

# Chameleon 重力模型における銀河団ガス分布と観測的制限

広島大学 M2 照喜名 歩

共同研究者：山本 一博

平成 24 年 8 月 31 日

## 1 Introduction

宇宙の加速膨張の起源を探ることは宇宙論の大きな目標の一つである。この問題を解決するために、長距離で重力理論を修正する修正重力理論の研究が盛んである。しかし、重力理論の修正は太陽系スケールの重力のテストなどの強い制限をパスしなければならない。chameleon 機構は一種の修正重力模型がもつスカラー自由度に対するスクリーニング機構の一つで、物質の密度に依存する [2, 3]。高密度領域では修正重力模型はニュートン重力に帰着する。重力の修正が銀河群や銀河団ハローではこのスクリーニング機構が完全には働いていない可能性があり、注目されている [4–9]。ここでは、chameleon force が与えるダークマターハロー中のガス分布への影響に注目した。[10, 11] の著者たちは、NFW プロファイルを仮定したダークマター分布中のスカラー場の解析解を導出した。この解析的手法を用いて、chameleon force がガスの密度、温度、圧力に与える影響について調べる。さらに銀河団の X 線観測と比較し、chameleon 重力模型に制限を与える。これは [1] のレビューである。

## 2 Basic Formulas

### 2.1 Chameleon gravity model

$f(R)$  模型やスカラー・テンソル模型などの修正重力模型の作用は Einstein frame では次のように書くことができる。

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right] - \int d^4x L_m(\Psi, e^{2\beta\phi/M_{\text{Pl}}} g_{\mu\nu}) \quad (1)$$

ここで、 $M_{\text{Pl}} = 1/\sqrt{8\pi G}$  は reduced Planck mass、 $R$  はスカラー曲率、 $V$  はスカラー場のポテンシャル、 $L_m$  は物質のラグランジアン、 $\beta$  は coupling constant である。この作用から、静的球対称系でのスカラー場の方程式は

$$\nabla^2 \phi(r) = V_{,\phi} + \frac{\beta}{M_{\text{Pl}}} \rho(r) e^{\beta\phi/M_{\text{Pl}}}, \quad (2)$$

で与えられる。ここで、 $\rho$  は物質密度である。また、物質場とスカラー場がカップリングすることで、粒子には重力以外に次のスカラー場による力 (chameleon force) が働く。

$$f_\phi(r) = -\frac{1}{M_{\text{Pl}}} \beta \frac{d\phi}{dr} \quad (3)$$

以後は、ポテンシャルとして  $V(\phi) = \Lambda^{4+n}/\phi^n$  を採用し、 $\beta\phi/M_{\text{Pl}} \ll 1$  を仮定する。

## 2.2 Dark Matter Profile

銀河団の物質分布としてダークマター分布を仮定し、その密度分布は次の一般化された NFW プロファイルで与えられるとする。

$$\rho_{\text{DM}}(x) = \rho_s \frac{1}{x(1+x)^b}, \quad x = \frac{r}{r_s}, \quad (4)$$

ここで  $b$  と  $\rho_s$ ,  $r_s$  はパラメータである。 $b = 2$  は NFW プロファイル [12] である。銀河団の質量プロファイルは (4) 式から

$$M(x) = 4\pi r_s \int_0^x dx x^2 \rho(x) \quad (5)$$

ここで、銀河団のビリアル半径  $r_{\text{vir}}$  を定義して、パラメータ  $r_s$  と  $\rho_s$  の代わりにビリアル質量  $M_{\text{vir}} = (4\pi/3)r_{\text{vir}}^3 \Delta_c \bar{\rho}_c$  と concentration parameter  $c = r_{\text{vir}}/r_s$  を導入する。 $\Delta_c$  はビリアル半径内の平均密度  $\bar{\rho}(<c)$  と宇宙の臨界密度  $\bar{\rho}_c$  の比で、ここでは球対称崩壊模型から得られる  $\Delta_c = 100$  を採用する。

また、ビリアル質量は  $M_{\text{vir}} \equiv M(c)$  と書けるのでこれはビリアル半径内の全ダークマター質量となる。

## 3 Gas density profile with polytropic equation of state

[16–18] の方法にしたがって、銀河団ガスの密度、温度、圧力のプロファイルを導出する。これらを解析的に導出するために、ガスの圧力と chameleon force を加えた重力との間の静水圧平衡

$$\frac{1}{\rho_{\text{gas}}} \frac{dP_{\text{gas}}}{dr} = f_G(r) + f_\phi(r), \quad (6)$$

