

# 超相対論的な流体中におけるガンマ線輸送シミュレーション

東北大学工学研究科 航空宇宙工学専攻  
石井 彩子

## 1 緒言

ブラックホール等の大質量天体の近傍では、その巨大な重力エネルギーの解放によって、光速に極めて近い流速を持ち空間的に集束したプラズマの流れが形成される。このような流れを相対論的ジェットと呼び、高エネルギーの粒子や光子の生成場として、重要な天体現象であると考えられている。この相対論的ジェットはガンマ線バースト (gamma-ray burst: GRB) という宇宙最大級の爆発現象の起源とも考えられている。

GRB とは数秒～数十秒の間に太陽の百数十億年分もの膨大なエネルギーを放出する現象である。初めの数十秒間のうちにガンマ線によるエネルギー放出があり、その後数日間にわたって X 線や可視光などの残光が見られる。この GRB の起源は、まだ具体的には解明されておらず、大質量星がその進化の最終過程で起こす超新星爆発もその候補とされている。しかし、超新星爆発のような等方的なエネルギー放出を仮定すると非常に膨大なエネルギーが必要となるため、エネルギー生成の観点からは説明が難しい。一方で、相対論的ジェットのような狭い領域に絞られたエネルギー放出を起源と考えると、エネルギー生成についての説明が比較的容易になるため、このような仮定に基づく GRB のモデル化が試みられている [1, 2]。これらの先行研究より、ジェットの構造が観測される放射スペクトルに影響を与えるということが指摘されており、相対論的ジェットを起源とする GRB の可能性を探るためにはジェット中で輻射輸送を計算する必要があると考えられる。

本研究では、相対論的ジェットの流体計算と輻射輸送の連成計算を念頭に、高精度で高効率な輻射輸送計算のためにコードの並列化を行い、相対論的ジェットを模擬した簡単な時間発展流体場を構築しその中で輻射輸送を計算する。

## 2 数値計算法

散乱を含めた輻射輸送方程式は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \right) I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, \nu, t) &= j(\nu, T) \\ &+ \frac{\rho(\mathbf{r}, t)}{4\pi} \int \int \sigma(\nu) I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', \nu', t) \phi(\boldsymbol{\Omega}', \boldsymbol{\Omega}, \nu', \nu) d\nu' d\boldsymbol{\Omega}' \\ &- [k(\nu) + \sigma(\nu)] \rho(\mathbf{r}, t) I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, \nu, t), \end{aligned} \quad (1)$$

ここで  $c$  は光速、 $t$  は時刻、 $\boldsymbol{\Omega}'$  は光の入射方向の単位ベクトル、 $\boldsymbol{\Omega}$  は光の散乱方向の単位ベクトル、 $\nu'$  は入射光の振動数、 $\nu$  は散乱光の振動数、 $I$  は光の強度、 $j$  は単位時間単位体積当たりの放射率、 $\sigma$  は散乱断面積、 $\phi$  は散乱カーネル、 $k$  は吸収断面積とする。粒子の散乱を考える場合、このような微分積分方程式を  $I$  について解く必要があり、 $I$  が空間 (3 次元) と方向 (2 次元)、振動数 (1 次元)、さらに時間 (1 次元) の関数であるため、解析解を得ることが難しいばかりか、このままの形で数値計算しようとしても膨大な数の連立方程式を解くことになる。そのため、本研究ではモンテカルロ法を用いて数値解析を行う。

モンテカルロ法は多数の粒子を追跡し、一様乱数を用いて確率的に方程式を解く手法であり、限られた計算資源で輸送方程式の解の概形を得ることに適した手法である。本研究では、光を光子として扱い、モンテカルロ法によりその軌道を追跡し、吸収、散乱、放出などの様子を見る。モンテカルロ法は扱う粒子数が不十分であると統計誤差が生じるため、高精度の解を得るには十分多数な粒子を扱う必要があり、単体の CPU では長大な計算時間が必要となる。一方、モンテカルロ法では粒子それぞれについて軌道を追うので、粒子分割の並列計算には向いている。そこで本研究では、相対論的ジェットをはじめとする高エネルギー天体からの放射現象の再現に向け、輻射輸送方程式のモンテカルロ計算について並列化を行う。

