重力不安定による惑星形成論のレビュー

東京工業大学　地球惑星科学専攻修士１年　三森崇利

1. 始めに

近年、直接撮像法による系外惑星探査によって、中心星から離れた軌道（数 10AU）を公転する巨大ガス惑星が発見されてきている（例:HR8799b;∼70AU、∼10Mj)。巨大ガス惑星の形成過程として現在最も有力視されているコア降着モデルでは、これらの惑星の形成を十分に説明することが出来ない。この様な遠方軌道を公転する巨大惑星の形成過程として、提案されているのが円盤重力不安定モデルである。今回の夏の学校では、この円盤重力不安定モデルの概要を、Gammie(2001) を参考にレビューした。このレポートでは、夏の学校における発表内容を元に、コア降着モデルと円盤重力不安定モデルの要旨を説明した後、Gammie(2001) で提唱された円盤重力不安定の条件 (Cooling Time Criterion) について述べる。

2. コア降着モデル

コア降着モデルの概要を大まかに述べる。コア降着モデルでは、始めに巨大ガス惑星のコアが形成される。コアの大きさは円盤のダスト面密度に依存する。スノーライン以遠では凝集した氷によりダスト面密度が上がるため、より大きなコアを作ることが出来る。コアが 10 地球質量程度にまで成長すると、円盤ガスがコアに流入する。このプロセスは暴走的に進行し、円盤にギャップが形成されるか円盤ガスが散逸するまで継続する。すなわち、ダストにより形成されたコアにガスが降着することによって、巨大ガス惑星が形成されるというのが、コア降着モデルにおける惑星形成過程である。このモデルの問題点は、コアの形成時間が軌道半径に依存するというものである。軌道長半径が大きくなるほど、コアの形成時間が長くなるため ($\propto r^3$)、前述した遠方巨大ガス惑星の形成をうまく説明することが出来ない。

3. 円盤重力不安定モデル

円盤重力不安定モデルは、質量の大きい円盤やサイズが大きい円盤が自己重力により分裂し、短期間で巨大ガス惑星が形成されるというモデルである。このモデルでは、コア降着モデルで登場したコア形成時間の問題が生じないので、遠方巨大ガス惑星の形成を説明する有力なモデルとして注目されている。ここでは、円盤重力不安定モデルとそこに登場する重要な概念について大まかに説明する。

3.1. Toomre の Q 値. 円盤の安定性は Toomre の Q 値を用いて解析することが出来る。十分薄く、かつ低温な円盤に摂動 ($\propto exp(-i\omega t)$) が加わった状態を考える。円盤の基礎方程式を線形化することにより得られた方程式を解くと、重力不安定によって腕状構造（密度のムラ）が生じることが分かる。この腕状構造の巻き付きが十分強い（摂動が十分細かい）とすると、以下の様な分散関係式を得る。

$$(\omega - m\Omega)^2 = \kappa^2 - 2\pi G\Sigma_0|k| + v_s^2k^2 \quad (1)$$

ここで m、κ、k はそれぞれ励起した密度波の腕の本数（$2\pi/m$ という円盤の回転について対称)、エピサイクル振動数、摂動の波数である。今、軸対称円盤 ($m=0$) について、その安定性を考えることにする。摂動は $\propto exp(-i\omega t)$ であるから、

$$\omega^2 = \kappa - 2\pi G\Sigma|k| + v_s^2k^2 < 0 \tag{2}$$

で不安定性が成長する。円盤が不安定になる為には、任意の $k(>0)$ に対して (2) の不等式が成り立っていれば良い。ここから、円盤が不安定になる条件を求める事ができて、それは以下のように表される。

$$Q \equiv \frac{v_s\kappa}{\pi G\Sigma} < 1 \tag{3}$$

これをトゥームレの Q 値と呼ぶ。分散関係の右辺に現れる項はそれぞれ、回転に起因する項（エピサイクル振動数は円軌道の時、円軌道の角速度に一致)、自己重力に起因する項、圧力に起因する項である。よって、自己重力によって重力収縮しようとする効果と圧力、回転によって重力収縮を妨げようとする項の大小で、円盤の状態が決定される事が分かる。遠方に行くほど、円盤の角速度は小さく、低温であるため、一般に重力不安定は起こりやすいと考えられる。

3.2. **重力不安定をおこす円盤の最小質量.** (3) を円盤のスケールハイト $H \simeq c_s/\Omega$ を用いて表すと、重力不安定を起こす円盤の質量のしきい値を求める事が出来て、

$$M_{disk} \gtrsim \frac{H}{r}M_* \tag{4}$$

となる。ただし、$M_{disk} \equiv \pi r^2\Sigma$ である。(3)、(4) から円盤は表面密度が大きく、低温で、中心から離れているほど、重力不安定になりやすいと言える。

3.3. **円盤の面密度変化、温度変化のタイムスケール.**　円盤の安定性は円盤の温度と面密度に依存していることが (3) から分かった。面密度が変化するタイムスケールは、円盤のシア運動に伴う外側への角運動量輸送によって生じる、質量降着のタイムスケールを見積もることによって得ることが出来る。円盤には乱流が発生しているとして、質量降着率を求めてやると、$\dot{M} = 3\pi\alpha {c_s}^2\Sigma/\Omega$ を得る。ただし、乱流の粘性への寄与は $\nu = \alpha c_s H$ により取り入れた (α モデル:Shakura,Sunyaev 1973)。質量降着のタイムスケールは前述の質量降着率 $\dot{M}$ を変形すると、

$$\tau_{acc} \sim (r/H)^2(\alpha\Omega)^{-1}$$

となる。一方、円盤の温度が変化するタイムスケールは、

$$\tau_c \sim (\alpha\Omega)^{-1} \tag{5}$$

で与えられる。

3.4. **面密度変化と温度変化.** では、円盤が安定状態 $Q>1$ にある時、面密度変化と温度変化のどちらが重力不安定 $Q<1$ を生じさせる上で大きな役割を果たすのだろうか。これを知る為に、2.2 と 2.3 で求めた面密度変化のタイムスケール τ_{acc} と温度変化のタイムスケール τ_c を比べてみると、十分薄い円盤では、$r/H >> 1$ であるから、温度変化のタイムスケールは面密度変化のタイムスケールより十分小さいことが分かる。これは、円盤重力不安定が冷却によって引き起こされることを示唆している。