を仮定する。ここで、 $P_{\text{gas}}$  と  $\rho_{\text{gas}}$  はガスの圧力と密度である。次に、ガスが次の polytropic な状態方程式を満たすとする。

$$P_{\text{gas}} \propto \rho_{\text{gas}} T_{\text{gas}} \propto \rho_{\text{gas}}^\gamma, \quad (7)$$

ここで、 $T_{\text{gas}}$  はガスの温度、 $\gamma$  は polytropic index である。この二つの仮定から、ガスの密度、温度、圧力は次のように書ける。

$$\rho_{\text{gas}}(x) = \rho_{\text{gas}}(0) y_{\text{gas}}(x), \quad (8)$$

$$T_{\text{gas}}(x) = T_{\text{gas}}(0) y_{\text{gas}}^{\gamma-1}(x), \quad (9)$$

$$P_{\text{gas}}(x) = P_{\text{gas}}(0) y_{\text{gas}}^\gamma(x), \quad (10)$$

ここで、 $y_{\text{gas}}(0) = 1$  であり、 $P_{\text{gas}}(0)$ ,  $\rho_{\text{gas}}(0)$ ,  $T_{\text{gas}}(0)$  は次の方程式を満たす。

$$P_{\text{gas}}(0) = \frac{kT_{\text{gas}}(0)\rho_{\text{gas}}(0)}{\mu m_p}, \quad (11)$$

ここで、 $k$  はボルツマン定数、 $\mu$  は平均分子量、 $m_p$  は陽子の質量であり、ここでは  $\mu = 0.59$  とする。(6) 式と (7) 式から  $y_{\text{gas}}$  について解くと

$$y_{\text{gas}}^{\gamma-1} = 1 - \frac{\mu m_p}{kT_{\text{gas}}(0)M_{\text{Pl}}} \left( \frac{\gamma-1}{\gamma} \right) [\phi_G(x) - \phi_G(0) + \beta\phi(x) - \beta\phi(0)]. \quad (12)$$

となり、これからガス分布を得ることができる。

### 3.1 gravitational potential

ハローはダークマターが支配的でありガスの自己重力は無視できるものとする。したがってダークマターによる重力ポテンシャル  $\phi_G = \phi_{\text{DM}}$  はポアソン方程式  $\Delta\phi_{\text{DM}} = \rho_{\text{DM}}/(2M_{\text{Pl}})$  から

$$\phi_{\text{DM}}(x) = \phi_0 \frac{1 - (1+x)^{2-b}}{(b-2)x}, \quad \phi_0 = -\frac{\rho_s r_s^2}{M_{\text{Pl}}(b-1)} \quad (13)$$

と求まる。

### 3.2 chameleon field

ハロー中の物質密度はダークマターが支配的であり、ガスと銀河の密度が無視できるとすると、スカラー場の方程式 (2) は  $\rho$  を  $\rho_{\text{DM}}$  と置き換えることで

$$\nabla^2\phi(x) = V_{,\phi} + \frac{\beta}{M_{\text{Pl}}}\rho_{\text{DM}}(x) \quad (14)$$

となる。この方程式の解析解を [10, 11] に従って求める。これは chameleon 機構が効いている内部解  $\phi_{\text{int}}$  と粒子に chameleon force が働く外部解  $\phi_{\text{ext}}$  に分けられる。

$$\phi_{\text{int}}(x) = \phi_s [x(1+x)^b]^{1/(n+1)}, \quad x < x_c \quad (15)$$

$$\phi_{\text{ext}}(x) = -B \frac{1 - (1+x)^{2-b}}{(b-2)x} - \frac{C}{x} + \phi_\infty, \quad x > x_c \quad (16)$$

ここで、 $C$  と  $\phi_\infty$  は積分定数であり、

$$\phi_s = \left( \frac{n\Lambda^{n+4}M_{\text{Pl}}}{\beta\rho_s} \right)^{1/(n+1)}, \quad B = \frac{\beta\rho_s r_s^2}{M_{\text{Pl}}(b-1)} = -2\beta\phi_0. \quad (17)$$