### 3 ジェットモデル化のための計算条件

相対論的ジェットのモデルとして、相対論的な速度で等速膨張する 1 次元球対称の流体場を考える。バックグラウンドの初期の流体場には、Nagakura et al. 2011[1] により行われた二次元シミュレーションから得られたデータを用いる。流体場中の動径座標、密度、圧力、ローレンツファクターの分布を初期値として読み込み、等速膨張を仮定して時間発展させる。空間に関しては、動径方向について等間隔に 2500 個のシェルに分ける。タイムステップに関しては、密度変化の特性時間をもとに  $\Delta t = \rho / \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)$  として設定する。密度、ローレンツファクター、温度の動径方向初期分布を、それぞれ図 1、図 2、図 3 に示す。

以下に、時間発展における物理量の更新について述べる。等速膨張を仮定しているため、動径座標  $r$  は初期速度  $v$  で時間  $t$  とともに

$$r = r_0 + vt \quad (2)$$

のように更新されていく。ここで  $r_0$  は初期動径座標とする。密度の更新には連続の式

$$dm = 4\pi r^2 dr \gamma \rho \quad (3)$$

を用いる。ここで、 $m$  は質量、 $\gamma$  はローレンツファクター、 $\rho$  は密度である。初期値から  $dm$  を求め、質量保存より  $dm$  を一定として、等速膨張により更新された  $r$  をこの式に入力することによって、更新される密度  $\rho$  を求める。

次に、温度の更新には輻射圧の式

$$3p_\nu = \frac{4\sigma}{c} T^4 \quad (4)$$

を用いる。ここで、 $p_\nu$  は輻射圧、 $\sigma$  はステファン-ボルツマン定数、 $c$  は光速、 $T$  は温度である。この式より、輻射圧を求めることができれば温度も更新することができる。ここでは輻射圧を求める式としてポリトロップの関係式

$$p_\nu = K\rho^\Gamma \quad (5)$$

を用いる。ここで  $K$  は比例定数であり、初期値によって決まる。また、 $\Gamma = 4/3$  とする。この式より、密度から輻射圧を求めることができるので、温度を求めることができる。ただし各初期データについて、半径  $R = 5 \times 10^{12}$  cm より内側の領域は、二次元流体シミュレーションの計算手法の問題から、計算結果に影響を与えない無効なデータを入力している。

以上のデータおよび式を用いて流体場を時間発展させる。放射については熱放射を仮定し、トムソン散乱およびコンプトン散乱、吸収を考慮して計算し、光度曲線とエネルギースペクトルの値を得る。

### 4 並列計算

並列計算の性能は、速度向上率を用いて評価する。速度向上率  $S_n$  を次のように定義する。

$$S_n = \frac{T_1}{T_n} \quad (6)$$

ここで  $n$  を並列数とし、 $T_1$  をシングル計算での計算時間、 $T_n$  を  $n$  並列で計算した場合の計算時間とする。ただし、計算機システムは、最大コア数 512 の Intel Xeon X7560 を備えた東北大学流体科学研究所の SGI AltixUV1000 を使用し、OpenMPI 1.4.3 を用いて並列化を行った。また、並列化率を次のように定義する。

$$P = \frac{T_p}{T_{tot}} \times 100 [\%] \quad (7)$$

ここで  $T_{tot}$  を全体の計算時間、 $T_p$  を並列化可能部分の計算時間とする。粒子数 1 万、10 万、100 万を用いて計算を行い、速度向上率を求めたものを図 4 に、またそれぞれの粒子数における並列化率を図 5 に示す。図 4 からわかるように、並列数が増加するとそれに伴って速度向上率も増加している。特に粒子数 100 万では理想値に近い値が得られた。逆に粒子数 1 万では並列数が増えてもあまり速度向上率が上がらないことがわかる。また、図 5 より粒子数が多いほどプログラム全体に対する並列化可能部分が多くなるため、並列化率が高くなることがわかる。一般的な並列化において、並列化率が高いほど並列化効率が向上するが、今回の結果からもそのような傾向を読み取ることができる。

