

相対論的 MHD ジェットの加速機構

杜 驍 (東京大学大学院 理学系研究科)

Abstract

本稿では相対論的 MHD ジェットの効率的な加速についてレビューした。相対論的ジェットは AGN やクエーサー、GRB において発生している相対論的な速度を持つ細く絞られたプラズマの流れであると考えられている。降着流によるエネルギーの供給等とともにこの現象を説明するモデルとして MHD 流れが広く議論されてきたが、軸対称定常流で相対論的な場合には電磁場のエネルギーが流体の運動エネルギーに効率的に変換されず、運動エネルギー優勢な観測結果を説明出来なかった。そのため、軸対称 MHD 流れの中での Poynting エネルギーから運動エネルギーへの変換機構が解析と数値計算の双方で調べられてきた。Komissarov et al. (2009)、Lyubarsky (2010) などより外部からの単純な境界条件でもって流れを制限した場合に Poynting エネルギーが十分に運動エネルギーに変換されることがわかったが、それは観測結果が要求する迅速な変換ではなかった。Fendt & Ouyed (2004) は磁力線の釣り合いを考慮せずに磁場に $B_p r^2 \propto r^{-q}$ のべき乗の分布を与え、 $q > 0$ の場合に急激な加速が与えられることを示した。さらに、Toma & Takahara (2013) は外部との境界付近において効率的な加速を与える磁力線の形状の具体例を与え、MHD によって相対論的ジェットの運動エネルギー優勢を説明できる可能性を示した。

1 Introduction

相対論的ジェットは活動銀河核 (AGN)、マイクロクエーサーなどで実際に観測され、線バースト (GRB) 中でも発生していると考えられている。ジェットは一般に中心天体であるブラックホール (BH) への降着流、または BH 本体の回転エネルギーが電磁流体力学 (MHD) 的に変換されて外部に流れ出したものであると考えられている。MHD ジェットを考えるならば、流出口においてジェットは Poynting エネルギー優勢であると考えられているのに対して、吹き出された流体による放射等の観測結果は運動エネルギーが優勢であることを示している。従ってこれまで Poynting エネルギーから運動エネルギーへの変換機構について多くの議論がなされてきた。Komissarov et al. (2009) は定常軸対称 MHD の外側に壁を境界条件として設けて、これまででない広い空間スケールで数値計算を行なった。その結果、放物線状の壁の場合にエネルギーが等分配になるまでの効率的な加速が得られた。このとき、磁場は中心軸付近で絞られ、磁力線が広がるため、磁場の強さが減少し流体の運動エネルギーに転換される。また、Lyubarsky (2010) は光円錐の外側における方程式の漸近形を

え、軸方向の高さ z の冪に比例する圧力を境界条件として課し、同じく境界条件で制限することによってエネルギーの転換が得られるという結果を得た。しかし、これらによるとエネルギー転換は (Poynting flux / Kinetic flux) を表す σ がおよそ 1 になるまではすぐに達成されるが、その後は加速が急激に減退し、 $\sigma \leq 0.1$ となるのは非常に遠方となる。これは中心天体の Schwarzschild 半径 r_s の $10^3 - 10^4$ 倍離れたところでそれが達成されるという観測結果と矛盾する。これは以上二つの議論において簡単なべき乗の境界条件を課している場合の結果であって、より複雑で非自明な境界条件を与えることで効率のよい加速が可能かどうかを確かめなくてはならない。これに対して手がかりを与えたのは Fendt & Ouyed (2004) である。彼らは磁力線の釣り合いや境界条件は考慮せずに磁場を $B_p r^2 \propto r^{-q}$ のべき乗分布とにおいてその磁力線上での Bernoulli eq. を解き、 $q > 0$ のときに fast point 前後で急激な加速があることを見出した。そして、Toma & Takahara (2013) はこのような効率的な加速を与える境界条件と磁力線の形状の具体例を与えた。以下の文では軸対称定常相対論的 MHD 流の基礎方程式とその積分を示し、無限

遠方に加速する Wind solution の条件を与える。また、光円錐の外での漸近形からエネルギー変換は磁場の減少によってなされることを示し、効率的な加速をするような磁力線の形状と境界条件の具体例を示す。

2 Methods

本稿ではジェットの発生機構については取り扱わない。簡単のため、ジェットは冷えたプラズマであり熱力学的な圧力が無視でき、さらに中心天体による重力も無視する。軸対称、定常な理想 MHD 流れを仮定する。基礎方程式は以下のようになる。

