

2012年8月3日

2012年度 第42回天文・天体物理若手 夏の学校

有限の質量の粒子に崩壊する暗黒物質がつくる密度ゆらぎについて

名古屋大学大学院理学研究科

素粒子宇宙物理学専攻 宇宙論研究室(C研)

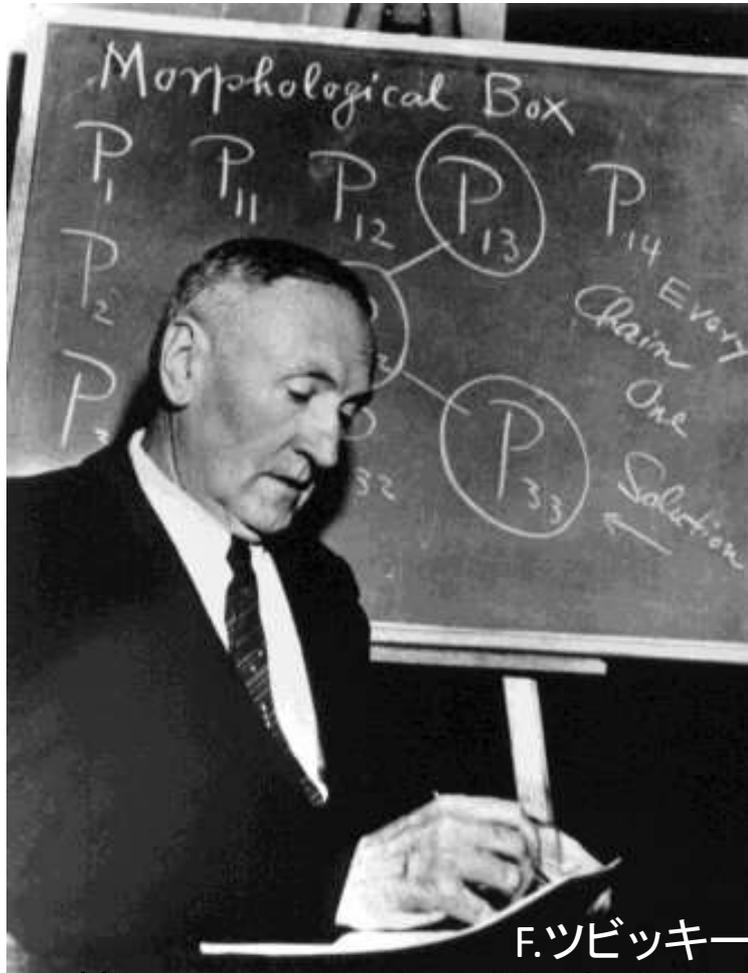
博士1年 青山尚平

目次

1. Introduction
2. 本研究の特徴と研究方法の概要
3. 先行研究例の紹介
4. 現在の研究の進捗状況
5. 将来計画
6. まとめ

Introduction

- 暗黒物質は1933年F.ツビッキーが
髪座銀河団[Coma Cluster]に属する



F.ツビッキー

7つの銀河を観測し、
光っている物質だけでは
この銀河団の質量を
説明できないことを示した。
そして光っていない物質成分を
“暗い物質”と呼んだ。

- 宇宙マイクロ波背景放射の
温度ゆらぎの観測で宇宙には
未知の重力源が普通の物質の
5倍以上存在することがわかった。

暗黒物質(DM)についてわかっていること

- ① DMは未知の素粒子である可能性が高い。
- ② DM粒子1つの質量 m の確実な(第1原理的)制限は
 $10^{-31}\text{GeV} < m < 10^{51}\text{GeV}$ [81桁の範囲]
(ド・ブroy波長が銀河スケールに収まる) $< m <$ (重カレンズ効果)
W.Hu *et al.* PRL 85,1158(2000) , P.Tisserand *et al.*A&A 469,387(2007)
(*eg.* 電子 $0.511 \times 10^{-3}\text{GeV}$,地球 $3.35 \times 10^{51}\text{GeV}$)
☞ 私たちは暗黒物質の正体を全然知らない。
- ③ 電磁相互作用、強い相互作用はしない。(加速器実験より)
→ 未知のものが存在するならば、かなり小さな相互作用
(SUSY particles, WIMP ← 現段階で直接的には発見されてない)
- ④ 崩壊現象が観測できれば暗黒物質の相互作用に関する情報が得られる。

本研究の概要

- 暗黒物質の寿命 τ が制限がつくと、
(未知の)DMの相互作用に関する情報が得られる。
- (eg. 2体崩壊の場合
M.Kaplinghat, *PRD*72,063510(2005))