## 5 光度曲線およびスペクトル

相対論的ジェットモデル計算によって得られた光度曲線およびエネルギースペクトルを示す。光度曲線について、 $\Delta t$  ごとに追加する粒子数を 100 万として  $t = 0 \sim 80$  日目まで計算を行った。図 6 に計算した際の光度曲線を示す。図の縦軸は光度、横軸は観測時刻である。この図では、時間経過とともに概ね傾き  $t^{-3}$  で光度が減少する傾向が見られる。このような特徴から、何らかのべき法則を予測することができる。また、大体  $10^3 \sim 10^4$ s 付近で極端に光度が増幅している。これについて考察するために、optical depth の時間変化を図 7 に示す。図中の黒い点線は optical depth  $\tau = 1$  を示している。この図より、時間が大体  $10^3$ s のときには  $\tau$  が 1 より小さくなるのは流体場中のほんの一部であったのに対して、時間が大体  $10^4$ s のときには流体場のほぼ全域において  $\tau$  が 1 より小さくなっていることがわかる。よって、 $10^3$ s から  $10^4$ s の間にバックグラウンドの流体場が光学的に厚い状態から薄い状態へと遷移したために、光度曲線に増幅が見られたと考えられる。

次に、エネルギースペクトルを示す。 $\Delta t$  ごとに追加する粒子数を 100 万として、図 8 にエネルギースペクトルを示す。この図について、縦軸は光子の数流束、横軸は光子エネルギー  $h\nu$  である。縦軸の数流束は、以下のような式で表される。

$$\frac{N/\Delta t}{4\pi R^2} \times \frac{R^2}{d^2} \quad (8)$$

ここで、 $N$  は  $\Delta t$  間であるエネルギー間隔中に観測される粒子の数、 $\Delta t$  は光子を積算する時間、 $R$  は流体場の外部境界の半径、 $d$  は流体場から観測者までの距離を表す。ここでは  $d = 10$  Mpc とする。

図 8 中の実線は、温度 300 eV のときのプランク分布を示している。図 3 より、初期温度分布中の最高温度は約 300 eV であることがわかるため、温度 300 eV についてプランク分布を描き、エネルギースペクトルと比較する。

この図からわかるように、プランク分布と計算から得られたスペクトルでは、ピーク位置が 2 オーダー程度ずれている。本研究では熱的な放射を考えているため、放射された光子の数流束のピーク位置はプランク分布と一致するはずである。このピーク位置のずれは、相対論的な効果によるものであると考えられる。放射時のエネルギーは光子の comoving frame で考えているが、流体場から抜け出して記録されるときエネルギーは observed frame で考えるため、光子のエネルギーについてローレンツ変換を行う必要があり、その大きさがずれる。図 2 より、ローレンツファクターの最大値が 400 程度であるため、 $10^2$  程度のオーダーだけ右にずれていると考えられる。また、計算から得られたスペクトルにおいて高エネルギー側の増幅が見られるが、これは逆コンプトン散乱によるものであると考えられる。これについて調べるために、1 つの粒子の軌跡を追ったものを図 9 に示す。この図より、流体場外側の高ローレンツファクター領域で活発に動いていた粒子が散乱により一旦内側へと進行方向を変え、内側領域で再び散乱により外側へと進行方向を変え、流体場外側の高密度領域で散乱を多数繰り返しているうちにエネルギーが叩き上げられている様子が見られる。このように、逆コンプトン散乱が起こっている様子を捉えることができた。

## 6 結言

本研究では、相対論的ジェットを起源とする GRB の可能性を探るため、ジェットと輻射輸送の連成計算を見据え、モンテカルロコードの並列化を行った。開発したコードでは、粒子数が多いほど並列化率が上がり、結果として高い並列化効率を達成することができた。また、ジェットを模擬した簡単な時間発展流体場における輻射輸送を計算し、実際の GRB に見られるような特徴を数値計算によって再現することができた。

今後は、開発したコードを用いて相対論的ジェットの流体計算と輻射輸送のカップリング計算を目標に研究を進めていく予定である。

## 参考文献

- [1] Hiroki Nagakura, Hirotaka Ito, Kenta Kiuchi, and Shoichi Yamada, “Jet Propagations, Breakouts, and Photospheric Emissions in Collapsing Massive Progenitors of Long-Duration Gamma-Ray Bursts”, *The Astrophysical Journal*, Vol. 731, No. 2, 2011, pp. 80–97.
- [2] Akira Mizuta, Tatsuya Yamasaki, Shigehiro Nagataki, and Shin Mineshige, “Collimated Jet or Expanding Outflow: Possible Origins of Gamma-ray Bursts and X-ray Flashes”, *The Astrophysical Journal*, Vol. 651, No. 2, 2006, pp. 960–978.
- [3] Peter Meszaros, “Gamma-ray burst”, *Journal of Progress in Physics*, Vol. 69, No. 8, 2006, pp. 2259–2321.