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho c^2 (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \frac{1}{4\pi} [(\nabla \cdot \mathbf{E}) \mathbf{E} + (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}] \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (4)$$

$$\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} = 0 \quad (5)$$

ただし、 $\mathbf{u} = \Gamma \mathbf{v}/c$ は規格化された四元速度の空間成分で、 Γ は流れの Lorentz 因子である。軸対称であることを用いてこれらの方程式は磁力面上で積分でき、流れは磁力面 Ψ 上の保存量 $\eta, \Omega, \mathcal{L}, \mathcal{E}$ をもち、

$$v_p = \kappa B_p \quad (6)$$

$$v_\varphi = \kappa B_\varphi + r\Omega(\Psi) \quad (7)$$

$$4\pi\rho\Gamma\kappa = \eta(\Psi) \quad (8)$$

$$r\Gamma v_\varphi - \frac{rB_\varphi}{\eta} = \mathcal{L}(\Psi) \quad (9)$$

$$\Gamma - \frac{rB_\varphi\Omega}{c^2\eta} = \mathcal{E}(\Psi) \quad (10)$$

が成り立つ。添字の p はポロイダル成分を表し、 φ はトロイダル成分を表す。運動方程式の磁力面に垂直な成分は磁力面同士の力の釣り合いを表す方程式で、 $B_p(\Psi, r)$ を決めるいわゆる Grad-Shafranov(GS) 方程式でありここでは扱わない。

$B_p = B_p(\Psi, r)$ を与えれば、 $\rho, \Gamma, \kappa, v_\varphi, B_\varphi$ が保存量 $\eta, \Omega, \mathcal{L}, \mathcal{E}$ をパラメータとして代数的に求まる。

$$\Gamma^2 - u_p^2 - u_\varphi^2 = 1 \quad (11)$$

の関係を用いれば、Bernoulli equation

$$u_p^2 + 1 = \mathcal{E}^2 \frac{x^2(1 - x_A^2 - M^2)^2 - [x^2 M_A^2 - M^2 x_A^2]^2}{x^2(1 - x^2 - M^2)^2} \quad (12)$$

が得られる。ただし、 r を光円錐の半径 $r_{lc} = c/\Omega$ で割って $x = r/r_{lc}$ と無次元化し、さらに Alfvén Mach number と Alfvén 点を以下のように定義して上式に用いた。

$$x_A = \sqrt{\frac{\Omega \mathcal{L}}{c^2 \mathcal{E}}} \quad (13)$$

$$M_A^2 = 1 - x_A^2 \quad (14)$$

$$M = \sqrt{\Gamma \kappa \eta} \quad (15)$$

原点近傍から無限遠まで連続的に加速するには、式 (12) の分母が 0 となるときに分子も 0 とならなくてはならないことから、解は Alfvén 点を通る、すなわち

$$x = x_A \text{ のとき } M = M_A \quad (16)$$

でなくてはならない。さらに、式 (12) の導関数はある半径で発散しうる。具体的には、導関数が発散するのは

$$u_p^2 = \frac{B_p^2(1 - x^2) + B_\varphi}{4\pi\rho c^2} \quad (17)$$

となるときであり、上式を満たす点で導関数の分子も 0 となる (これを fast point を通るといふ) 解のみがこの値を超えて連続的に加速できる。この 2 点を通る解を Wind solution という。[Camenzind (1986)] 式 (9)(10) から B_φ を消去して、

$$\frac{v_\varphi}{c} = \frac{c}{r\Omega} \left(1 - \frac{\mathcal{E} - \mathcal{L}\Omega/c^2}{\Gamma}\right) \quad (18)$$

を得る。流出口における値を $v_{\varphi, in}$ として、 $v_{\varphi, in} \ll c$ 、 $r_{in} < \frac{c}{\Omega} = r_{lc}$ であるとすると、

$$\mathcal{E} - \mathcal{L}\Omega/c^2 = \Gamma_{in} \left(1 - \frac{v_{\varphi, in}}{c} \frac{\Omega r_{in}}{c}\right) \sim \Gamma_{in} \quad (19)$$

$$\frac{v_\varphi}{c} \cong \frac{c}{r\Omega} \left(1 - \frac{\Gamma_{in}}{\Gamma}\right) \quad (20)$$

