

# 温度勾配による銀河プラズマの成長

藤木 和城

9/12

本紙は銀河の乱流磁場の起源となる磁場が物理的にどう発生するのかプラズマ運動論的に説明したものである。その物理とは温度勾配がある熱的な無衝突プラズマにはその熱的な無衝突プラズマに含まれる摂動磁場が1秒のオーダーで\*電子の熱速度でのラーマー半径とプラズマ中のプラズマ波長の波長が同程度まで (Ramani and Laval 1978) 成長するというものである。ただし、この物理には前提条件として磁場の成長時間内に温度勾配が熱拡散によって均されないことが含まれる。これを示しておく。熱拡散のタイムスケールは電子の平均自由行程  $\lambda_e$ 、熱的プラズマの温度のスケールハイト  $L$ 、電子の熱速度  $v_{th,e} \equiv \sqrt{2k_B T/m_e}$ 、 $\epsilon \equiv \lambda_e/L$  とすれば、

$$\tau_{ev} \sim (\lambda_e/v_{th,e}) \times (L/\lambda_e)^2 = \epsilon^{-1}(L/v_{th,e}) \sim 10^5(L/4kpc)(k_B T/4kev)^{-0.5} \epsilon^{-1} yr \quad (1)$$

ここで、クーロン散乱での電子の平均自由行程は  $\lambda_e \sim 0.5(k_B T/4kev)^2(n_e/10^{-2}cm^{-3})^{-1}kpc$  で (Sarazin 1988) ある。磁場の成長時間は熱拡散のタイムスケールに比べはるかに短い時間であるから、温度勾配のあるプラズマが熱拡散により温度勾配が均されない。

## 熱的プラズマにおける速度分布のずれ

熱的なプラズマの速度分布は平衡状態において、マクスウェル・ボルツマン分布で与えられる。しかし、温度勾配によって熱的なプラズマの速度分布はマクスウェル・ボルツマン分布からずれる。その分布のずれはボルツマン方程式を解くことで、温度に関して特徴的なパラメータである  $\epsilon$  によって摂動論的に展開される。また、プラズマ中の摂動電磁場によってもずれが発生することから

$$f_e = f_{m,e} + \epsilon f_e^{(1)} + \epsilon^2 f_e^{(2)} + \dots + \delta f_e \quad (2)$$

温度のスケールハイト内で熱的プラズマは熱平衡状態にあるため、 $\epsilon = \lambda_e/L < 1$  をきちんと満たす。ボルツマン方程式は以下の形で与えられる。

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_e - \frac{e}{m_e} (\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \mathbf{v}} = -\nu_e (f_e - f_{m,e}) \quad (3)$$

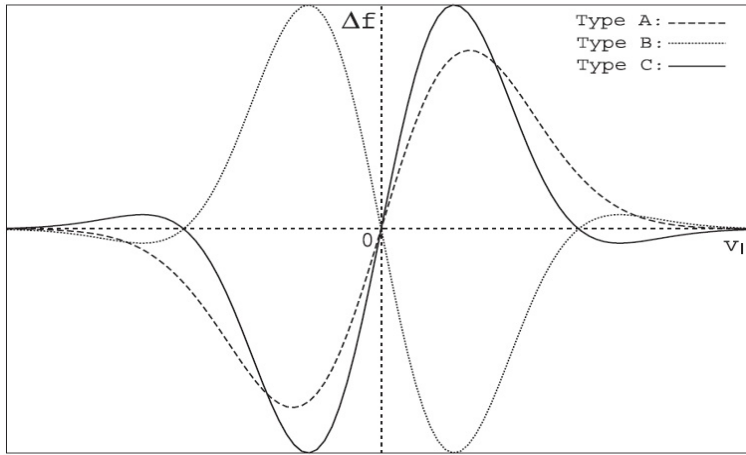
ここで、 $\mathbf{E}$  は銀河プラズマ中の摂動電場、 $\mathbf{B}$  は銀河プラズマ中の摂動磁場 + 背景磁場、右辺はクルークオペレーターである。 $\nu_e$  は電子の衝突頻度であり、衝突すればするほど速度分布はマクスウェル・ボルツマン分布に近づくので右辺は0に近づく。同様に無衝突になればなるほど右辺が0に近づく。左辺第1項目の時間偏微分の項は

$$\left| \frac{\partial f_e}{\partial t} \right| = \left| \frac{\partial f_e}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \right| \sim \frac{f_e}{T} \frac{T}{\tau_{ev}} = \epsilon \frac{v_{th,e}}{L} f_e \quad (4)$$

温度勾配の方向を  $x$  方向とし、速度分布のずれを  $\epsilon$  の 1 次までで考えると

$$f_e^{(1)} = \frac{v_x}{v_{th,e}} \left( \frac{5}{2} - \frac{m_e v^2}{2k_B T} \right) f_{m,e} \quad (5)$$

物理的な考察もしてみよう。この速度分布のずれを  $\Delta f_e$  とすると、 $\Delta f_e$  は当然、電子数保存  $\langle \Delta f_e \rangle = 0$ 、電気中性条件  $\langle v_x \Delta f_e \rangle = 0$ 、エネルギー保存  $\langle v^2 \Delta f_e \rangle = 0$  を満たしている。ここで、ブラケットは速度空間での積分を表している。電子数保存とエネルギー保存から速度分布のずれは奇関数である。加えて、熱流がネガティブになるように  $\langle v_x v^2 \Delta f_e \rangle < 0$ 、座標系をとると、下図のような奇関数 A、B、C の内、A、B は棄却され、C が速度分布のずれの形となる。



