Modified Newtonian Dyanamics(MOND)の検討

JASMINE 検討室　東京大学 M1　田川寛通

MOND とは、銀河系の回転曲線ををダークマターなしで説明するため力学法則を変更を試みた力学理論の仮説のひとつである。具体的には、加速速度 a が $a_0 \simeq 1.2\times10^{-10}$ m/s^2 より小さくなると、加速度が距離の－1 乗に比例するよう、運動方程式、重力方程式を変化させる。 この修正により、同じパラメータ a_0 を使って銀河系以外の円盤銀河の回転曲線を精度よく再現する。 また、“Tully-Fisher relation”の観測と良く合うが、銀河団の速度分散は visible mass では説明できない。

ここで、通常の MOND の具体的な修正をみていく。まず、通常のニュートン力学でのラグランジアン

$$L_N=-\int d^3r\{\rho\varphi_N+(8\pi G)^{-1}(\nabla\varphi_N)^2\} \qquad (1)$$

(1)の$(\nabla\varphi_N)^2$を任意の関数 $a_0F[(\nabla\varphi_N)^2/a_0^2]$で置き換える。

$$L=-\int d^3r\{\rho\varphi_N+(8\pi G)^{-1}a_0F[(\nabla\varphi_N)^2/a_0^2]\} \qquad (2)$$

ただし、$F'[x^2]=\mu(x)$であり、$\mu(x)=x$ for $x >> 1$ で、$\mu(x)=1$ for $x << 1$ となる関数を次のように選ぶ。

$$\mu(x)=x/(1+x^2)^{0.5} \qquad (3)$$

(2)のラグランジアンについて φ が従うラグランジュ方程式は

$$\nabla\cdot[\mu\left(\frac{\nabla\varphi}{a_0}\right)\nabla\varphi]=4\pi G\rho=\Delta\varphi_N \qquad (4)$$

ただし、φ_N はニュートン力学の重力ポテンシャルで、φ は MONDian の重力ポテンシャルである。重力方程式を(4)のように変えるのが通常の MOND の修正となる。(Milgrom1984)

ここで､今回は連星における MOND の振る舞いをみていく｡MOND では $a<<a_0$ のとき、$(a^2/a_0)\approx g_N=GM/r^2$ となるため、加速度は $a=(GMa_0)^{1/2}/r$ となる。加速度$((GMa_0)^{0.5}/r)=$遠心力（V^2/r）より、$V=(GMa_0)^{1/4}$=一定が得られる。この関係を連星について調べる。質量 $M\simeq M$sun の連星では､距離 7000 AU あたりで $a\simeq a_0$ となる。よって､連星の距離が 7000 AU よりも遠いとき、MOND の加速度となることが予想される。実際の研究では図 1 のような成果が出ている。

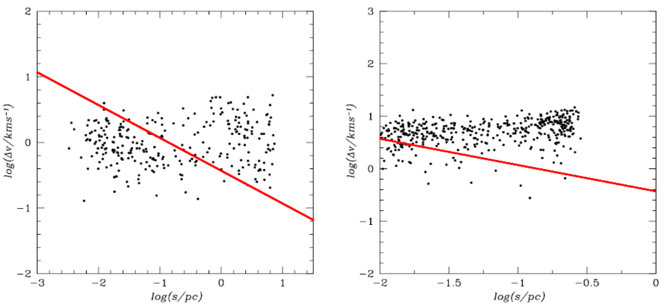


図 1. 距離が 7000 AU より大きい 1Msun 程度の連星の、横軸距離と縦軸速度の関係。左は Hipparucos、右は SDSS による観測の結果。(Hernandez,Jimenez &Allen 2012)

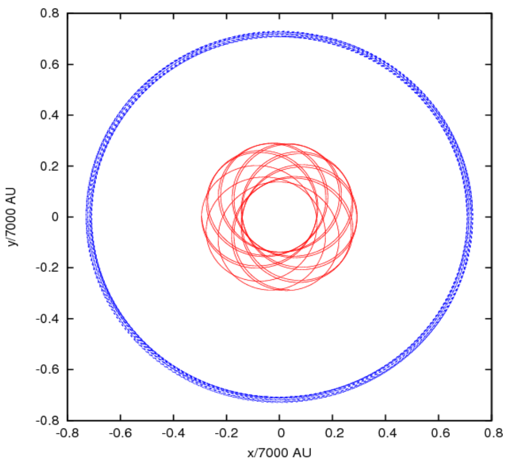
図 1 より速度の差に上限があり、MOND により予言される一定速度が現れているように見える。ただし、binary の軌道傾斜角や軌道離心率、二体の回転の関係を考慮に入れられていないため、不確かさ(分散)が生じている。