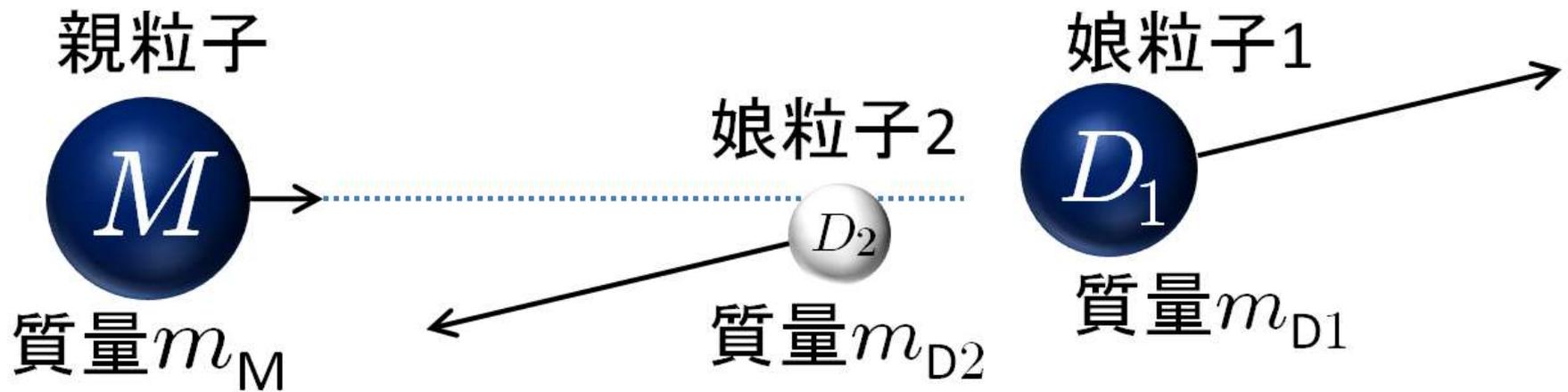
\mathcal{M} は量子力学における遷移行列。

$$\tau = 8\pi m_M^2 / p_{CM} |\mathcal{M}|^2$$

- CMBの温度ゆらぎはWMAP, PLANCKで精密に測られ、
パラメータの厳密な制限が可能である。

本研究の概要

- 本研究では宇宙晴れ上がり後の
- 本研究では2体崩壊、かつ、
粒子M, D1は超対称粒子、D2をレプトンを仮定する。



- エネルギー保存則より $m_{D1} + m_{D2} < m_M$ が成り立つ。
- 超対称粒子は未発見でレプトンと比べて重たい粒子であると考えられている。

研究の注目ポイント

- 暗黒物質の寿命 τ が制限がつくと、(未知の)DMの相互作用に関する情報が得られる。
- (eg. 2体崩壊の場合 M.Kaplinghat,PRD72,063510(2005))

$$\tau = 8\pi m_M^2 / p_{CM} |\mathcal{M}|^2$$

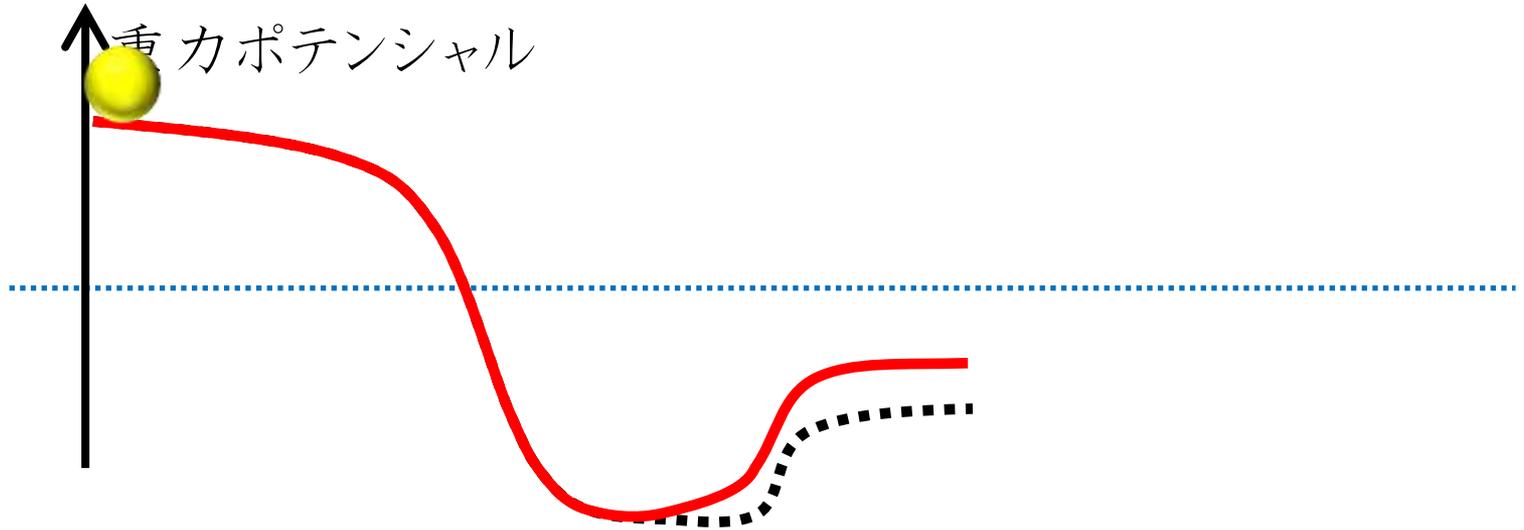
\mathcal{M} は量子力学における遷移行列。

- CMBの温度ゆらぎはWMAP, PLANCKで精密に測られ、パラメータの厳密な制限が可能である。
- 地上の素粒子実験では検証が難しい相互作用が検証できる可能性がある。

