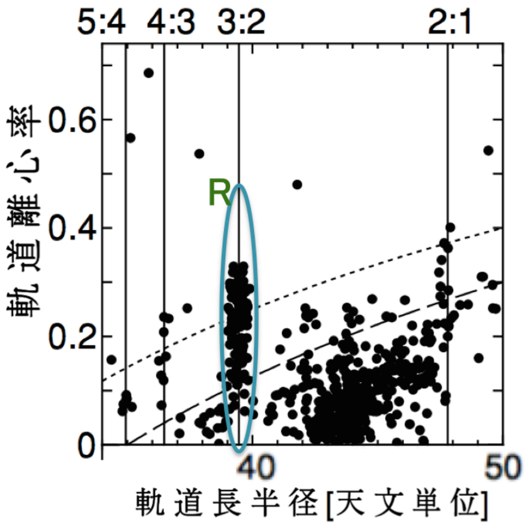
太陽系外縁天体が示す海王星の移動

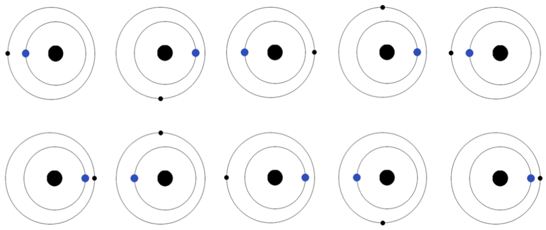
工藤　哲也
名古屋大学　理論宇宙物理学研究室

太陽系外縁天体とは、太陽系の天体の中で海王星よりも外側を公転している天体のことをいい、海王星より外側 (３０ AU より外側) に 100km 以上のサイズの天体が１０００個以上発見されている。その分布をプロットしたものがこの下の図になる。



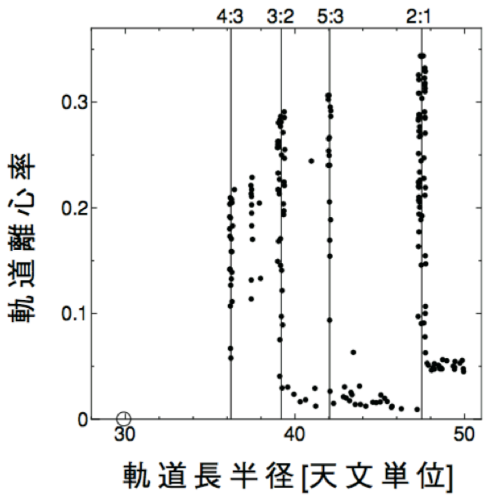
この図中の R の部分に注目する。これらは公転周期が海王星の公転周期と整数比になっている天体で、これらを共鳴天体と呼ぶ。先ほどの図中での縦線は海王星と何：何共鳴になっているかを示したものである。これをみると、共鳴の位置に天体が集まっていること、大きな離心率を持っている (0 から 0.3 程度に分布している) こと、という特徴が見える。どうしてこのような軌道分布になっているのだろうか。

まず、共鳴の位置で天体の運動がどうなっているのか考える。共鳴天体は平均運動共鳴という運動をしており、二つの天体の軌道周期が整数比であると、いつも同じ場所で会合 (天体の抜き去り) がおこる。図にするとこのようになっている。



この図はどちらも 2:1 共鳴の図だが、上のような場合にはいつも二天体が遠い場所で抜き去りがおこるため近接遭遇がおこらず、その軌道に安定して存在できる。逆に下のような場合には抜き去る点で非常に大きな重力を受けてしまうため不安定になる。現在「残っている」共鳴天体は上のように軌道に安定して存在いるものである。このように、共鳴天体は非常に安定した軌道を持っている。しかし、それだけでは天体が共鳴に「集まっている」理由にはならない。

そこで考えられたのが海王星の移動である。以下の図は数値計算の結果で、白丸が海王星、黒点が外縁天体で初期に離心率 0.05・傾斜角 0.05 ラジアン・軌道長半径 30〜50AU の軌道の外縁天体があり、10^7 年かけて非常にゆっくり海王星が 23AU から 30AU に動いた後の外縁天体の軌道分布を示す。



[Malhotra, 1995]

この結果を見ると共鳴位置に天体が集まり離心率も上昇しているという、観測と一致する。この結果について、共鳴では安定しているので共鳴からずれても元に戻ろうとすることを考慮した上で、海王星が外側へ移動することを考えてみる。

1. 何らかの外力によって海王星の軌道が外側に移動すると共鳴する位置も外側に移動する。

2. その際に天体を共鳴軌道に捕獲する。

3. そのまま海王星が外側に移動して共鳴位置が外側に移動していくと、(共鳴位置より内側の軌道になっても共鳴軌道に戻ろうとして) 共鳴している天体も引きずられて外側に移動する。