である。 $\phi_\infty$  は  $\phi_\infty = \phi(r = \infty)$  で定義されるのでバックグラウンドのスカラー場の値と考えられ、宇宙の加速膨張に関係する量になりうる。 $x = x_c$  での接続を考えることで、 $C$  と  $x_c$  を求めることができる。

$$C = B \frac{(1+x_c)^{2-b} - 1}{b-2} + \phi_\infty x_c - \phi_s [x_c(1+x_c)^b]^{1/(n+1)} x_c, \quad (18)$$

$$\phi_\infty - B(1+x_c)^{1-b} = \phi_s (x_c(1+x_c)^b)^{1/(n+1)} \left( 1 + \frac{(1+b)x_c + 1}{(n+1)(1+x_c)} \right). \quad (19)$$

ここで、 $\phi_s$  は内部解の領域でのスカラー場の典型的な値であるが、ここでは chameleon 機構が効いている。すなわちこれは  $\phi_s \ll \phi_\infty$  であることを意味しており、 $\phi_s \rightarrow 0$  とおくことで、(18) 式と (19) 式は

$$C \simeq B \frac{(1+x_c)^{2-b} - 1}{b-2} + \phi_\infty x_c, \quad (20)$$

$$\phi_\infty - B(1+x_c)^{1-b} \simeq 0. \quad (21)$$

と近似できる。したがって外部解はポテンシャルのパラメータ  $n$  と  $\Lambda$  にはほとんど寄らない。

修正重力模型における NFW プロファイルのダークマター分布の仮定やスカラー場の解析解の妥当性は [4-6, 13-15] で議論されている。

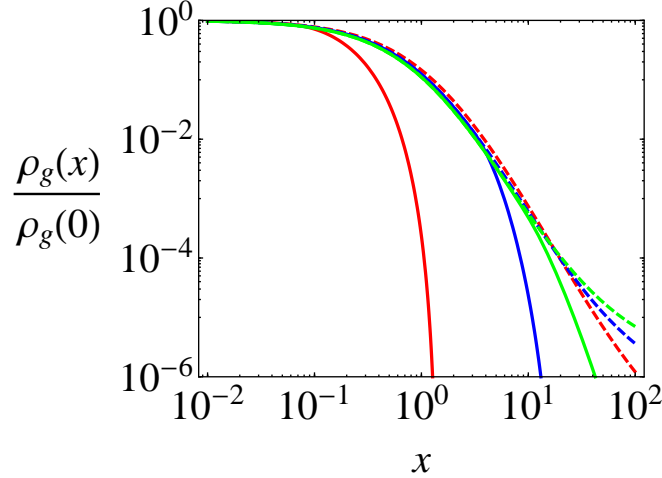


図 1: ガスの密度プロファイル。実線 (破線) は chameleon force がある (ない) 場合曲線で、ビリアル質量は  $M_{\text{vir}} = 4 \times 10^{14} M_{\odot}$  (green curve)、 $10^{14} M_{\odot}$  (blue curve)、 $M_{\text{vir}} = 10^{13} M_{\odot}$  (red curve) である。chameleon force がある場合の他のパラメータは  $\beta = 1, n = 1.8 \times 10^{-5}, \Lambda = 2.4 \times 10^{-3} \text{eV}, \phi_{\infty} = 1.1 \times 10^{-5} M_{\text{Pl}}$  である。

### 3.3 Behavior of gas density profile

以上の解析解を用いるとガスの分布プロファイル (12) は次のように表される。

$$y_{\text{gas}}^{\gamma-1}(x) = 1 - A \left[ 1 + \frac{(1+x)^{2-b} - 1}{(b-2)x} + \frac{\beta \phi_s}{\phi_0} (x(1+x)^b)^{1/(n+1)} \right], \quad x < x_c \quad (22)$$

$$y_{\text{gas}}^{\gamma-1}(x) = 1 - A \left[ 1 + (1+2\beta^2) \frac{(1+x)^{2-b} - 1}{(b-2)x} + \frac{\beta}{\phi_0} \left( \phi_{\infty} - \frac{C}{x} \right) \right], \quad x > x_c \quad (23)$$

ここで、

$$A = -\frac{\mu m_p \phi_s}{k T_g(0) M_{\text{Pl}}} \frac{\gamma - 1}{\gamma}. \quad (24)$$