近年の先行研究例

論文著者	発表年	mD1	mD2	線形摂動の考慮
K.Ichiki et al.	2004	0	0	○
Kaplinghat	2005	(arbitrary)	0	○(放射優勢期の崩壊のみを考慮)
Peter et al.	2010	$\sim m_M$	0	N-body simulation
Aoyama et al.	2011	(arbitrary)	(arbitrary)	× (DDMによる密度変化のみ)
M.Wang et al.	2012	$\sim m_M$	0	○

暗黒物質が宇宙年齢のオーダーで崩壊する場合



- 光子は電子と脱結合(decouple)してから重力ポテンシャルの中を飛んでくる。
- 暗黒物質の崩壊により重力ポテンシャルが浅くなる。
- CMBの光子の温度は崩壊がない場合と比べて変わる。

暗黒物質の密度の時間発展

• ボルツマン方程式

$$\frac{df_m}{d\tau} = \frac{\partial f_m}{\partial \tau} + \frac{dx^i}{d\tau} \frac{\partial f_m}{\partial x^i} + \frac{dq}{d\tau} \frac{\partial f_m}{\partial q} + \frac{dn^i}{d\tau} \frac{\partial f_m}{\partial n^i} = \left(\frac{\partial f_m}{\partial \tau} \right)_C$$

$$f_m(q, \tau, \mathbf{x}, \mathbf{n}) = \underbrace{f_m^{(0)}(q, \tau)}_{\text{0次の分布関数}} \left(1 + \underbrace{\Psi(q, \tau, \mathbf{x}, \mathbf{n})}_{\substack{\text{1次のゆらぎ} \\ \text{(微小量)}}} \right)$$

0次のみに注目すると Γ^{-1} を寿命として

$$\text{親粒子: } \frac{\partial f_M^{(0)}}{\partial \tau} = -a\Gamma f_M^{(0)}$$

$$\text{娘粒子: } \frac{\partial f_D^{(0)}}{\partial \tau} = \frac{a\Gamma n_{M\emptyset}}{4\pi q_D^2} \exp(-\Gamma t_{q_D}) \delta \left(q_D - \frac{1}{2} a \sqrt{A_M} \right)$$

$$A_M \equiv m_M^2 - 2(m_{D1}^2 + m_{D2}^2) + \frac{(m_{D1}^2 - m_{D2}^2)^2}{m_M^2}$$

微分方程式の解

- 親粒子は冷たい暗黒物質の定義より

$$f_M^{(0)}(q_M, t) = n_{M\emptyset} \delta^{(3)}(q_M) \exp(-\Gamma t)$$

$n_{M\emptyset}$ は崩壊しない場合の共動空間での親粒子の数密度

- 娘粒子は

$$f_D^{(0)} = \frac{\Gamma n_{M\emptyset}}{4\pi q_D^3 H(t_{q_D})} \exp(-\Gamma t_{q_D}) \theta(t - t_{q_D})$$

M. Kaplinghat (2005), SA *et al* (2011), M.Wang *et al* (2012)

(τ_{q_D} は共動運動量 q_D の娘粒子が生成される実時間)

