

Search for Gravitational Wave Signal Using Hilbert-Huang Transform [58c]

平沼 悠太*

第 42 回天文・天体物理若手 夏の学校
1st - 4th August 2012

1 Hilbert-Huang Transform について

Hilbert-Huang 変換 [1] は Empirical Mode Decomposition と Hilbert 変換からなる信号変換方法であり、高い時間分解能をもつ。重力波のデータは不連続なデータであり、Hilbert 変換はうまく効果しない。そのため、Empirical Mode Decomposition を使用することによって Hilbert 変換をうまく実行できるようにする。Hilbert-Huang 変換は、まず、Empirical Mode Decomposition によってオリジナルの信号データをいくつかのシグナルにわけると。Empirical Mode Decomposition はハイパスフィルターの様に作用して、オリジナルの信号を高周波数帯から低周波数帯の信号に分解する。分解した信号を Intrinsic Mode Function(IMF) とよぶ。分解した信号 IMF を Hilbert 変換する事で、各 IMF の時間-信号、時間-周波数を得る事ができる。

1.1 Empirical Mode Decomposition

Empirical Mode Decomposition は以下の手順をふむ。オリジナルシグナルを $S(t)$ 。

- $h_1(t) = S(t)$
- For $i = 1$ to i_{max}
 - ▷ $h_{i,0}(t) = h_i(t)$
 - ▷ For $k = 0$ to k_{max}
 - * $h_{i,k}(t)$ の極大 (小) 値を見つける。
 - * 見つけた極大 (小) 値をスプライン補間する。 ($u(t), l(t)$)
 - * $m_{i,k}(t) = (\text{maxima envelope } u(t) + \text{minima envelope } l(t)) / 2$.
 - * $h_{i,k+1}(t) = h_{i,k} - m_{i,k}(t)$.
 - * 以下の式を満たすまで K ループを続ける。

$$\frac{\sum_{j=0}^N |m_{i,k}(t_j)|}{\sum_{j=0}^N |h_{i,k}(t_j)|} < \epsilon.$$

(ϵ is empirical value.)

* 新潟大学 宇宙物理学研究室 yuta@astro.sc.niigata-u.ac.jp

$$\triangleright c_i(t) = h_{i,k}(t) ; h_{i+1}(t) = h_i(t) - c_i(t).$$

($c_i(t)$) : i-th Intrinsic Mode Function(IMFi))

- IMF を求めたら、 $h_{i+1}(t)$ から k ループをして、次の IMF を求め、これを続け、オリジナルシグナルを分解する。

1.2 Hilbert Transform

解析信号 $z(t)$, IMF: $x(t)$, $x(t)$ を Hilbert 変換したもの: $y(t)$, P: the Cauchy Principal value.

$$y(t) \equiv \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t')}{t-t'} dt,$$

$$z(t) \equiv x(t) + iy(t) = a(t)e^{i\theta(t)}.$$

これにより Instantaneous Amplitude(IA): $a(t)$, Instantaneous Frequency (IF): $f(t)$ を得る事ができる。

$$a(t) = z(t), \theta = \tan^{-1}(y(t)/(x(t))), f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt}.$$

2 まとめ

今回は、Hilbert-Huang 変換が主に対象としているバースト的な重力波信号では [2][3] なく、連星中性子星の合体直前に放出される Chirp シグナルで Hilbert-Huang 変換を行った。

オリジナルのシグナルは、IMF に分かれてしまったが、個々の IMF はオリジナルの時間-周波数変化を追えている事が分かった。また、ノイズも同じく分離するため、Chirp シグナルのピークがよく見えた。このことから、新しいトリガーとしての使用が考えられる。

参考文献

- [1] Norden E. Huang, *et al.*, Proc. Roy. Soc. Lond. A **454**, 903 (1998) .
- [2] Jordan B. Camp, John K. Cannizzo, and Kenji Numata, Phys. Rev. D **75**, 061101 (2007).
- [3] Alexander Stroeer, John K. Cannizzo, and Jordan B. Camp, Phys. Rev. D **79**, 124022 (2009)