ここで、位置天文観測衛星 Nano-JASMINE が 2013 年度に打ち上がる予定である。すると、これまでより一桁精度の高い固有運動が得られる。また、連星の位置関係が正確にわかるようになり、また連星の回転速度と距離の精度が上がる。そして、分散の主な原因として考えられる連星の軌道傾斜角が求められる。よって、位置天文観測衛星 Nano-JASMINE の観測結果により a_0 付近での振る舞いや、MOND の妥当性がより詳細に議論できるようになると期待される。

次に、MOND における保存則の成立についてみていく。$a>>a_0$ のとき $a\to GM/r^2$ であり、$a<<a_0$ のとき $a\to(GMa_0)^{1/2}/r$ となる。よって、この二つの場合の切り替わりが問題であり、保存則を満たすために上手く条件を与える必要がある。ここで、(4)を加速度について解くと

$$\mu(g/a_0)\,g=g_N+\nabla\times h \qquad (5)$$

ここで、g_N は Newtonian の重力加速度、g は MOND の重力加速度、h は $\nabla\cdot h=0$ となるように任意に決められるベクトルである。球対称や軸対称のような対称な系のとき、 $\nabla\times h$ は 0 となり、通常の議論では無視される。通常の MOND では作用反作用を成り立たせるために、片方が MONDian のとき MONDian でない方の慣性質量 m を修正し、見えない質量(phantom mass)が存在しているように考える。そこで、片方が MONDian、片方がニュートニアンになるように初期値を与えた二体が二次元平面内を連星軌道を動くときの質点の運動の軌跡が図 a となっている。また、二体の重心の、質量補正した時としていないときの運動の軌跡が図 b である。



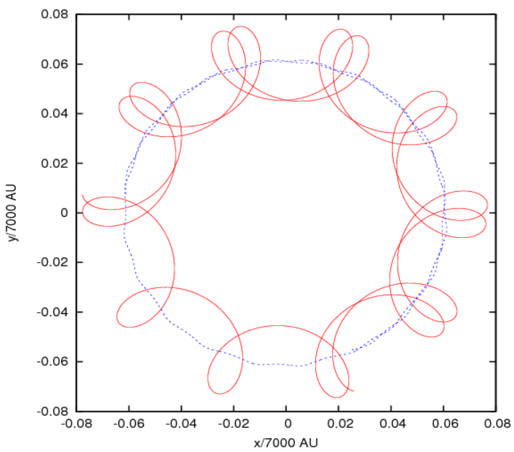


図 a(左). Newtonian(青)0.5M$_{sun}$ と MONDian(赤)2M$_{sun}$ の連星の軌道

図 b(右). $\nabla\times\boldsymbol{h}$ を考えない時の Newtonian と MONDian の連星の重心の質量補正したもの(青)としていないもの(赤)の軌道

この重心の加速度運動(円運動)は、通常の議論では 0 に近似できる $\nabla\times h$ の項が二体では無

視できない為現れる。$\boldsymbol{h}$ を適当に選んで与えてみると二体と重心の運動は図 c のように加速度運動しなくなった。

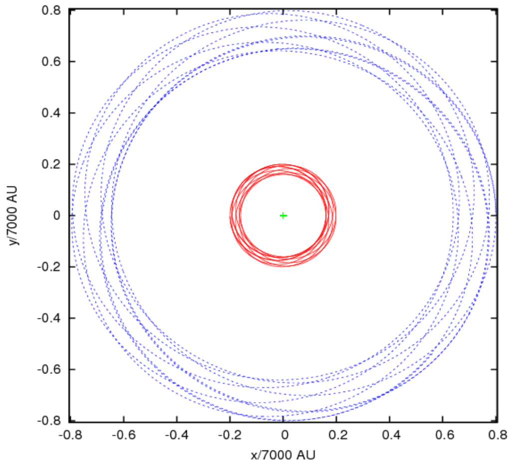


図 c. $\nabla\times\boldsymbol{h}$ を任意に与えた時の連星(青と赤)と重心(緑)の軌道

一応運動量は保存しているが、これは結果として両方の粒子に同じ力が加わるよう再分配したことに等しくなっている。このように、運動量保存が成り立つような $\boldsymbol{h}$ を探してきたところ、通常の MOND において運動量保存が成り立たせることが出来た。ただし、相対論に拡張していない MOND では $\nabla\times\boldsymbol{h}$ を 0 と近似することが多く、対称性のない場合の数値計算は厳密には $\boldsymbol{h}$ の決め方の任意性より難しいと考えられる。

結論として、保存則を厳密に成り立たせることは可能であった。MOND は場当たり的な変更で DarkMatter による説明に比べると主流ではないが、今もなお活発な議論の最中である。MOND の妥当性の検討のためにも Nano-JASMINE の 打ち上げが期待される。