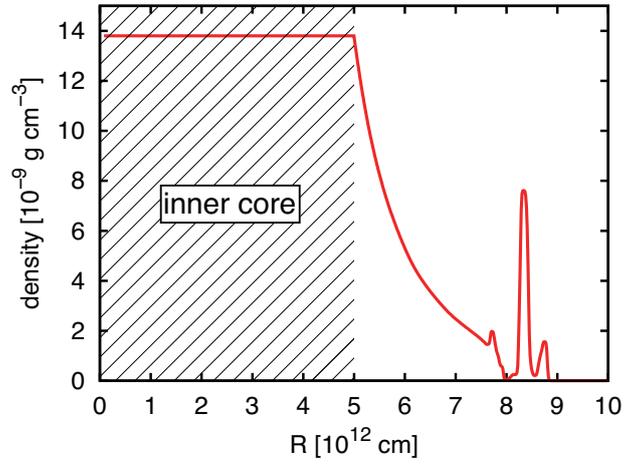


図1 密度の初期分布.

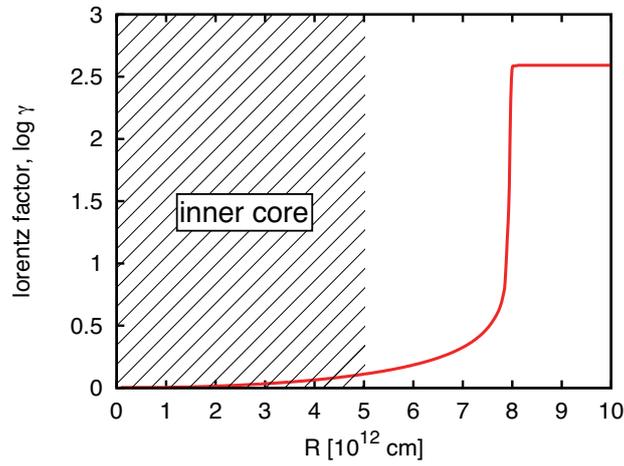


図2 ローレンツファクターの初期分布.

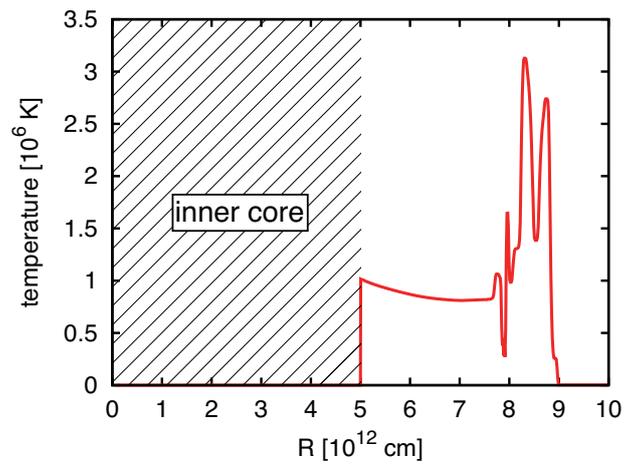


図3 温度の初期分布.