4. このように天体がはき集められていく。

このメカニズムで天体が共鳴位置に集められていく。

では離心率はなぜ上昇したのか。それについてはヤコビ積分というものを考えることで導くことができる。まず共鳴天体がどういった運動をしていたか考える。海王星と共鳴天体の軌道の問題は太陽・海王星・共鳴天体の重力による問題である。このようなものは三体問題と呼ばれる問題である。さらに、現在注目している系においては太陽・海王星に比べ共鳴天体は質量が小さいこと、加えて海王星の軌道はほぼ円運動であることから円制限三体問題と呼ばれるものになっている。円制限三体問題の場合には、ある保存量が存在している。その保存量をヤコビ積分という。つまり、共鳴天体の運動にはヤコビ積分という保存量が存在している、ということである。このヤコビ積分は、海王星の軌道長半径 a' と小天体の軌道要素 (a, e, I) を用いて書き換えることが可能で、整理すると

$$C_j \simeq \frac{a'}{2a} + \sqrt{\frac{a}{a'}(1-e^2)}\cos I \tag{1}$$

と書くことができる。ちなみにこの式の形ではティスランの判定式とも呼ばれる。ここから先、$cosI = 1$ で考えていく。

このヤコビ積分 C_j の保存を使って、外側に移動するつまり軌道長半径が大きくなると離心率があがるのかを示す。海王星が何らかの外力によって外側へ移動すると共鳴軌道からずれる。ずれた後に小天体が共鳴軌道に戻ろうとする際は太陽・海王星・小天体の三体問題の話である。従って、「共鳴に戻ろうとするために小天体の軌道が変化する場合」には円制限三体問題の保存量であるヤコビ積分は保存されなければならない。つまり、共鳴に戻る際のヤコビ積分の時間変化は 0 であるため

$$\dot{C_j} = \frac{\partial C_j}{\partial a}\dot{a} + \frac{\partial C_j}{\partial e}\dot{e} = 0 \tag{2}$$

になり、整理すると以下のような式になる。

$$\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}e^2) = \frac{1}{2}\left[1-(1-e^2)\left(\frac{a'}{a}\right)^{3/2}\right]\frac{d}{dt}(\ln a) \tag{3}$$

これを積分するとこのようになる。

$$e_f{}^2 - e_i{}^2 = \left(1-\frac{Q}{P}\right)\ln\frac{a_f}{a_i} \tag{4}$$

ここで i, f はそれぞれ変化前後の値を示している。この積分の際、「a'」「a」はそれぞれ変化するが、共鳴から外れない程度にゆっくり動く時には a'/a が

公転周期比 $P:Q$ を用いて Q/P (例えば $3:2$ だと 2/3) になって定数であること、今見ている場合の離心率の二乗は 1 と比べて小さいため $1-e^2$ を 1 とすることを用いた。これで小天体 (共鳴天体) の軌道長半径が大きくなると、離心率が上昇することが示された。また、この式は海王星の軌道長半径でも表すことができ、次のようになる。

$$e_f{}^2 - e_i{}^2 = \left(1 - \frac{Q}{P}\right) \ln \frac{a'_f}{a'_i} \tag{5}$$

この式により「海王星の軌道長半径」と「小天体 (共鳴天体) の離心率」との変化量の関係が求められた。これで、海王星が移動すると小天体の離心率が上昇することが示された。

実際の共鳴天体の軌道分布をみてみる。例として 3:2 の共鳴をみると、3:2 共鳴の天体の中で最大の離心率が 0.3 程度というのがわかる。この離心率を得るためには、海王星は過去にどの軌道長半径から今の 30AU まで移動する必要があるのだろうか。先ほど求められた式に

$$\begin{aligned} e_i &= 0 & (6)\\ e_f &= 0.3 & (7)\\ a^{'} &= 30[AU] & (8)\\ P:Q &= 3:2 \qquad (\frac{Q}{P} = \frac{2}{3}) & (9) \end{aligned}$$

を代入して計算してやることで 22.9AU、約 23AU から移動する必要がある、ということが求められる。この結果は Malhotra, S. (1995) に一致している。先の式は今の太陽系外縁天体の軌道分布からかつての海王星の軌道長半径を求めることができる式になっている。

このように、海王星が移動すると共鳴天体の軌道分布について説明することができる。逆にいうと、共鳴天体の分布は海王星が外側に移動したことを示唆しているということになる。加えて先ほど求められたように、海王星がかつてどこにいたのかも、共鳴天体の軌道分布から求めることができる、ということが分かる。

今回示されたことは次のようになる。海王星が外側に移動すると共鳴天体の離心率が実際に上昇するということが確認できる。その軌道分布 (集まっていることや離心率) が海王星の移動を示唆している、ということである。今後は、ではなぜ海王星が移動するかについて考えていく。それについては今までの研究で

・ガス円盤との相互作用

・木星によるはねとばし

・微惑星円盤との重力相互作用

といったことが考えられているが、上記二つにはそれぞれ

・ガス円盤の方には、海王星を移動させるようなガス円盤が存在すると海

王星がガスを吸着して木星のような惑星になるはずである
　・木星の方には、木星によるはねとばし場合には、共鳴天体を捕獲したまま移動するほどゆっくりとした移動にならない
という難点があるということが分かっている。従って今後は微惑星円盤との重力相互作用について考えていく。

参考文献

Malhotra(1995. AJ 110, 420)