

原始惑星系円盤の進化

東京工業大学大学院 地球惑星科学専攻
修士課程1年 和田 義輝

1 はじめに

今回は、Lynden-Bell & Pringle (1974) の内容を元に、原始惑星系円盤の進化についてレビューを行った。

本論文は、降着円盤の物理的性質を解析的な見積りによって詳細に解き明かしたもので、円盤物理の教科書としての役割を果たしており、円盤進化に関する数々の古典論文の中でも特に重要な論文の一つといえる。原始惑星系円盤も粘性の効果によって降着円盤としての性質を持つため、本論文を理解することは原始惑星系円盤の物理を研究するための基礎となる。

本論文では、降着円盤の基本的性質が説明され、さらに、角運動量輸送に起因する円盤の面密度構造の進化および、円盤からの放射スペクトルが解析的に見積もられている。これらの特に重要な成果について紹介する。

2 円盤進化の基本的性質

中心星がつくる重力場の中で円運動する2つの粒子1,2を考える(図1)。いま、この2粒子は質量と角運動量のそれぞれを互いに交換できるとする。ただし、質量、角運動量はそれぞれ系全体で保存されるとする。

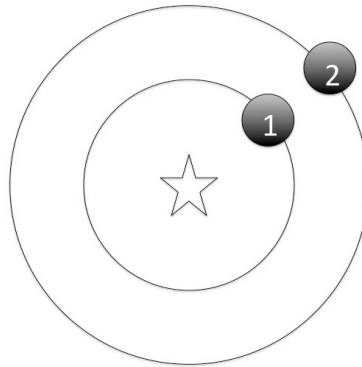


図 1: 2 粒子の系

粒子1,2の質量、角運動量をそれぞれ $m_1, m_2, m_1 h_1, m_2 h_2$ とする。系の質量保存、角運動量保存から、

$$dm_1 = -dm_2 \quad (1)$$

$$d(m_1 h_1) = -d(m_2 h_2) \quad (2)$$

という式が立てられ、また、系のエネルギーの変化は

$$dE = d[m_1\epsilon(h_1) + m_2\epsilon(h_2)] \quad (3)$$

となる。このエネルギー変化を計算すると、

$$dE = dm_1[\{\epsilon(h_1) - h_1\Omega_1\}\{\epsilon(h_2) - h_2\Omega_2\}] + dH_1(\Omega_1 - \Omega_2) \quad (4)$$

である。

$$\frac{d}{dR}(\epsilon(h) - h\Omega) = \frac{d}{dR} \left(-\frac{1}{2}V^2 - \psi \right) = -RV \frac{d}{dR} \left(\frac{V}{R} \right) > 0 \quad (5)$$

より、 $\epsilon(h) - h\Omega$ は円盤の外側ほど大きいとわかる。よって $[\epsilon(h_1) - h_1\Omega_1] - [\epsilon(h_2) - h_2\Omega_2] < 0$ である。さらに、 $(\Omega_1 - \Omega_2) > 0$ を踏まえると、 $dm_1 > 0, dH_1 < 0$ という条件では、エネルギー変化が $dE < 0$ となる。

つまり、この系においては、内側の粒子 1 は質量を獲得し、角運動量を失うということが起こると考えられる。2 粒子の系における以上の考察を円盤に応用すると、円盤のエネルギーが最小になる密度分布が「無限小の粒子が系の全角運動量を得て無限遠を円運動し、残りのほとんどの質量が中心に行く」分布であることが考えられる。このことを以下で解析的に示す。

3 円盤の時間発展の計算手法

円盤内の、中心星からの距離 R の円周において、この円周に沿った面に動径方向にはたらく応力は

$$f_{R\phi} = \sigma\nu R \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{u_\phi}{R} \right) \quad (6)$$

となる。 σ は円盤の面密度、 ν は粘性係数、 u_ϕ は円盤物質の角度方向の速度である。なお、 R, z 方向の円盤物質の速度はゼロとした。これを用いると、半径 R の円周にはたらく粘性トルクは

$$g(R) = 2\pi R(Rf_{R\phi}) = 2\pi R^2\nu\sigma 2A \quad (7)$$

ただし、

$$A(R) = -\frac{1}{2}R \frac{d\Omega}{dR} \quad (8)$$

Ω は円盤物質の回転角速度である。これを連続の式

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t} + R^{-1} \frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{F}{2\pi} \right) = 0 \quad (9)$$