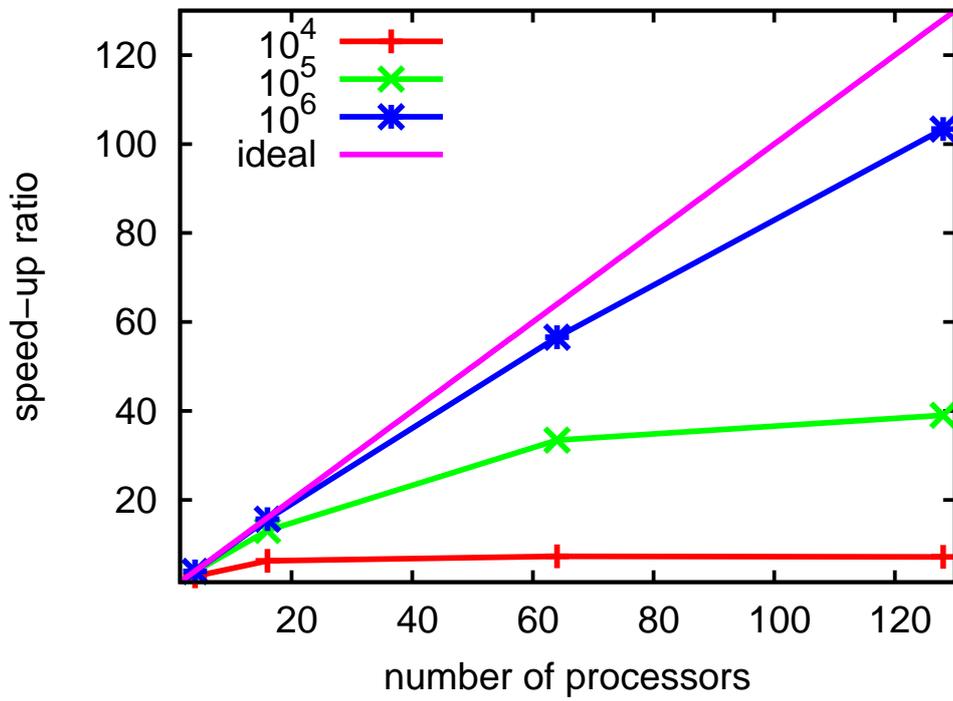


图4 速度向上率.

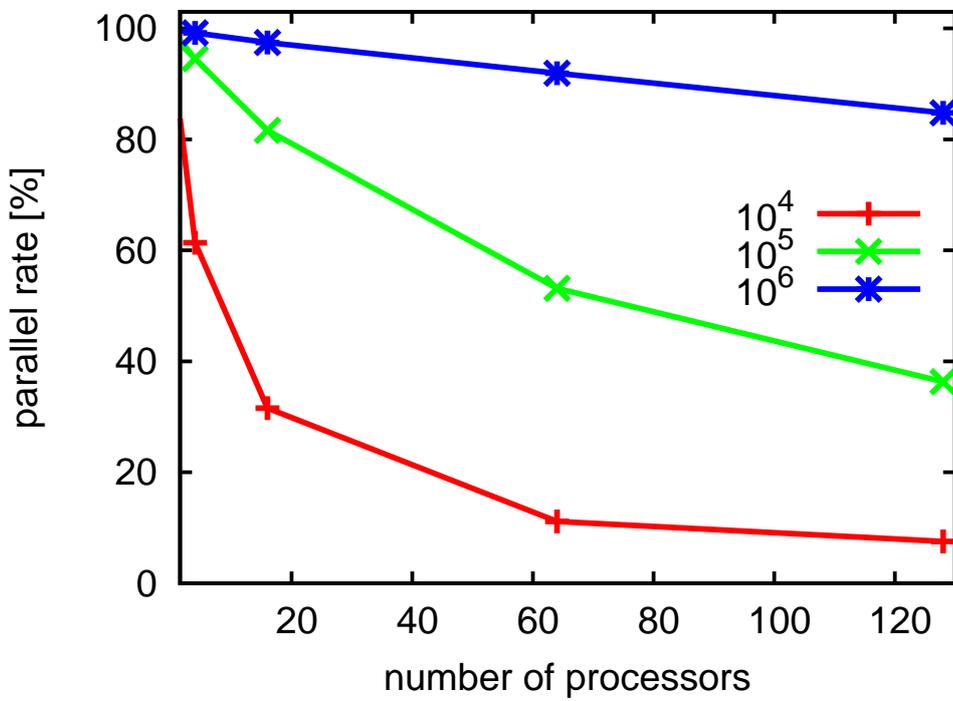


图5 並列化率.