計算のステップ

$$H(\tau + \Delta\tau) = \frac{\dot{a}}{a} \Big|_{(\tau+\Delta\tau)}$$

フリードマン方程式

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8}{3}\pi G\rho$$

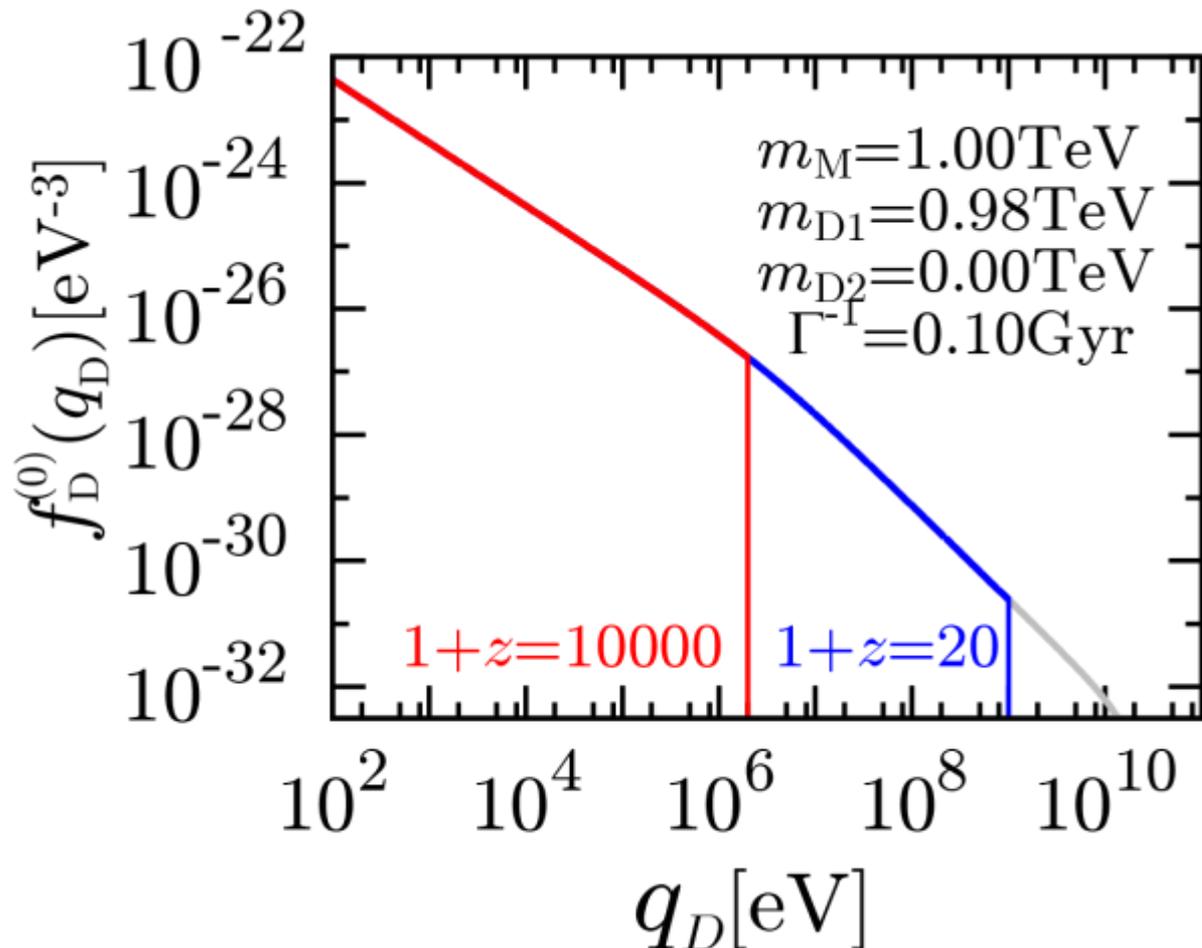
粒子の運動量分布関数
→ エネルギー密度 ρ

$$\rho_{\text{D}}(\tau) = \int \varepsilon f_{\text{D}}^{(0)}(q_{\text{D}}, \tau) d^3 q_{\text{D}}$$

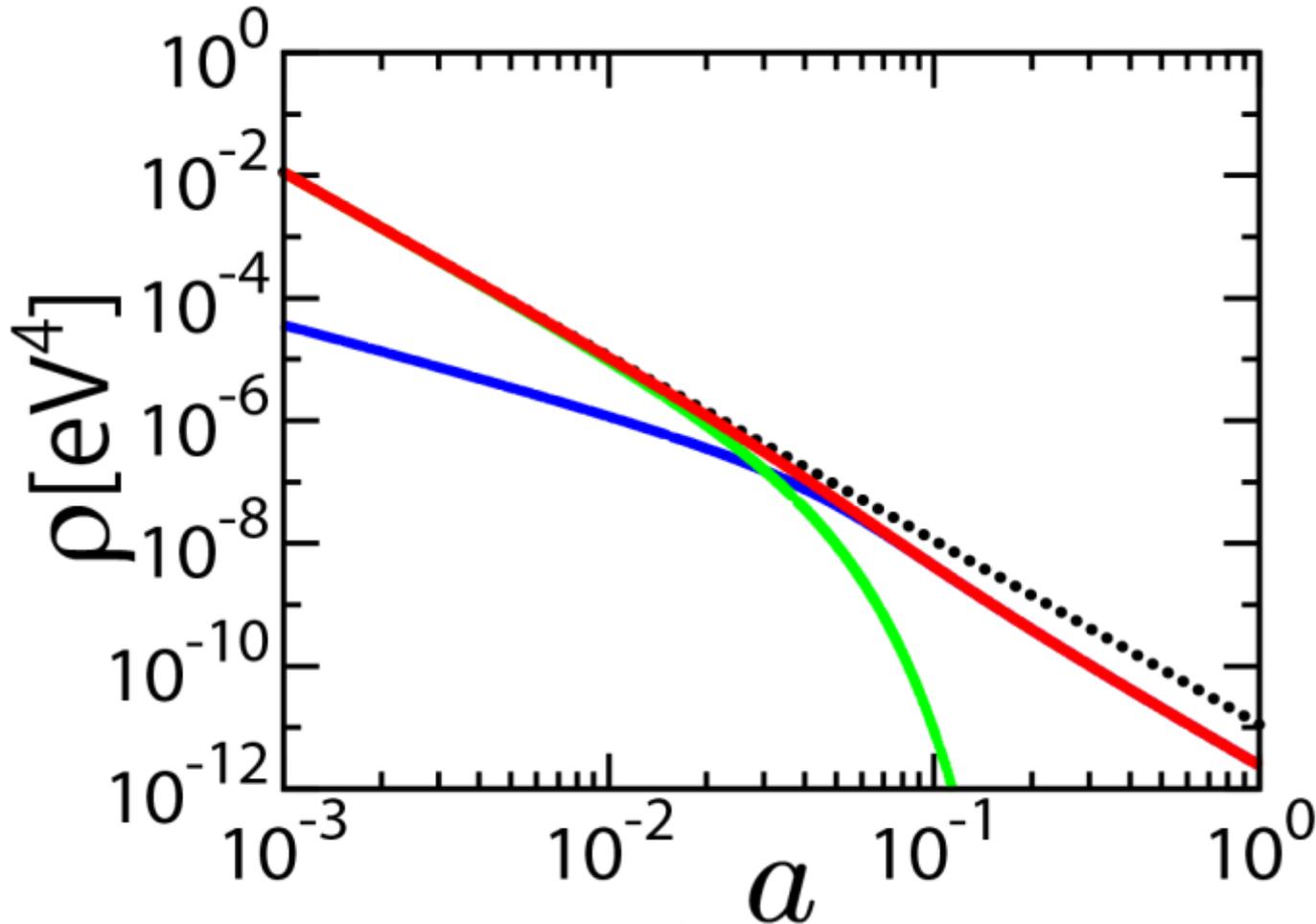
$\rho(\tau), a(\tau)$

得られた娘粒子の0次の運動量分布関数

$$f_D^{(0)} = \frac{\Gamma}{4\pi q_D^3 H(t_{q_D})} \exp(-\Gamma t_{q_D}) \theta(t - t_{q_D}) \text{ [eV}^{-3}\text{]}$$



