磁場を持つ星の新しい定常解の発見

琉球大学理工学研究科修士２年

川村拓夢

共同研究者：谷口敬介、吉田慎一郎、江里口良治

Introduction

自己重力、圧力、運動量を持ち、粘性のない完全流体が楕円体形状をとる定常解として Maclaurin,Jacobi,Dedekind,Riemann 楕円体はよく知られており、一般に星の定常構造を求める際に有用である。また、流体に磁場と電流を加えた場合の定常解は特に恒星や中性子星などの理解に役立つと考えられ、これまでにいくつか解が求められてきた。

本研究では、冒頭で紹介した４種の楕円体に磁場と電流を入れた場合の新しい解析解を得た。この解は、粘性のない完全流体が重力、圧力、運動に加えローレンツ力の４つの力で平衡して楕円体形状の定常解となっているもので、磁場・電流のない楕円体では考えられなかった、流体の回転軸方向に縦長の形状となっている解も存在する。

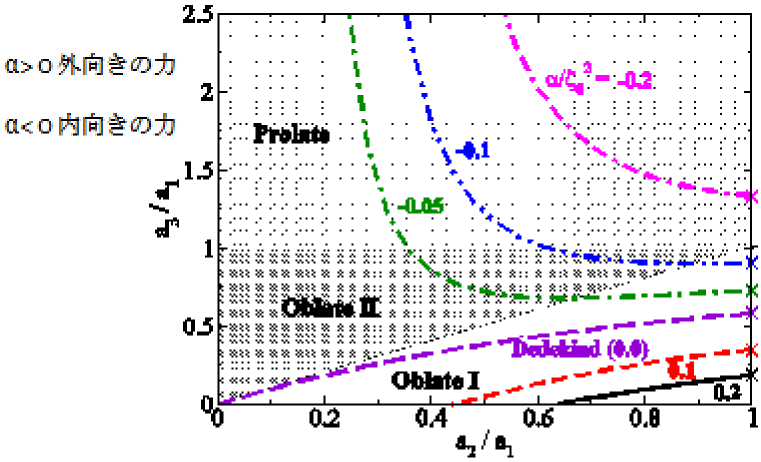
Formulation

定常状態を求める流体のモデルとして、次のようなものを考える。密度一定で自己重力を持ち(非相対論的重力)、電気伝導率が無限大(ideal MHD approximation)で内部に電流が流れている粘性を持たない完全流体が楕円体の形をしていて、慣性系から見た場合に、楕円体の一つの軸周りに一様回転しており、その回転が止まって見えるような系から見て流体運動の渦度が回転軸に平行かつ一定の状態で定常になっているとする。ここで仮定した楕円体の回転と流体の渦度は Riemann(S-type)楕円体と同じものを用いており、これにうまい形で電流(磁場)を与えることで解が導ける。具体的には、ローレンツ力がスカラー関数の gradient になっていて、磁場が流体内部では回転(渦度)軸と平行になるという条件をつける。

Results

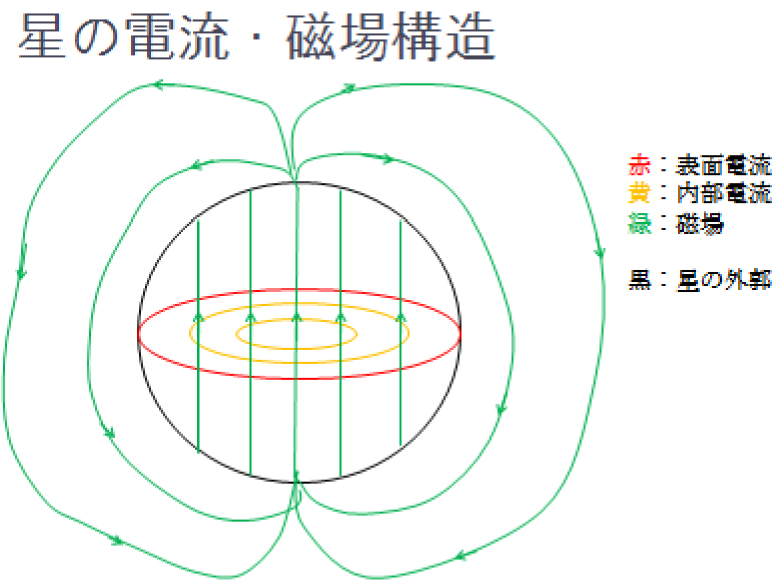
楕円体の一様回転や渦度の有無で様々な解が考えられるが、特に今回は一様回転をしておらず、渦度と電流・磁場は存在する解(Dedekind 楕円体にローレンツ力を加えた解)を紹介する。

結果　磁場入りDedekind楕円体の形状分布



a_1、a_2、a_3 は楕円体の３つの軸の長さを表していて、a_3 が流体の渦度ベクトルと平行な軸(渦度軸とする)である。α、ζはそれぞれローレンツ力の強さと渦度の強さを表すパラメータで、α/ζ^2 は、流体の運動に比べてローレンツ力がどれほど大きいかを示しており、この比率(Z とする)の値によって解の系列(色つきの曲線)を分類している。つまり、a_2/a_1 の値に Z を与えることで、a_3/a_1 を求めることができるので、これから a_1、a_2、a_3 の比が分かって楕円体の形状を決められるということである。Z＞0、Z＜0(α＞0、α＜0)はそれぞれローレンツ力の向きが星の外向き、内向きであることに対応していて、Z の絶対値が大きくなるほどローレンツ力による星の変形への寄与が大きくなる(球形から遠のいていく)。Prolate 領域では a_3＞a_1,a_2 で、渦度軸方向に縦長の楕円体となっていて、Oblate 領域では a_1＞a_3 で渦度軸方向が潰れた扁平な形になっている。

またこのとき、流体の電流と磁場は次のようになっている。



Z の符号によってローレンツ力の向き(流体外向きか、内向きか)が異なるので、内部電流の流れる向きもそれ次第で異なる。流体内部の電流だけでは内部の磁場を渦度軸と平行にすることができないので、調整のために表面電流が必要である。このとき流体の外部は dipole 磁場になっている。

Conclusion

　結果をまとめると、

1.　Maclaurin,Jacobi,Dedekind,Riemann の 4 種の楕円体に磁場を入れて拡張した解析解

を求めることができ、特に磁場を入れたことで

2.　Prolate な形状の解

が存在することが分かった。解の応用として、例えば重力、圧力、ローレンツ力(流体の運動は考えない)のみで支えられる星の定常状態をこのモデルで計算して、星が球からどのように変形しているかが分かれば、主にローレンツ力のみによって変形しているとされる超新星爆発直後の magnetar の形が分かり、それと magnetar の回転に関する情報から、発生する重力波を見積もることができるのではないかと考えている。このように実際の天体への応用性を高めるために、今後は相対論的な重力の下での解などを求めていきたい。