である。

図 1 はガスの密度分布プロファイルを示している。実線は chameleon force を考慮した場合、破線はニュートン重力の場合で、ビリアル質量は左から順に  $M_{\text{vir}} = 10^{13} M_{\odot}$ 、 $10^{14} M_{\odot}$ 、 $4 \times 10^{14} M_{\odot}$  である。chameleon force が働くとニュートン重力の場合に比べて銀河団の外側でガスの密度が早く減少することが分かる。これは chameleon force が引力なので、それとバランスするためにより大きな圧力勾配が必要だからである。これによりガスの分布がコンパクトになる。さらにこの特徴は質量の小さい銀河団によく現れることもわかる。

## 4 Observational Signatures

これらの特徴を用いて、chameleon 重力模型に制限を与えることを考える。そのために、銀河団の X 線観測を考える。chameleon force が存在すればガス密度が急激に減少するので、同様の特徴が X 線の表面輝度温度にも現わ

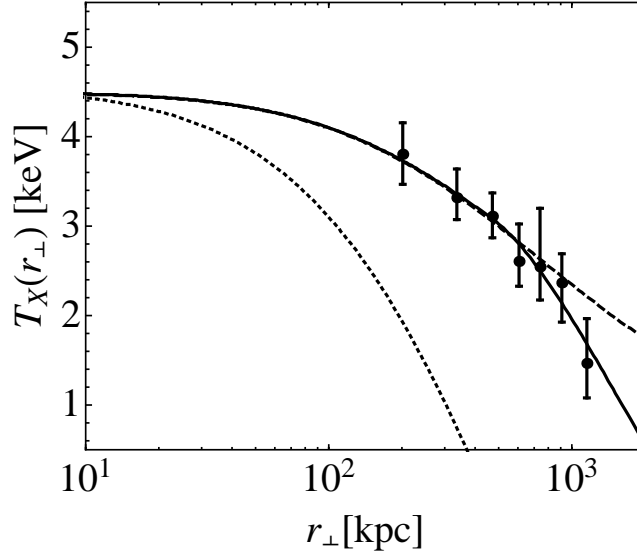


図 2: X 線表面輝度温度プロファイル。  $r_{\perp}$  は視線方向に垂直な動径座標。点とそのエラーバーは [21] における filament 方向の観測データ。曲線は (25) 式で与えられる理論曲線。実線は best-fit でパラメータは  $(\phi_{\infty}, M_{\text{vir}}, c, T_g(0)) = (5.4 \times 10^{-5} M_{\text{Pl}}, 5.1 \times 10^{14} M_{\odot}, 5.8, 4.9 \text{keV})$ 。破線と点線はそれぞれ  $\phi_{\infty} = 2 \times 10^{-5} M_{\text{Pl}}$ 、 $\phi_{\infty} = 1.3 \times 10^{-4} M_{\text{Pl}}$  の場合で、他のパラメータは best-fit と同じである。 $\beta = 1$  と  $b = 2$  は固定している。

れるはずである。

ここでは「すざく」衛星によって観測された Hydra A cluster の X 線温度のデータ [21] を用いて理論と比較する。Hydra A cluster は 230 Mpc の距離に位置している銀河団である。

[21] では 2 つの違う領域を観測している。2 つの領域はそれぞれ filament 方向と void 方向に続いているためそれぞれ filament、void と呼ぶことにする。図 2 には filament 方向のデータ点とエラーバーを示している。図中の曲線は X 線輝度温度の理論曲線であり、ガスの分布プロファイルから次のように与えられる。

$$\begin{aligned}
 T_X(r_{\perp}) &= \frac{\int dz \lambda_c(\sqrt{r_{\perp}^2 + z^2}) \rho_{\text{gas}}^2(\sqrt{r_{\perp}^2 + z^2}) T_{\text{gas}}(\sqrt{r_{\perp}^2 + z^2})}{\int dz \lambda_c(\sqrt{r_{\perp}^2 + z^2}) \rho_{\text{gas}}^2(\sqrt{r_{\perp}^2 + z^2})}, \\
 &= T_{\text{gas}}(0) \frac{\int dz y_{\text{gas}}^{\frac{3\gamma+1}{2}}(\sqrt{r_{\perp}^2 + z^2})}{\int dz y_{\text{gas}}^{\frac{\gamma+3}{2}}(\sqrt{r_{\perp}^2 + z^2})}, \tag{25}
 \end{aligned}$$