暗黒物質のエネルギー密度発展



赤実線: 全暗黒物質エネルギー密度

緑実線: 親粒子のエネルギー密度, 青実線: 娘粒子のエネルギー密度

黒点線: 暗黒物質が崩壊しない場合の合計エネルギー密度

SA, K.Ichiki, D.Nitta, N.Sugiyama.(2011)

崩壊による密度変化の効果

1. CDMの総静止質量が Λ -CDMより減少する。

$$H(t) = \sqrt{8\pi/3 \times G\rho(t)} \quad [\text{平均密度} \leftrightarrow \text{ハッブルパラメータ}]$$

観測量 $\rho(t)$

①現在のハッブルパラメータの値 H_0

②CMBの最終散乱面までの距離 $d_A \equiv \int_0^{z^*} \frac{1}{H(z)} dz$

を用いて制限する。

宇宙晴れ上がりの時の赤方偏移 z^*

$$z^* = 1090.79_{-0.92}^{+0.94} \quad \text{Jarosik, N. et.al. (2011)}$$

制限① LSS of CMB

共動座標で測ったCMBの最終散乱面までの角径距離

$$d_A = \int_0^{z_*} \frac{dz}{H(z)} > \int_0^{z_*} \frac{dz}{H_{\Lambda\text{-CDM}}(z)}$$

$$\therefore d_A(z_*) > d_{A(\Lambda\text{-CDM})}(z_*)$$

WMAP 7 の観測値

$$d_A(z_*) = 14116_{-163}^{+160} \text{ Mpc}$$

N. Jarosik *et al.* (2011)

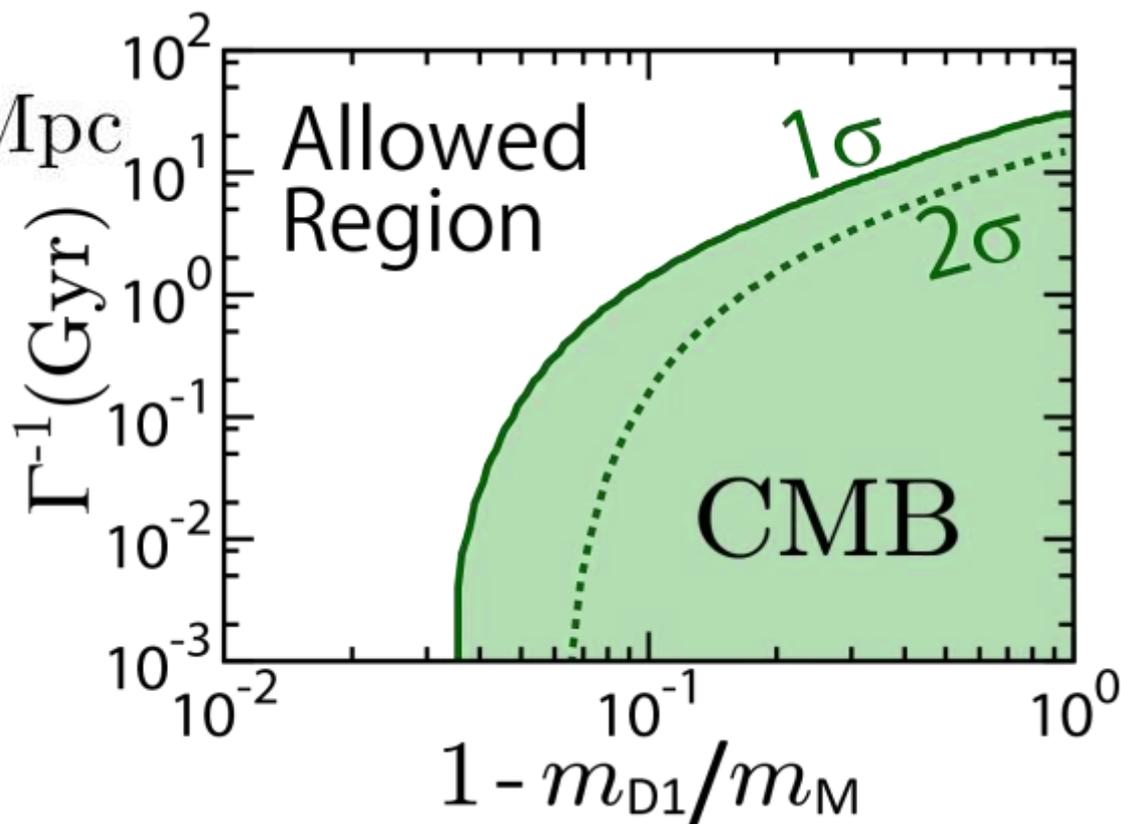
[*ApJS*, **192**, 14]

$$m_{D1}/m_M \rightarrow 0$$

$$\Gamma^{-1} \geq 30 [\text{Gyr}]$$

$$\Gamma^{-1} \rightarrow 0$$

$$m_{D1}/m_M \geq 0.97$$



暗黒物質の密度の時間発展

- ボルツマン方程式

$$f_m(q, \tau, \mathbf{x}, \mathbf{n}) = f_m^{(0)}(q, \tau) \left(1 + \frac{\Psi(q, \tau, \mathbf{x}, \mathbf{n})}{\dots} \right)$$