これは、ちょうど  $\epsilon$  の 1 次の成分と同じものである。よって、速度分布のずれの物理的な結果と解析的な結果は見事に一致する。

## 分散関係

温度勾配による熱的プラズマの速度分布のずれを  $\epsilon$  の 1 次までで考える。速度分布の摂動の 1 次における熱的プラズマのボルツマン方程式は以下の通りである。

$$\frac{\partial \delta f_e}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \delta f_e - \frac{e}{m_e c} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) \cdot \frac{\partial \delta f_e}{\partial \mathbf{v}} = \frac{e}{m_e} (\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} (f_{m,e} + f_e^{(1)} + \delta f_e) \quad (6)$$

$\delta f_e$  のオーダーはおよそ熱的プラズマのプラズマ波長程度である。ここで、その波長が我々の銀河の熱的プラズマにおける電子の平均自由行程よりも十分小さいと仮定しているため衝突項はゼロである。一方で、熱的プラズマはマクスウェル方程式を満たす。熱的プラズマ中の電場、磁場、速度分布関数の摂動量をフーリエ変換することで、波数ベクトルと磁場は直交する。速度分布関数の摂動によって、熱的プラズマ中に流れる電流は  $\mathbf{j}_e = -e \int \mathbf{v} \delta f_e d^3 v$  である。マクスウェル方程式から導きだされる分散関係は以下の通りである。ただし、ここでは、簡単のため、背景磁場はなしで、 $\omega/kv_{th,e} \ll 1$  であるときを考えている。なお、磁場の方向には 2 つのモードを考え、mode1 は温度勾配と波数ベクトルが作る平面に直交しているおり、mode2 はその平面内で波数ベクトルに直交している。

mode1

$$\omega_r = \frac{\epsilon}{4} k v_{th,e} \cos\theta \quad (7)$$

$$\omega_i = \frac{\epsilon^2}{8\sqrt{\pi}} k v_{th,e} (3\cos^2\theta - 2\sin^2\theta) - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{c}{\omega_{pe}}\right)^2 k^3 v_{th,e} \quad (8)$$

mode2

$$\omega_r = \frac{\epsilon}{4} k v_{th,e} \cos\theta \quad (9)$$

$$\omega_i = \frac{3\epsilon^2}{8\sqrt{\pi}} k v_{th,e} \cos^2\theta - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{c}{\omega_{pe}}\right)^2 k^3 v_{th,e} \quad (10)$$

ここで、 $\omega_{pe}$  は電子のプラズマ振動数である。 $\omega_{pe} \equiv \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}}$ 。  $\theta$  は波数ベクトルと温度勾配方向とのなす角である。 mode1,2 ともにその成長率ピークがあり、それが温度勾配がある熱的プラズマ中のプラズマ波動の最大成長率である。

mode1

$$\omega_{i,max} = \frac{\epsilon^3}{24\sqrt{6}\pi} \frac{\omega_{pe}}{c} v_{th,e} |5\cos^2\theta - 2|^{\frac{3}{2}} \quad (11)$$

$$k_{max} = \frac{\epsilon}{2\sqrt{6}} \frac{\omega_{pe}}{c} \sqrt{5\cos^2\theta - 2} \quad (12)$$

mode2

$$\omega_{i,max} = \frac{\epsilon^3}{8\sqrt{2}\pi} \frac{\omega_{pe}}{c} v_{th,e} |\cos\theta|^{\frac{3}{2}} \quad (13)$$

$$k_{max} = \frac{\epsilon}{2\sqrt{2}} \frac{\omega_{pe}}{c} |\cos\theta| \quad (14)$$

mode1 の磁場の成長については  $\theta_0 \equiv \cos^{-1}(\sqrt{\frac{2}{5}})$  とすると、  $-\theta_0 \leq \theta \leq \theta_0$  または  $\pi - \theta_0 \leq \theta \leq \pi + \theta_0$  の  $\theta$  について成り立つ。 mode2 についてはすべての  $\theta$  について磁場が成長する。

## 考察

最も熱的プラズマの成長する方向は波数ベクトルと温度勾配の方向が一致したときである。その最大成長率は  $\epsilon = 1$ 、電子数密度は銀河プラズマのもので  $n_e = 0.1 \text{ cm}^{-3}$ 、銀河プラズマの温度  $T = 8000 \text{ K}$  で  $\omega \sim 0.1 \text{ s}^{-1}$  である。最大成長率時のプラズマ波動の波長は  $\lambda \sim 2.6 \times 10^7 \text{ cm}$  である。プラズマ中の電子のクーロン散乱による電子の平均自由行程は  $10^{13} \text{ cm}$  であるから、この結果に自己矛盾はない。したがって、銀河内でプラズマが成長する時間は中国 4000 年よりもずっと短い。磁場の成長限界は Ramani によれば、熱速度をもった電子が温度勾配をもったプラズマから発生した磁場に捕獲されたときである。そのとき、銀河プラズマのプラズマ波動の  $1/4$  波長程度のものになる。磁場の強さは  $B \sim 0.1 \mu\text{G}$  である。以上より、銀河内の乱流磁場が温度勾配があるプラズマから発生しているのではないかと考えられる。