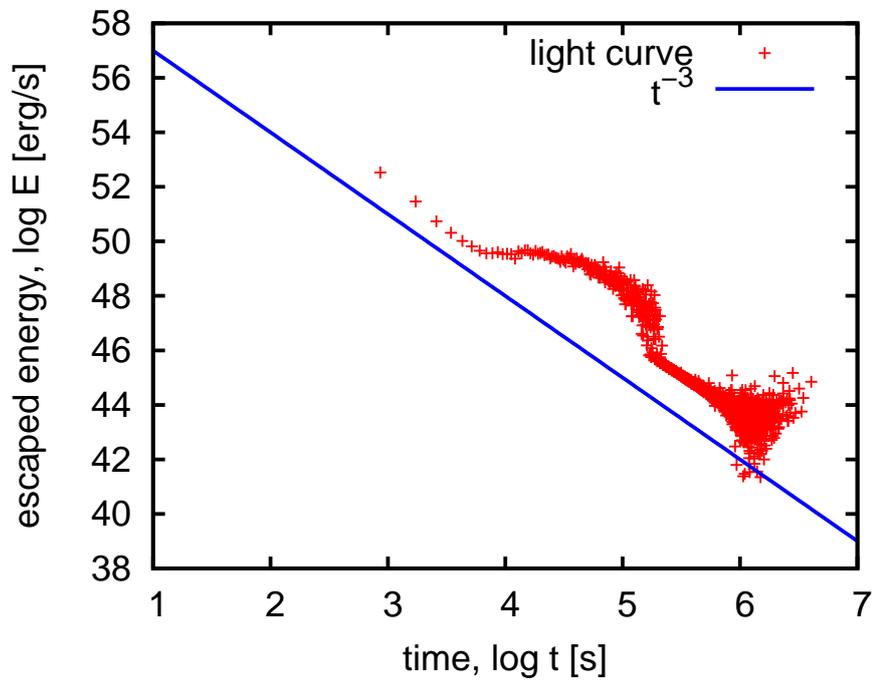


図6 光度曲線.

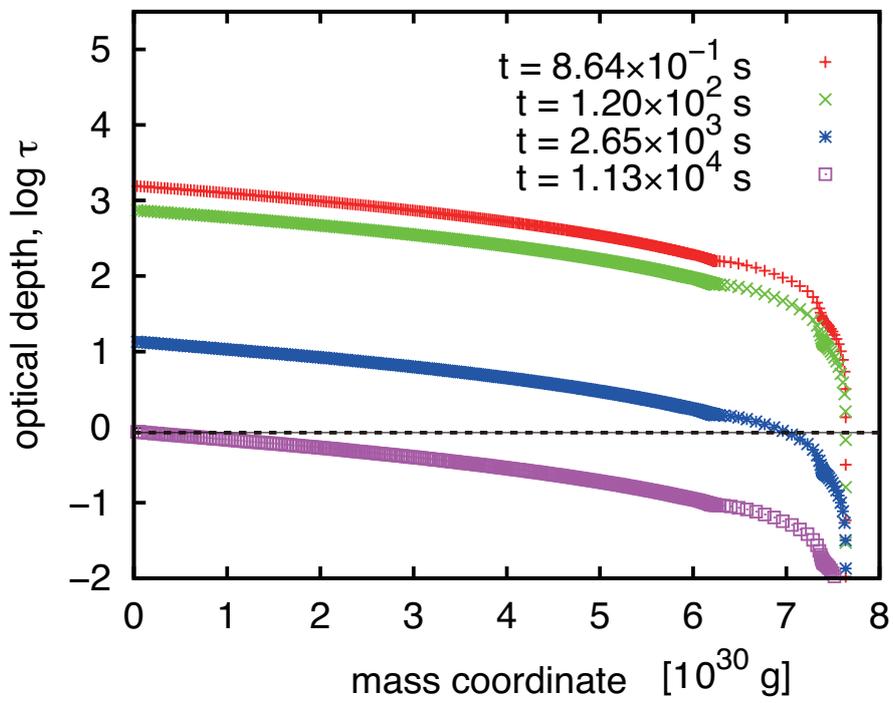


図7 optical depth の時間変化.