0次の分布関数

1次のゆらぎ
(微小量)

$f_M(q_M) \propto \delta^3(q_M)$ であるとすると.

親粒子:

$$\dot{\delta}_M = -\frac{1}{2} \dot{h}$$

娘粒子:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} (f_D^{(0)} \Psi_j) + i \frac{q_D}{\varepsilon_D} (\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{n}}) (f_D^{(0)} \Psi_j) + q_D \frac{\partial f_D^{(0)}}{\partial q_D} \left(\dot{\eta} - \frac{1}{2k^2} (\dot{h} + 6\dot{\eta}) (\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{n}})^2 \right) \\ = \frac{a\Gamma}{4\pi q_D^2} \delta \left(q_D - \frac{1}{2} a \sqrt{A_M} \right) \frac{\rho_M \delta_M}{m_M} \end{aligned}$$

娘粒子の発展方程式をどう解くか？

$$\Psi(\vec{k}, \hat{n}, q, \tau) = \sum_{l=0}^{\infty} (-i)^l (2l+1) \Psi_l(\vec{k}, q, \tau) P_l(\hat{k} \cdot \hat{n})$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (f_D^{(0)} \Psi_0) = -\frac{q_D k}{\varepsilon} (f_D^{(0)} \Psi_1) + \frac{1}{6} \dot{h} q_D \frac{df_D^{(0)}}{dq_D} + \frac{a\Gamma}{4\pi q_D^3 \mathcal{H}(q_D)} \frac{\rho_M(\tau) \delta_M(\tau)}{m_M} \delta(\tau - \tau(q_D))$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (f_D^{(0)} \Psi_{D1}) = \frac{q_D}{3\varepsilon} (f_D^{(0)} \Psi_{D0} - 2f_D^{(0)} \Psi_{D2})$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (f_D^{(0)} \Psi_{D2}) = \frac{q_D}{5\varepsilon} (2f_D^{(0)} \Psi_{D1} - 3f_D^{(0)} \Psi_{D3}) - \left(\frac{1}{15} \dot{h} + \frac{2}{5} \dot{\eta} \right) q_D \frac{\partial f_D^{(0)}}{\partial q_D}$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (f_D^{(0)} \Psi_{D(l)}) = \frac{q_D}{(2l+1)\varepsilon} (lf_D^{(0)} \Psi_{D(l)} - (l+1)f_D^{(0)} \Psi_{D(l+1)}) \quad (l \geq 3)$$

赤で塗った部分は massive neutrino の密度ゆらぎの時間発展と同じ

密度ゆらぎの発展方程式

この計算ループを回すことで密度ゆらぎや圧力ゆらぎなどの時間発展を知る。

- 流体方程式

- アインシュタイン方程式

$$k^2 \eta - \frac{1}{2} \frac{\dot{a}}{a} \dot{\eta} = 4\pi G a^2 \delta T^0_0(\text{Syn}),$$

$$k^2 \dot{\eta} = 4\pi G a^2 (\bar{\rho} + \bar{P}) \theta(\text{Syn}),$$

$$\ddot{\eta} + 2 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\eta} - 2k^2 \eta = -8\pi G a^2 \delta T^i_i(\text{Syn}),$$

$$\ddot{\eta} + 6\dot{\eta} + 2 \frac{\dot{a}}{a} (\dot{\eta} + 6\eta) - 2k^2 \eta = -24\pi G a^2 (\bar{\rho} + \bar{P}) \sigma(\text{Syn}).$$