ここで、 $\lambda_c(T_{\text{gas}})$  は cooling function で X 線放射が銀河団ガスの制動放射に寄るものであるとすると  $\lambda_c(T_{\text{gas}}) \propto T_{\text{gas}}^{-1/2}$  (e.g., [20]) となる。また、 $r_{\perp}$  は視線方向に垂直な方向の動径座標である。実線はその best-fit で、破線と点線は  $\phi_{\infty}$  をそれぞれ  $\phi_{\infty} = 2 \times 10^{-5} M_{\text{Pl}}$  と  $1.3 \times 10^{-4} M_{\text{Pl}}$  としたときの理論曲線であり、他のパラメータは best-fit と同じである。

図 2 中の点線、実線、破線は  $\phi_{\infty}$  の値によって現われる特徴的な曲線を表している。まず、点線は modified gravity の極限であり、(20) 式において  $x_c$  が負になるとき、すなわち  $\phi_{\infty} \geq B$  となるときの現れる。これは chameleon 機構

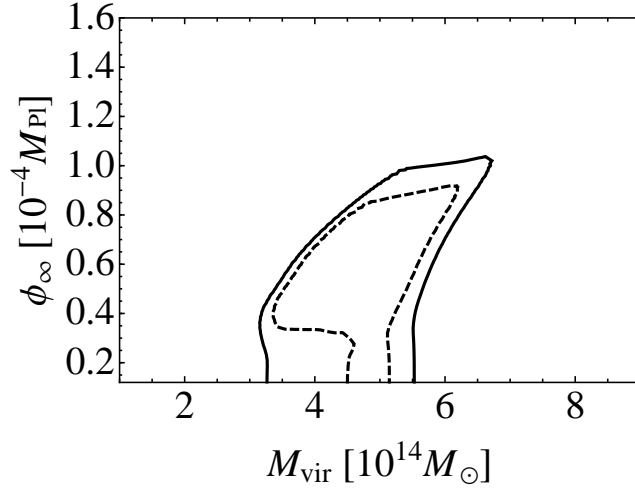


図 3:  $\phi_\infty$ - $M_{\text{vir}}$  平面における  $\Delta\chi^2$  の等高線。ここで、 $\beta = 1$  と  $b = 2$  は固定し、 $c$  と  $T_{\text{gas}}(0)$  は fitting parameter として変化させている。等高線の値は破線と実線でそれぞれ  $\Delta\chi^2 = 2.7$  と  $6.6$  である。

が効いているスカラー場の内部解がハロー中に存在しないことを意味しており、スカラー場の解はすべての領域で外部解となる。このとき、(12) 式は次のような表式ならなければならない。

$$y_{\text{gas}}(x) = \left[ 1 - A(1 + 2\beta^2) \left( 1 + \frac{(1+x)^{2-b} - 1}{(b-2)x} \right) \right]^{1/(\gamma-1)}. \quad (26)$$

一方、破線はニュートン重力の極限を表している。 $\phi_\infty$  の値が小さい場合、(20) 式から  $x_c$  はより大きくなる。これは chameleon force がより大きい半径のところでのみ影響することを意味している。(23) における  $y_{\text{gas}}(x)$  の内部解は (26) において  $\beta \rightarrow 0$  とおいたものと近似的に等しい。まとめると、点線と破線は 2 つの対照的な極限を表しており、理論曲線はこれら 2 つの線の間に見える。ここで、modified gravity の極限である (26) 式は重力モデルのパラメータとしては coupling constant  $\beta$  のみに依存し変化することに注意する。

図 3 は  $\phi_\infty$ - $M_{\text{vir}}$  平面における  $\Delta\chi^2$  の等高線を示している。ここで、 $\chi^2$  は

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^7 \frac{(T_X(r_{\perp,i}) - T_i^{\text{obs.}})^2}{(\Delta T_i^{\text{obs.}})^2}, \quad (27)$$

