中の輻射輸送計算において信頼性の高い解を得るための計算条件について考察する。

### 4.1 方向分布の比較

計算の結果得られた異なる慣性系における光子の方向分布の比較を示す (図 2)。衝撃波静止系では流速の向きは  $z$  軸負方向であるため、光子は  $z$  の負方向に強く散乱されるが、衝撃波が動いている系においては、衝撃波速度を  $\Gamma = 10, 100$  と増していくとそれに伴って流速は  $z$  軸正方向に増していくため、光子の方向分布は次第に正方向に偏向していく。次にそれぞれの慣性系における光子の方向分布を、1 つ 1 つの光子の方向についてローレンツ変換を行うことによって、すべて衝撃波静止系に揃えて表示する (図 3)。系の変換を行うと、衝撃波が動いている系であっても後方へ向かう光子が多数であるような分布をとり、衝撃波静止系と同一の傾向を示した。しかし、完全に一致はしなかった。この不一致の原因については、次節で検討する。

### 4.2 散乱および吸収を除いた計算

次に、散乱および吸収を除いた計算による結果を示す。光子は等方的に放射され方向を変えずに進むため、異なる慣性系においても方向分布は一致するはずである。各慣性系での方向分布を衝撃波静止系に合わせて変換したものを図 4 に示す。変換後の各系での方向分布は衝撃波静止系とよく一致している。図 3 と比べると、後方に多く分布しているという傾向だけでなく分布の形までよく合っているのがわかる。このことより、散乱および吸収を除いた計算では各慣性系での方向分布はよく一致するが、散乱・吸収の効果を入れると何らかの不具合が生じることがわかった。

## 5 まとめと今後の予定

本研究では、相対論的ジェットを GRB の起源と考え、ジェット中のガンマ線輸送を精密に再現することを目指し、相対論的流体と輻射輸送のカップリング計算における慣性系の変換手法を構築し、慣性系の異なる衝撃波中の輻射輸送モデル計算を通して検討した。それぞれの慣性系で放出される光子の方向分布を調べ、方向についてローレンツ変換を行うことによって、すべて衝撃波静止系に揃えた上で、その傾向

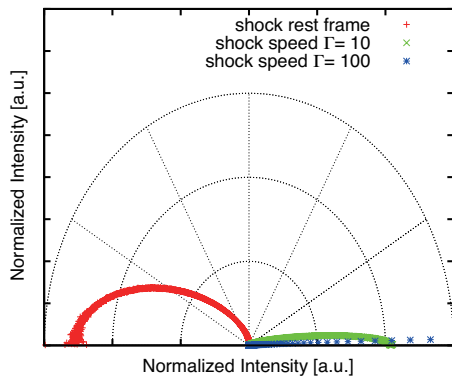


図 2: 異なる系における光子の方向分布比較.

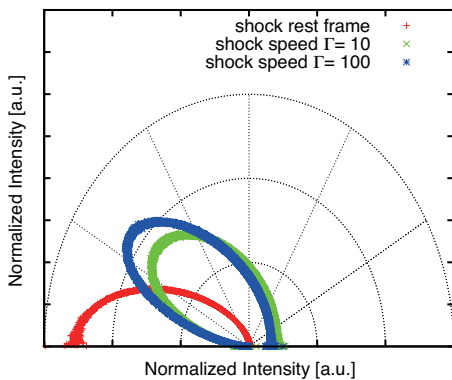


図 3: 衝撃波静止系へ変換後の方向分布比較.

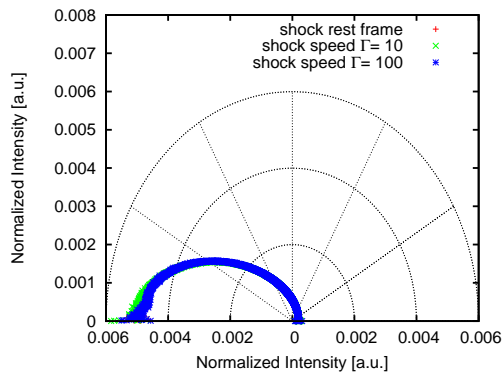


図 4: 散乱・吸収を除いた計算での方向分布比較.

を比較した。その結果、異なる慣性系で計算した結果であっても、衝撃波静止系に変換後はその特徴に一致が見られた。ただし、散乱および吸収を除いた計算により得られた方向分布は、傾向だけでなくその分布の形までよく一致することが確認された。つまり、散乱および吸収を考慮した際に計算上で何らかの

不具合が生じている。

これらの計算結果より、異なる慣性系での計算結果はある系に合わせて変換すると概ね同じような傾向を示すことがわかった。しかし、散乱および吸収を考慮した計算においては方向分布は完全に一致せず、ずれが生じた。今後はこのずれをなくし、異なる慣性系で計算した結果であっても変換を行うことにより一致した解が得られる計算手法を検討する。そして、流体計算と輻射輸送計算のカップリングを行い GRB を数値シミュレーションによって再現することを目標にする。

## Reference

- [1] P. Meszaros, “Gamma-ray burst”, *Journal of Progress in Physics*, Vol. 69, No. 8, 2006, pp. 2259–2321.
- [2] H. Nagakura, H. Ito, K. Kiuchi, and S. Yamada, “Jet Propagations, Breakouts, and Photospheric Emissions in Collapsing Massive Progenitors of Long-Duration Gamma-Ray Bursts”, *Astrophysical Journal*, Vol. 731, No. 2, 2011, pp. 80–97.
- [3] A. Mizuta, T. Yamasaki, S. Nagataki, and S. Mineshige, “Collimated Jet or Expanding Outflow: Possible Origins of Gamma-ray Bursts and X-ray Flashes”, *Astrophysical Journal*, Vol. 651, No. 2, 2006, pp. 960–978.
- [4] A. Ishii, N. Ohnishi, H. Nagakura, H. Ito, and S. Yamada, “Parallel Computing of Radiative Transfer in Relativistic Jets Using Monte Carlo Method”, *High Energy Density Physics*, 2013.
- [5] B. シュッツ 著, 江里口良治, 二間瀬敏史 共訳, シュッツ相対論入門, 丸善, 2010.
- [6] 水田晃, “相対論的流体方程式の数値的解法 1”, *原子核研究*, Vol. 55, No. 2, 2011, pp. 60–74.
- [7] Y. B. Zeldovich and Y. P. Raizer, *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena*, Dover Publications, 2002.