- 密度ゆらぎ

- 圧力ゆらぎ

- その他2つのゆらぎの量

$$\delta\rho = \int \varepsilon f_D^{(0)} \Psi_{D0} d^3 q_D$$

$$\delta p = \int \frac{q_D^2}{\varepsilon} f_D^{(0)} \Psi_{D0} d^3 q_D$$

$$\theta = \int \frac{q_D}{\varepsilon} f_D^{(0)} \Psi_{D1} d^3 q_D$$

$$\sigma = \int \frac{q_D^2}{\varepsilon} f_D^{(0)} \Psi_{D2} d^3 q_D$$

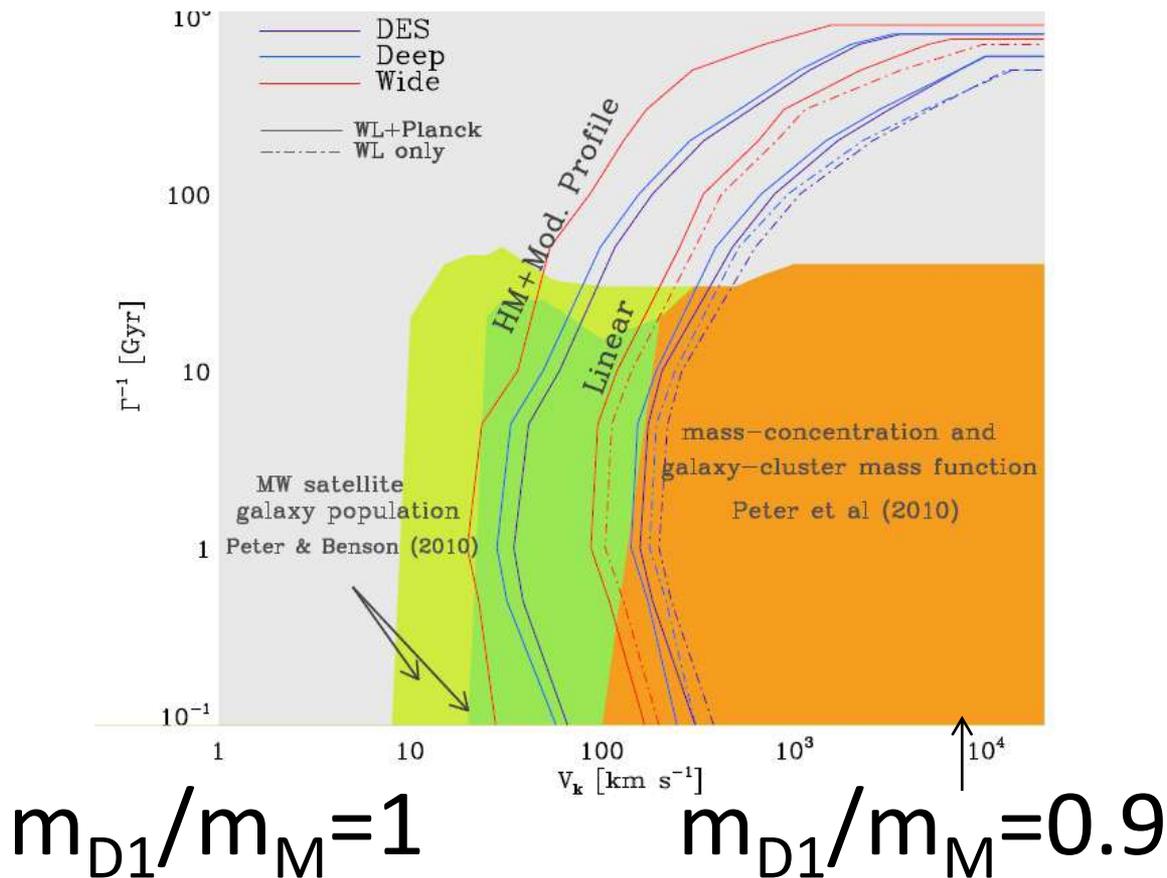
私の研究

- 暗黒物質のゆらぎ計算にはA. Lewisが作ったコンピュータプログラムCAMBを用いる。
cf. CMBFAST (U.Seljak, M.Zaldarriaga)
- これは宇宙論パラメータなどの初期条件を定めるとCMB パワースペクトルがどのようなパターンになるかを計算する公開コードで、物理法則やボルツマン方程式内部のFortran 90のコードは自由に変更可能。
- しかし、粒子の分布関数を変更することは大変。

$m_{D1} \approx m_M$ の場合 [M. Wang *et al* (2012)]
 この近似を科すと運動量分布関数の計算を回避できる。

$$\dot{\delta}_{D1} = -\theta_{D1} - \frac{1}{2}\dot{h} + a\Gamma \frac{E_1 \rho_M}{m_M \rho_D}$$