に代入することで、連続の式はベッセル方程式

$$\frac{\partial^2 g_1}{\partial x^2} + x^{-1} \frac{\partial g_1}{\partial x} + \left[k^2 - \frac{l^2}{x^2} \right] g_1 = 0 \quad (10)$$

に帰着する。ただし、 $2\pi R\sigma u_R = F = -\frac{\partial g}{\partial h}$ 、 $2A\nu R \frac{dh}{dR} = 4l^2 \kappa^{-2} h^{2-1/l}$ 、 $k^2 = \kappa^2 s$ 、 $x = h^{1/2l}$ 、 $g_1 = x^{-l}g$ のように変数を置き直している。1, κ は定数。

ベッセル方程式の解は、ベッセル関数を用いて書き表すことができ、それを踏まえると

$$g = \int_0^\infty \exp\left(\frac{-k^2}{\kappa^2}t\right) (kx)^l [A(k)J_l(kx) + B(k)J_{-l}(kx)] dk \quad (11)$$

という解が得られる。ここで、トルク g の初期条件を

$$g(h, 0) = Ch \exp(-ah^{1/l}) \quad (12)$$

とする。こうすることで、積分が解析的に行え、その解が

$$g = CT^{-(l+1)}h \exp\left(-\frac{ah^{1/l}}{T}\right) \quad (13)$$

と求まる。ただし、 $T = 4a\kappa^2t + 1$ である。このトルクから、面密度フラックスと面密度、物質の動径方向速度が

$$-F = CT^{-(l+1)} \exp\left[-\frac{ah^{1/l}}{T}\right] \left(1 - \frac{ah^{1/l}}{lT}\right) \quad (14)$$

$$\sigma = \frac{g}{4\pi R^2\nu A} \quad (15)$$

$$u_R = -\frac{2R\nu A}{h} \left[1 - \frac{ah^{1/l}}{lT}\right] \quad (16)$$

のように求まる。面密度について、解を定性的に図示すると、図2のようになる。

また、質量フラックスがゼロになるような半径がどう時間発展するかを考えることで、円盤の質量フラックスの分布の時間発展を考察する。得られた解析解 (14) から、フラックスがゼロになる半径は時間の経過とともに円盤の外側へ進むことがわかる。その速度は物質の移流よりも速いことから、初期に、フラックスがゼロの半径の外側にあった円盤物質でも、そのほとんどがやがてフラックスがゼロの半径の内側に入り移流の向きが内向きになる。これは、円盤進化の基本的な性質である、ほとんどの質量が中心に降着し、微小な質量が無限遠を回転するという描像をよく表している。

4 円盤の放射スペクトル

ここでは、円盤の放射スペクトルを見積もる。

粘性流体のストレステンソルは

$$\mathbf{s} = -p\mathbf{I} + 2\eta\left(\mathbf{e} - \frac{1}{3}\mathbf{eI}\right) + \zeta\mathbf{eI} \quad (17)$$

である。ただし、 p は圧力、 \mathbf{I} は単位テンソル、 ζ は体積粘性係数、 η はシア粘性係数、 \mathbf{e} はひずみテンソルである。これを用いると円盤物質の運動方程式は、

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \nabla \cdot \mathbf{s} + \rho \nabla \psi \quad (18)$$

のようになる。粘性の z 依存性、圧力の効果を見捨て、円盤物質の運動も中心星周りの回転が支配的と仮定すると、

$$-F \left[\frac{u^2}{2} - \psi \right]_{R_1}^{R_2} = [g\Omega]_{R_1}^{R_2} - \int_{R_1}^{R_2} g \frac{\partial \Omega}{\partial R} dR \quad (19)$$

という表式が得られる。この左辺は物質の移流によるエネルギー変化を表していて、右辺第一項は粘性トルクによる仕事をもたらすエネルギーになっている。よって、右辺第二項は粘性によるエネ