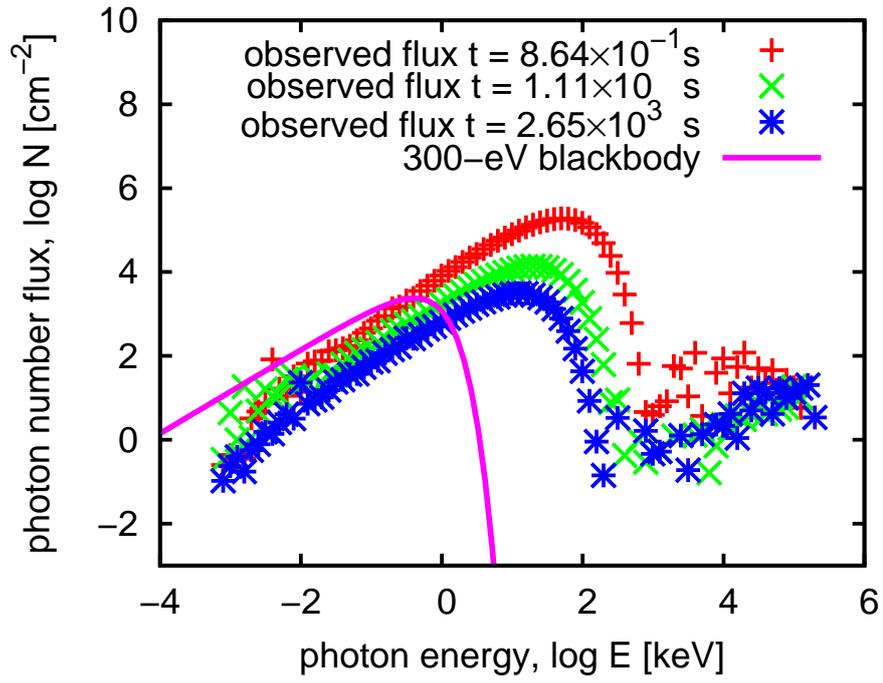


図8 スペクトル.

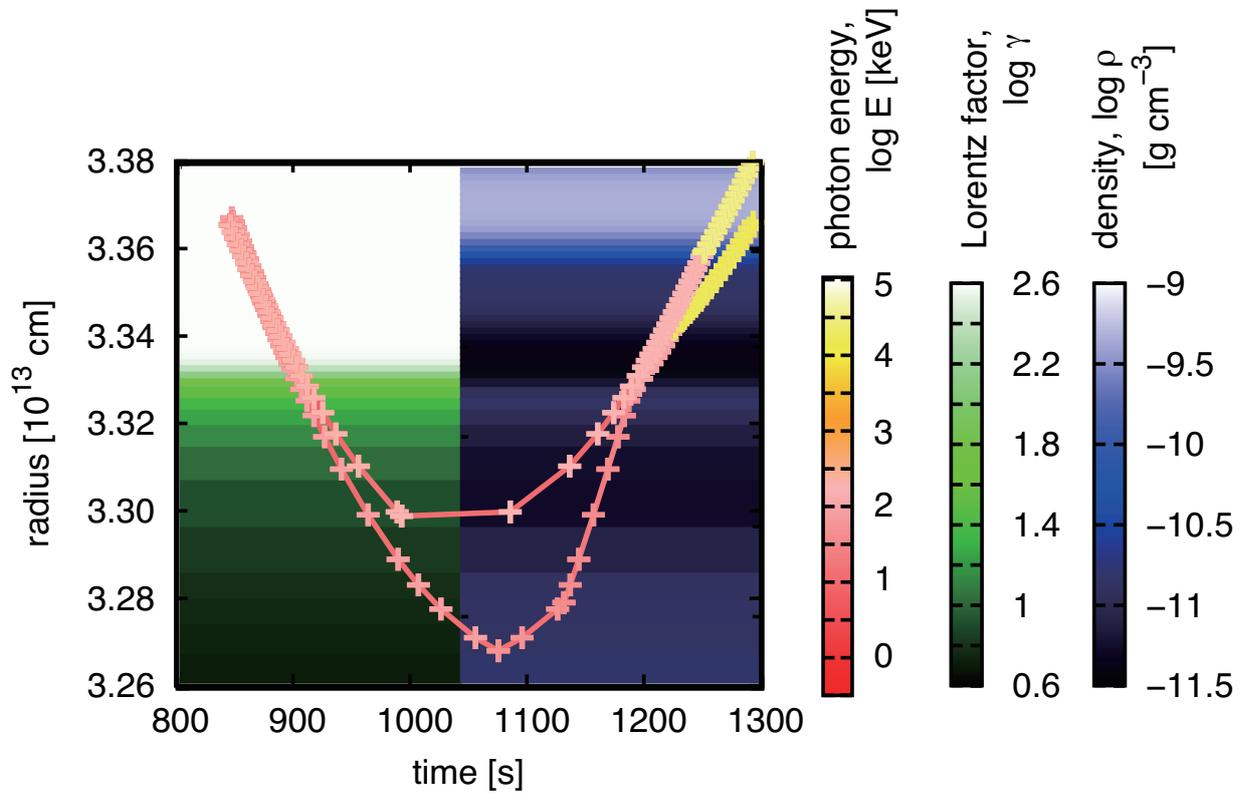


図9 粒子の軌跡.