3.5. **Feedback Roop.** 円盤が $Q \sim 1$ を保つように加熱、冷却を繰り返すような機構の存在が指摘されており、これを Feedback Roop と呼ぶ。すなわち、円盤が $Q > 1$ の状態にある時は、冷却が強く $Q < 1$ となる方向に円盤の状態が進む。一方、円盤が $Q < 1$ の時は重力不安定により生じた乱流の散逸による加熱が強く、$Q > 1$ となるような方向に円盤の状態が進む (Goldreich,Lynden-Bell 1965)。すなわち、重力不安定によって惑星が形成されるためには、重力不安定状態になった際に、Feedback Roop による加熱を振り切って、冷却が十分早く進まなくてはならない。

以上が重力不安定による惑星形成の大まかなコンセプトである。まとめると、円盤の軌道半径が大きい領域で、冷却が十分早く進めば重力不安定によって巨大惑星が形成されうる。

4. Gammie (2001)

前節で重力不安定で巨大ガス惑星を形成する為には、冷却のタイムスケールが十分短くなければならないと述べた。この条件を Cooling Time Criterion と呼ぶ。Gammie (2001) は、Cooling Time Criterion を数値シミュレーションにより見積もっている。以下で Gammie の用いたモデル、基礎方程式とそれによって得られた結果 (Cooling Time Criterion) を説明する。また、この節の最後に Gammie(2001) の問題点について少し述べる。

4.1. **モデル.** モデルとして、ローカルモデルを用いる。ローカルモデルは以下のように定式化される。

- 円盤と共に回転する一点 $[r_0, \phi_0 + \Omega(r_0)t]$ を選ぶ
- その点において、局所デカルト座標 $x \equiv r - r_0$(動径方向)、$y \equiv r_0[\phi - \phi_0 - \Omega(r_0)t]$(回転方向) を定義する
- $|x|/r_0 << 1$ として、上記で定義した局所デカルト座標を用いて運動方程式を $|x|/r_0$ の一次まで展開する

4.2. **基礎方程式.**

- 運動方程式
  上記のローカルモデルを用いて、円筒座標系で書いた運動方程式を書き換え、円盤が十分薄い事を用いて $|x|/r_0$ の一次まで展開すると、

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{\nabla P}{\Sigma} - 2\mathbf{\Omega} \times \mathbf{v} + 3\Omega^2 x \hat{e}_x - \nabla\phi \tag{6}$$

  右辺の項はそれぞれ、圧力勾配による力、コリオリ力、遠心力、重力である。
- 状態方程式

$$P = (\gamma - 1)U \tag{7}$$

  ここで $\gamma = 2$ を断熱係数として用いる ($\gamma = \frac{f+2}{f}$、f:空間的な自由度により)。
- 内部エネルギー方程式

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot (U\mathbf{v}) = -P\nabla \cdot \mathbf{v} - \frac{U}{\tau_c} \tag{8}$$

  ただし、$\tau_c \equiv const$ とする。加熱は、人工粘性を用いた衝撃波によってなされるとする。

- ポアソン方程式

$$\nabla^2\phi = 4\pi G\Sigma\delta(z) \tag{9}$$

$$\phi = -\frac{2\pi G}{|\mathbf{k}|}\Sigma_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-|kz|} \tag{10}$$

円盤は十分薄いことから、(9) の密度分布はデルタ関数を用いて定義した。また、ある空間周波数をもつ表面密度 $\Sigma_{\mathbf{k}}$ に対するポアソン方程式の解を (10) で表した。

4.3. **結果.** Gammie(2001) の結果から、円盤が自己重力不安定によって分裂する為には、Cooling Time Criterion が満たされなくてはいけないことが分かった。すなわち重力不安定な円盤の状態は冷却時間 τ_c に依存し、冷却時間があるしきい値より長いか短いかによって、2 つの終状態を取り得ることが明らかになった。ある冷却時間を持つ円盤の終状態は以下の通りである。

- $\tau_c \lesssim 3\Omega^{-1}$ の時　円盤は重力不安定により分裂する。重力不安定になった際の、加熱のタイムスケールより冷却のタイムスケールが小さい。
- $\tau_c \gtrsim 3\Omega^{-1}$ の時　重力不安定 $\rightarrow$ 衝撃波による再加熱 $\rightarrow$ 重力安定 $\rightarrow$ 冷却 $\rightarrow$ 重力不安定というサイクルの繰り返し（フィードバックループが働く）。

以上より、円盤重力不安定によって惑星を形成する為には、冷却時間に対して $\tau_c \lesssim 3\Omega^{-1}$ という関係が成り立っていなくてはならない。これを Cooling Time Criterion と呼ぶ。すなわち、円盤の安定性は、Toomre の Q 値と Cooling Time Criterion によって解析することが出来る。

以上が、私が夏の学校で発表した内容の要旨である。

5. 謝辞

夏の学校の運営を担った皆様と運営費の補助をして下さった京都大学基礎物理学研究所の方々に感謝したいと思います。研究会等での発表機会の無かった私に取って、夏の学校は大変有意義に過ごすことが出来ました。短いですが、この場を借りてお礼を申し上げます。