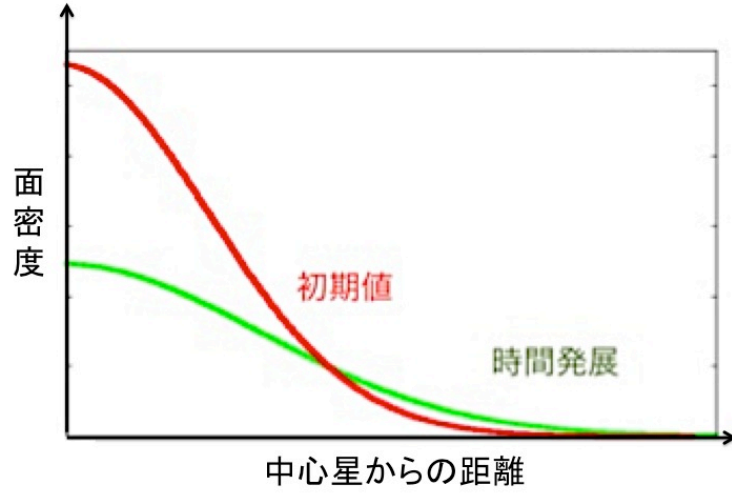


図 2: 面密度分布の時間進化。赤線が初期条件として設定した面密度分布。緑線は時間発展後の面密度分布。

ルギー散逸を表していると考えられるので、積分の中身 $g\partial\Omega/\partial R$ を、単位面積あたりの散逸エネルギー D を用いて

$$g\frac{\partial\Omega}{\partial R} = 2\pi RD \quad (20)$$

とかく。この D は

$$D = (-F)\frac{3}{4\pi}\frac{GM}{R^3}\left[1 - \left(\frac{R_*}{R}\right)^{1/2}\right] \quad (21)$$

である。シュテファン・ボルツマンの法則から、エネルギー放射の特性温度は

$$\theta(R) = \left(\frac{D}{2\sigma_0}\right)^{1/4} \quad (22)$$

であり、これとプランク関数を用いて円盤からの放射スペクトルを

$$\lambda F_\lambda = 4\pi^2\hbar c^2\lambda^{-4}\int_{R_*}^{\infty}\frac{4\pi R dR}{\exp\left[\frac{2\pi\hbar c}{k\lambda\theta(R)}\right] - 1} \quad (23)$$

と書くことができる。図 3 は円盤からの放射スペクトルと、中心星、境界層からのスペクトルを示している。

5 まとめ

降着円盤のモデルを紹介した。

まず、粘性円盤は角運動量を外側の物質へ輸送することで、円盤はほとんどの物質が中心星に降着するように進化するようになった。

次に、円盤の物理量の時間進化を求めるために、解析計算の手法を紹介した。円盤の面密度について連続の式を計算し、変数を適当に設定することで連続の式をベッセル方程式に帰着させ、数学

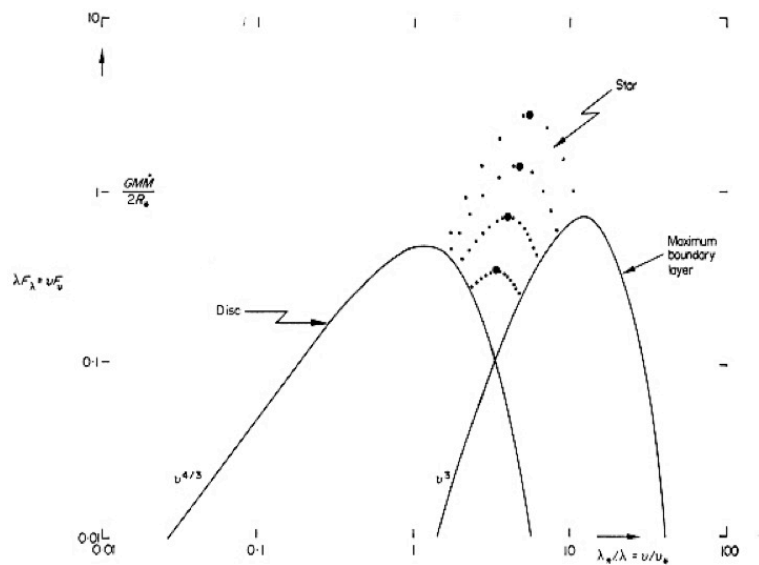


図 3: 中心星、境界層、円盤からの放射スペクトル。中心星や境界層に比べて長波長よりのスペクトルと見積もられる。

的な解を積分の形で示した。この積分を解析的に解けるような初期条件を置き、その条件のもとで解析解を計算した。そして、その解析解によって、降着円盤の性質を説明することができた。

また、運動方程式を計算し、途中、圧力の効果を見積もることによって式を簡略化し、各項の物理的解釈から円盤のエネルギー散逸を見積もった。その散逸エネルギーから、円盤の温度、さらには円盤からの放射スペクトルを推定した。