である。 $r \gg r_{lc}$ 、 $\Gamma \gg \Gamma_{in}$ のとき、 v_φ は r^{-1} に従って減少する。 $r \gg r_{lc}$ 、 $v_p \sim c$ 、 $v_\varphi \ll c$ のとき、式 (6)(7) より

$$-\frac{B_\varphi}{B_p} \sim \frac{r\Omega}{c} \gg 1 \quad (21)$$

となる。この式と式 (10) より

$$\mathcal{E} \sim \Gamma + \frac{\Omega^2}{\eta c^3} B_p r^2 \quad (22)$$

である。この式から、運動エネルギーを表す Γ が増加するにはポロイダル方向の磁場と軸からの距離の二乗の積が遠方に行くほど減少しなくてはならないことがわかる。Fendt & Ouyed (2004) はポロイダル磁場に $B_p r^2 \propto r^{-q}$ という形を与え、数値的に解いて Wind solution を得た (図 1)。光円錐 ($x = 1$) からスタートする解は最初の部分で発散しているので解としては採用しない。fast point は $x \sim 3.2$ で通過していて、もう一つの実線で表された解を見るとその付近で急速に加速していることが図からわかる。

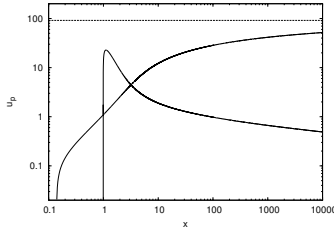


図 1: $q = 0.1, B_p(x = 1)/(c\eta) = 100, x_A = 0.995, \mathcal{E} = 91.6$ の場合の Wind solution。図中の点線は Lorentz 因子の上限 $\Gamma \sim \mathcal{E}$ を表す。

q を大きくすれば、加速をさらに急にすることができる。しかし、このような磁場の分布を与えるような磁力線の形状は GS 方程式を解く必要があり、その境界条件は自明ではない。

Toma & Takahara (2013) は外部との境界近傍の磁力線の形状を仮定し、これが $r \sim 10^3 r_s$ で運動エネルギー優勢を再現することを示した。方程式の漸近形の最低次では

$$\left(\frac{1}{\mathcal{E} - \Gamma} - \frac{1}{\Gamma^3} \right) d\Gamma = -\frac{dS}{S} \quad (23)$$

というように管の断面積 S が $S = 1/B_p r^2$ であるような Laval 管と同一の方程式を持つ。その結果、fast point 付近では一般に $\Gamma \sim (\mathcal{E} - \Gamma)^{1/3}$ と見積もられる。Laval 管とちがって S に極値がなくても臨界点を通れるのは漸近形のより高次の効果である。Laval 管にならない、fast point 付近で管 S に適当な”くびれ”

をいれて計算したところ、単調減少する S と比べて加速効率に有意な差が見られなかった。従って、fast point より内側の磁場の形状によらず fast point では $\Gamma \sim (\mathcal{E} - \Gamma)^{1/3}$ であり、内側の磁場の形状の加速効率への寄与は少ないと考えられる。

境界が

$$y = A_0 x^{a_0} \quad (24)$$

の形を持つ仮定する。ただし、磁力線がすべて同じ原点から出ているとすると、そこでの磁場は無限大になるので、図 2 のように、磁力線及び流線は原点ではなく有限の距離 r_0 から出ていなくてはならない。先の議論より fast point の半径の内側の磁場の形状は加速への寄与が小さいので、計算の際には図 2 の点線を用いてもよい。流出口での方位角磁場は無視して、この r_0 とそこでの重力による回転速度から、

$$\Omega(\Psi_0) = \sqrt{\frac{GM}{r_0^3}} = \sqrt{\frac{r_s c^2}{2r_0^3}} \quad (25)$$

よって、光円錐は

$$r_{lc}(\Psi_0) = \frac{c}{\Omega(\Psi_0)} = \sqrt{\frac{2r_0^3}{r_s}} = \sqrt{2} R_0^{3/2} r_s \quad (26)$$

$(R_0 \equiv r_0/r_s)$

である。 R_0 は 2~8 程度の値に取る。そして、観測においてジェットの開口角度が $r_e/z_e \sim 0.1$ であることと放射が中心天体から $z_e \sim 10^3 - 10^4 r_s$ 離れたところで起こることから、これらを式 (24) に代入して A_0 と a_0 に制限を与える。外部との境界における磁力線の Ψ を $\Psi = \Psi_0$ とし、 $y = z/r_{lc}, x = r/r_{lc}, \psi = \Psi/\Psi_0$ とする。境界近傍での磁力線の形状として、

$$y = A_0 x^{a_0} + F(\psi) x^b \quad (27)$$

と仮定する。ただし、 $a_0 < b, F(\psi) < A_0, F' < 0$ とする。 F' は F の導関数を表す。磁場は

$$B_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad (28)$$

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (29)$$

$$B_p = \sqrt{B_r^2 + B_z^2} \quad (30)$$

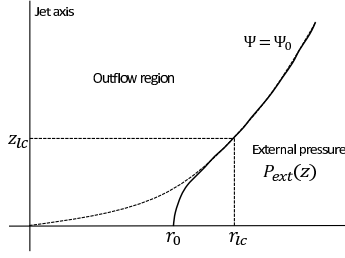


図 2: $q = 0.1, B_p(x = 1)/(c\eta) = 100, x_A = 0.995, \mathcal{E} = 91.6$ の場合の Wind solution.