で定義している。 $T_i^{\text{obs.}}$  と  $\Delta T_i^{\text{obs.}}$  は filament 方向における観測データとその誤差であり、 $T_X(r_{\perp,i})$  は (25) 式から得られる理論値である。ここでは  $\beta = 1$  と  $b = 2$  を固定し、 $c$  と  $T_g(0)$  は変化させて  $\chi^2$  が小さくなるときの値を取り出している。 $\chi^2$  の最小値は 1.0 で自由度は 3 である。等高線の振る舞いは  $\phi_\infty$  が小さいとき理論曲線がニュートン重力の極限に近づき、 $\phi_\infty$  が大きくなると理論曲線が急勾配を持つようになる。図 3 から  $\beta = 1$ 、 $b = 2$  としたとき  $2\text{-}\sigma$  のレベルで  $\phi_\infty < 10^{-4}$  という上限を得ることができる。

$b$  を変化した場合でも  $\phi_\infty$  に対して同様の上限が得られた。これは表 1 に void 方向の結果も含めてまとめている。

	Upper limit for $\phi_\infty$ in unit of $[M_{\text{Pl}}]$	
	filament	void
$b = 1.7$	$1.4 \times 10^{-4}$	$0.9 \times 10^{-4}$
$b = 2.0$	$1.0 \times 10^{-4}$	$0.8 \times 10^{-4}$
$b = 2.5$	$0.8 \times 10^{-4}$	$0.6 \times 10^{-4}$

表 1:  $b$  を変化させたときの  $\phi_\infty$  の上限 ( $2\text{-}\sigma$ )、 $\beta = 1$  は固定している。

## 5 Summary

我々は銀河団ガスの圧力勾配と重力、chameleon force との間の静水圧平衡を仮定し、銀河団ガスの密度、温度、圧力プロファイルを解析的に導出した。ここでは、ガスの polytropic な状態方程式と一般的化された NFW プロファイルで与えられるダークマター分布を仮定した。chameleon force が存在すると、ガスの分布はコンパクトになることがわかった。この特徴は質量の小さい銀河団、または  $\beta$ ,  $\phi_\infty$  が大きい場合に顕著に現れることもわかった。この特徴を用いて、実際の X 線観測 [21] と比較し、銀河団のバックグラウンドにおけるスカラー場（銀河団が孤立していれば宇宙の加速膨張に起因するスカラー場）に対して  $\phi_\infty < 10^{-4} M_{\text{Pl}}$  という制限を得た。

今後はより多くの X 線観測と比較し、更に重力レンズ効果や Sunyaev-Zel'dovich 効果の観測など多方面からの観測を取り入れることで、修正重力模型に対するより有益な制限が得られることが期待される。

## 参考文献

- [1] A. Terukina, K. Yamamoto, arXiv:1203.6163
- [2] J. Khoury, A. Weltman, PRD **69**, 044026 (2004)
- [3] D. F. Mota, J. D. Barrow, Phys. Lett. B **581**, 141 (2004)
- [4] F. Schmidt, PRD **81** 103002 (2010)
- [5] T. Y. Lam, et al., arXiv:1202.4501
- [6] L. Lombriser, et al., Phys. Rev. D **85** 124054 (2012)
- [7] L. Lombriser, et al., Phys. Rev. D **85** 102001 (2012)
- [8] T. Narikawa, et al., Int. J. Mod. Phys. D **20** 2383 (2011)
- [9] T. Narikawa and K. Yamamoto, JCAP 05(2012)016
- [10] R. Pourhasan, N. Afshordi, R. B. Mann and A. C. Davis, JCAP **12**, 005 (2011)
- [11] P. Burikham and S. Panpanich, IJMPD **21**, 05 (2012)
- [12] J. F. Navarro, C. S. Frenk and S. D. M. White, ApJ, **490**, 493 (1997)

- [13] K. Umetsu, et al., ApJ, **738** 41 (2011)
- [14] M. Oguri, et al., MNRAS **420** 3213 (2012)
- [15] G.-B. Zhao, B. Li and K. Koyama, PRL **107** 071303 (2011)
- [16] Y. Suto, S. Sasaki, N. Makino, ApJ, **509**, 544 (1998)
- [17] E. Komatsu, U. Seljak, MNRAS, **327**, 1353 (2001)
- [18] P. R. Capelo, P. S. Coppi and P. Natarajan, arXiv:1111.5573
- [19] E. Komatsu, U. Seljak, MNRAS, **336**, 1256 (2002)
- [20] M. R. Eke, J. F. Navarro, C. S. Frenk, ApJ, **503**, 569 (1998)
- [21] T. Sato et al., Publ. Astron. Soc. Japan in press, arXiv:1203.1700