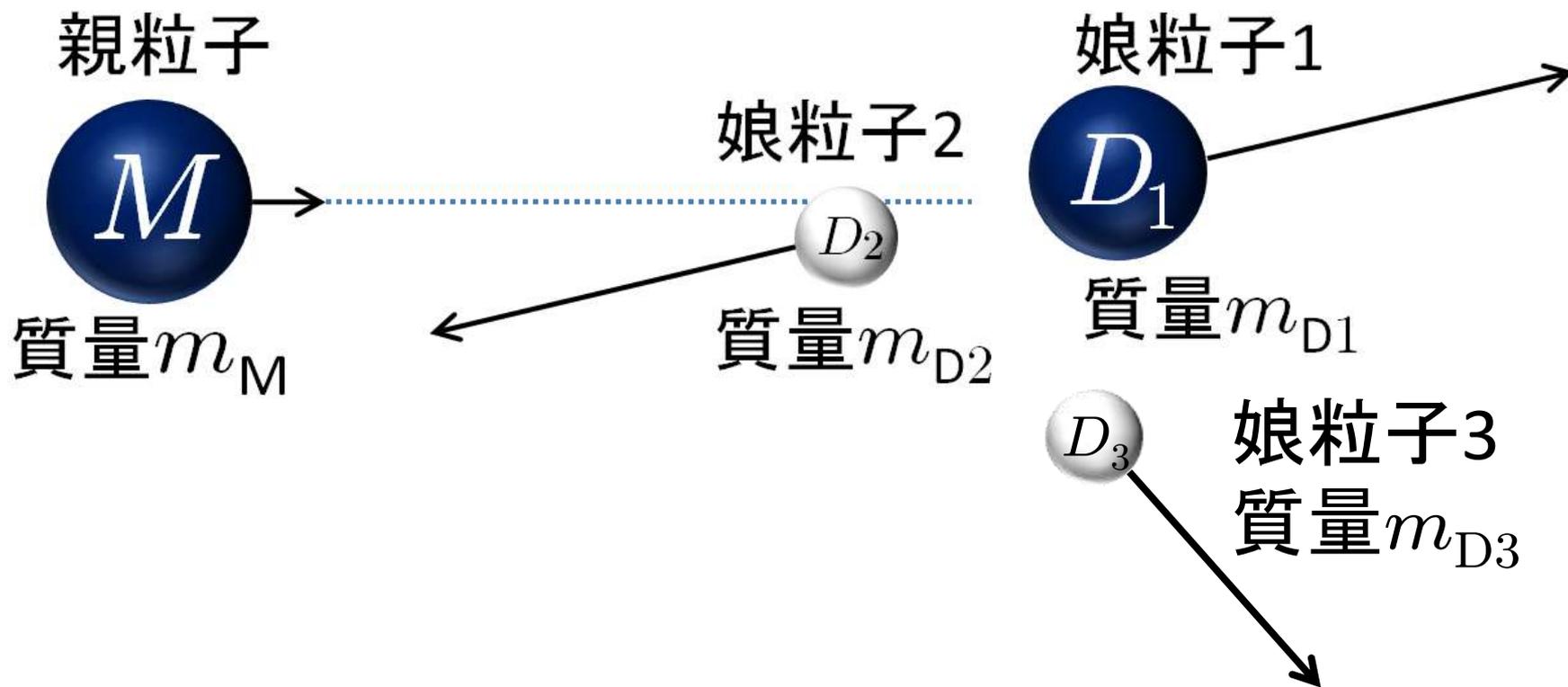
$$\dot{\theta}_{D1} = -\frac{\dot{a}}{a}\theta_{D1} + \frac{\delta P_D}{\delta \rho_D} k^2 \delta_{D1} - a\Gamma \frac{E_1 \rho_M}{m_M \rho_D} \theta_{D1}$$



最近の先行研究例

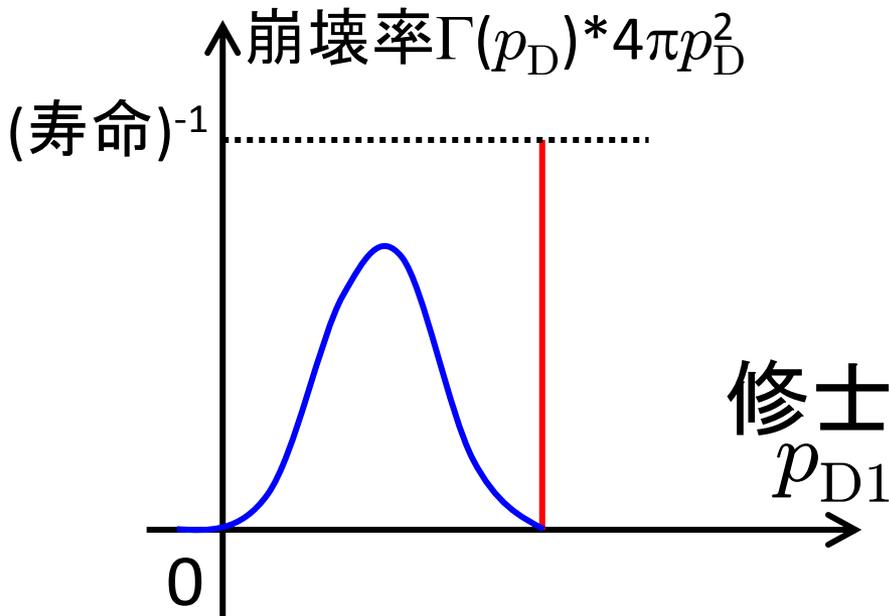
将来計画

- 任意の m_{D1} に関して密度ゆらぎの時間発展方程式を
- 解いて、CMBパワースペクトルへの影響をみる。
(おそらく $l \lesssim 10$ で振幅の有意な増幅が見られる。)
- **3体の崩壊現象を考えたい。**



問題は質量欠損起源の運動量が娘粒子1,2,3に運動量がどう分配されるか

- **2体崩壊**では親粒子の運動量が0[cold]だと娘粒子の初期の運動量は親・娘粒子間の質量差のみで一意に定まる。
- **3体の**粒子反応では運動量分配には自明でない分布がある。



- 運動量の分配確率の関数の計算は修士レベルの素粒子理論計算で対応可能。

まとめ

- 暗黒物質の崩壊現象を検証することは暗黒物質粒子の性質を知るために重要である。
- 暗黒物質の密度ゆらぎを計算できればCMBパワースペクトルの理論値がわかり観測値と比較してパラメータ制限に強い制限を加えられる。
- 任意の寿命と m_{D1}, m_{D2} のパラメータを制限するためには(0次の運動量分布関数×ゆらぎ)の数値積分する必要がある。
- より一般的な3体崩壊の計算には素粒子理論計算が不可欠である。

おわり