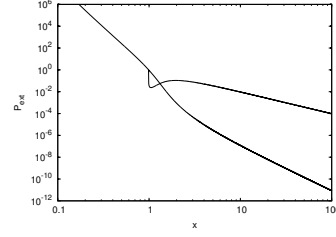


図 4: 圧力分布。解として採用されるのは大きな折れ曲がりを持たない方の曲線である。

より、

$$B_p x^2 = \frac{\Psi_0 A^{a_0-b} + F}{r_{lc}^2 - F'} \times \sqrt{\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \left(\frac{A_0 a_0 x^{a_0-1} + F b x^{b-1}}{A_0 x^{a_0-1} + F x^{b-1}}\right)^2} \quad (31)$$

境界上 ($\Psi = \Psi_0$) では $F_0 = F(\psi = 1) = 0$ として、

$$B_p x^2 = \frac{\Psi_0 A^{a_0-b}}{r_{lc}^2 - F'_0} \sqrt{\left(\frac{x}{y}\right)^2 + a_0^2} \quad (32)$$

である。外部からの圧力は磁力面上の磁気圧と釣り合うので、

$$P_{ex}(z) = \frac{1}{8\pi} (B_p^2 + B_\varphi^2 - E^2)_{\Psi=\Psi_0} \quad (33)$$

で与えられる。結果を図 3、4 に示した。 $\sigma \leq 0.1$

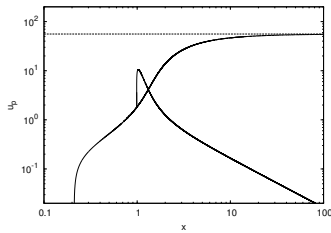


図 3: $B_p(x = 1)/(c\eta) = 100, A_0 = 1.0, a_0 = 2, F_0 = 0, b = 3, x_A = 0.991, \mathcal{E} = 55.8$ の場合。図 1 の場合と同様に、解として採用されるのは $x = 1$ より内側から始まる実線である。点線は $\Gamma \sim \mathcal{E}$ を表す。

となるのは $x \geq 18$ で、これは $R_0 = 4$ のとき $z \geq 3.2 \times 10^2 \times \sqrt{2} R_0^{3/2} r_s \sim 4 \times 10^3 r_s$ に対応する。図 4 から、外部の圧力は fast point 近傍で急激に下がり、その後も z^{-2} に比例して下がり続ける。

3 Conclusion

相対論的ジェットのモデルとして定常軸対称 MHD が議論されてきたが、相対論的な場合には磁場と電場が釣り合うので一般に Poynting エネルギー優勢が保たれ、運動エネルギー優勢という観測事実と矛盾する。そこで、冪乗の単純な境界条件を課して流れを制限したところ、Poynting エネルギーと運動エネルギーが釣り合う $\sigma \sim 1$ までは達成されたが、観測よりもずっと長い距離でようやく $\sigma \leq 0.1$ に達した。これから、より複雑な非自明な境界条件で観測されているような効率的な加速ができるかが問われた。Toma & Takahara (2013) はこのような磁力線の形状を発見し、この間に肯定的に答えた。この磁力線の形状から外部の圧力は fast point の前後で急激に減少し、その後も減少し続けなくてはならない。つまり、ジェットの外部は希薄でなくてはならない。ジェットの境界条件を与えるのは磁気圏に閉じ込められたガスによるものと考えられるが、これらのガスの構造はまだ明らかになっていない。

Reference

Toma, K., & Takahara, F. 2013, arXiv:1303.2744
 Camenzind, M. 1986, AAP, 162, 32
 Fendt, C., & Ouyed, R. 2004, APJ, 608, 378
 Lyubarsky, Y. E. 2010, MNRAS, 402, 353
 Komissarov, S. S., Vlahakis, N., Königl, A., & Barkov, M. V. 2009, MNRAS, 394, 1182